

УДК 517.93.316

ПРИЛОЖЕНИЯ МЕТОДА ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ГРУБОСТИ К ИССЛЕДОВАНИЯМ В СОЦИОСИНЕРГЕТИКЕ

Р.О. Оморов

Национальная академия наук Кыргызской Республики

Рассматриваются вопросы самоорганизации в социальных системах или социосинергетики. Кратко приведены основы метода топологической грубости, который позволяет исследовать грубость и бифуркации синергетических систем самой различной физической природы. В работах автора метод использован для исследований известных синергетических систем и хаоса: аттракторы Лоренца и Ресслера, систем Чуа, Белоусова-Жаботинского, «хищник-жертва-пища», Хенона, Калдора, Шумпетера, бифуркации Хопфа и др. Метод топологической грубости систем, предполагает формализованность математической модели исследуемых систем. В случае слабо формализуемых и не формализуемых математическими моделями систем, предлагается применение подхода аналогий теоретико-множественной топологии и абстрактного метода к исследованиям таких систем, которые создают основы для использования метода топологической грубости к социальным системам в частности, как к сложным синергетическим системам.

Ключевые слова: синергетика; социальные системы; человеческий фактор; социальный объект; социосинергетика; саморегулирующаяся (самоорганизующаяся) система; «открытое» общество; принципы синергетики; аттракторы фазового пространства; аттракторы в социальных системах; параметры порядка социальных систем; бифуркации (кризисы) в экономике; хаос в социальных системах; формальная модель для социальных систем; метод топологической грубости.

Введение. Как известно, социальная система определяется как совокупность социальных явлений и процессов, взаимодействующих друг с другом и образующих определенный социальный объект.

Опять же, этот объект выступает как единство взаимосвязанных частей (элементов, компонентов, подсистем), взаимодействие которых друг с другом и с окружающей средой определяет его существование, функционирование и развитие в целом. Любая система предполагает наличие внутреннего порядка и установление границ, отделяющих ее от других образований.

Социальная система представляет собой неразрывное единство, главным элементом которого являются люди, их взаимодействие, отношения и связи. Эти связи, взаимодействия и отношения постоянны и передаются из поколения в поколение, возрождаясь в историческом процессе, основанном на совместной деятельности людей.

Как уже говорилось в определении, не будет ошибкой сказать, что научное изучение различных проблем и вопросов такой системы очень сложно, поскольку социальная система представляет собой систему, включающую человеческий фактор.

1. Синергетика и социальные системы, социосинергетика

Социальная система отвечает всем основным принципам синергетики, поскольку эта система является нелинейной, открытой, неравновесной и связной (когерентной) системой [1-4]. Поэтому имеются все условия для использования методов синергетики в социальных системах.

Философы первыми занялись научным исследованием этих систем методами синергетики, многие их научные труды публикуются. Определение механизмов

самоорганизации социальных систем и их конструктивного использования в современном обществе является важнейшей теоретико-методологической проблемой.

Рассмотрим проблему социосинергетики в исторической перспективе.

В истории человечества первые формы социальной самоорганизации жизни наших древних предков сформировались лишь в условиях наследственных отношений традиционного общества. Эти формы определяют обычаи и традиции, содержащие тысячелетний опыт взаимодействия людей с природными условиями, которые действуют на их деятельность как внешняя сила, имеющая объективный характер.

Позднее требования к деятельности членов родовых организаций были включены в традиционные формы доморального и обычного права, а утвержденные в этих формах нормы и принципы рассматривались как указания Бога и записывались в священных книгах религий. .

Таким образом, в рамках традиций раннего общества на этапе репродуктивных отношений формировались нормы социального регулирования, обеспечивающие его самоорганизацию. Эта независимая организация создавалась на основе кооперации, регулирования и разделения труда по полу и возрасту, а также взаимных трудовых обязательств между отдельными группами родовых объединений.

Однако разумное понимание возможностей самоорганизации социальных систем и регулирования внутри этих систем социальной деятельности начало формироваться лишь на этапе развития общества с возникновением государства, стремившегося управлять жизнью общества. в своих интересах через властные структуры.

Понимание общества как определенного целого и человека как части этого целого, подчиняющегося законам в ходе жизни общества, впервые нашло отражение в трудах древнегреческих философов.

Древние философы выделили два возможных направления регулирования жизни общества. Первый — это самоорганизация социальных систем, берущая свое начало в философии Демокрита. Второе направление связано с идеями Платона и Аристотеля, которые подтверждают необходимость создания иерархически организованных структур управления в обществе. Устойчивость этих структур обеспечивается мощью государства, задача которого определяется необходимостью подавления бунтарской, иррациональной природы человека. Однако еще в древнем обществе было замечено, что наиболее оптимальными формами социальной организации являются формы, позволяющие гражданам иметь высокий уровень личной свободы, свободно, исходя из своих личных потребностей и интересов, вступать в общественные отношения, обмениваться своими действиями. и их результатами.

Общество, основанное на свободе личности, называется «открытым» обществом. Функционирование такого общества осуществляется на основе процессов самоорганизации — «эволюционной инженерии» против «инженерии утопической» Платона и его последователей [5].

Понимание связи между самоорганизацией общества и управлением основано на признании роли объективных закономерностей в развитии общества, которые начали складываться в общественном сознании в середине XIX века. Однако ученые того времени считали, что объектом управления в обществе должны быть идеи и стремления людей, и абсолютизировали роль духовных факторов в регулировании социальных процессов.

Используя принципы диалектико-материалистической методологии, К. Маркс разработал концепцию общества как целостной *саморазвивающейся системы*, объединяющей материальные и духовные факторы жизни людей в процессе деятельности общества. Основой общественного производства является сфера материальных отношений, а характер его функционирования определяется сложившимся в истории способом производства с характерными для него отношениями собственности, которые формируют способность владельцев средств производства управлять действиями людей в соответствии с интересами общества [3].

Организационно-управленческая деятельность общества осуществляется в системе организационно-управленческих отношений, которая включает в себя все общество и действует в единстве объективных и субъективных сторон. Объективная сторона определяется характером и уровнем развития технологических отношений. Субъективная сторона определяется уровнем развития субъективной стороны работников (уровнем их социальной и профессиональной подготовки) и сложившейся в обществе идеологией, отражающей интересы владельцев средств производства.

Определение и регулирование отношений между государством, гражданским обществом и личностью возможно благодаря развитию системно-синергетической методологии социальных исследований, в основе которой лежат фундаментальные принципы самоорганизации и эволюции природных и социальных систем.

Однако, будучи сложной структурированной социальной системой, механизмы самоорганизации в условиях общества не только дополняют друг друга, но и вступают в противоречие с механизмами управления в определенных условиях. Это противоположные стороны общества – естественная и социальная; - объективное и субъективное; - сознательное и спонтанное; за счет своей интеграции она в конечном итоге определяет *нелинейный характер происходящих процессов*. В результате нелинейный характер социальных процессов проявляется в том, что последствия социальных процессов не тождественны их причинам или, по крайней мере, непропорциональны им.

Расхождение между целями и результатами социального управления обществом не может быть объяснено с позиций классической науки, но может быть объяснено с позиций *социосинергетики*. В социальных системах проблема «управляемого развития» принимает форму проблемы «самоуправляемого развития». Практическая реализация механизмов «самоуправляемого развития» является «открытой» социальных систем, т.е. они открыты в каждой точке для обмена веществом, энергией и информацией с внешней средой — системой высшего уровня организации.

Синергетический метод позволяет понять и объяснить не только существование спонтанного порядка и равновесия в системе, но и генезис механизма этого равновесия в процессе ее самоорганизации. В неравновесных системах слабые возмущения системы - флуктуации не подавляются, в результате чего старая диссипативная структура в фазовом пространстве разрушается и возникает новая диссипативная структура, которая появляется только при наличии относительно устойчивых структур - *аттракторов*. *в фазовом пространстве неравновесной системы*.

Эти *аттракторы* в социальных системах могут играть свою роль через параметры порядка при осуществлении управленческой деятельности. На макроуровне ВВП – валовой внутренний продукт – можно рассматривать как такой сложный параметр

порядка, направляющий социально-экономическое развитие общества. На микроуровне новые формы социального взаимодействия, планируемые системой управления, можно рассматривать как аттракторы.

Если сосредоточиться на рыночной экономике, то рынок как саморегулирующаяся система включает в себя не только механизмы самоорганизации, но и механизмы саморазрушения. Из-за дисбаланса между производством и потреблением начинает работать механизм саморазрушения, что приводит к перепроизводству товаров и экономическому кризису (*бифуркациям*). Поэтому рыночное регулирование экономических процессов должно быть дополнено их государственным регулированием, благодаря чему государство должно на основе финансовой, налоговой и социальной политики защищать интересы бедного населения, сглаживать перекосы в механизме рыночного спроса и предложения для обеспечения стабильности общества [7].

2. Краткие основы метода топологической грубости

В классической постановке вопросы *грубости и бифуркаций* были поставлены еще на заре становления топологии как нового научного направления математики великим французским ученым А. Пуанкаре. Грубость динамических систем определяется, как свойство систем сохранять качественную картину разбиения фазового пространства на траектории при малом возмущении топологий, при рассмотрении близких по виду уравнений систем.

В современной терминологии «бифуркация» употребляется как название любого скачкообразного изменения, происходящего при плавном изменении параметров в любой системе. Таким образом, бифуркация означает переход между пространствами грубых систем.

Переход между грубыми системами осуществляется через негрубые пространства. Многие основополагающие результаты в теории грубости и бифуркации получены А.А. Андроновым и его школой [8, 9].

В работе [8] впервые дано понятие грубости и сформулированы качественные критерии грубости, которое впоследствии, названо понятием грубости по Андронову-Понтрягину [9].

В многомерной постановке рассматривается динамическая система n -го порядка

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{z}(t)), \quad (1)$$

где $\mathbf{z}(t) \in R^n$ – вектор фазовых координат; $\mathbf{F}$ – n -мерная дифференцируемая вектор-функция.

Система (1) называется топологически грубой по Андронову–Понтрягину в некоторой области G , если исходная система и возмущенная система, определенная в подобласти $\tilde{G}$, области G :

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}} = \mathbf{F}(\tilde{\mathbf{z}}) + \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{z}}), \quad (2)$$

являются ε -тождественными в топологическом смысле.

Системы (1) и (2) ε -тождественны, если существуют открытые области D , $\tilde{D}$ в n -мерном фазовом пространстве при $D \subset \tilde{D} \subset \tilde{G} \subset G$:

$$\exists \varepsilon, \delta > 0:$$

если $\|\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{z}})\| < \delta$, $|\mathbf{df}_i(\tilde{\mathbf{z}})/\mathbf{d}\tilde{\mathbf{z}}_j| < \delta$, $i, j = \overline{1, n}$, то $\|\mathbf{z}\| - \|\tilde{\mathbf{z}}\| < \varepsilon$,

или

$$(\tilde{D}, (2)) \overset{\varepsilon}{\equiv} (D, (1)), \quad (3)$$

иначе, разбиение областей $\tilde{D}$ и D траекториями систем (2) и (1) ε -тождественны (имеют одинаковые топологические структуры с траекториями близкими до ε).

Если (3) не выполняется, то система (1) негруба по Андронову–Понтрягину.

Топологическая структура динамических систем определяется особыми траекториями и многообразиями типа: особых точек (положений равновесия); особых линий (сепаратрис); замкнутых периодических траекторий (циклов); притягивающих многообразий (аттракторов).

В работе [10] на основе понятия грубости по Андронову–Понтрягину предложены основы метода топологической грубости на базе меры грубости в виде числа обусловленности $C\{\mathbf{M}\}$ матрицы $\mathbf{M}$ – нормированной матрицы приведения системы к каноническому диагональному (квазидиагональному) виду в особых точках фазового пространства.

Условие достижимости максимальной грубости и минимальной негрубости в окрестности особых точек фазового пространства, определяется следующей теоремой, доказанной в [10].

Теорема 1. *Для того чтобы динамическая система в окрестности гиперболической особой точки ($\mathbf{z}_0$) была максимально грубой, а в окрестности негиперболической – минимально негрубой, необходимо и достаточно иметь:*

$$\mathbf{M}^* = \operatorname{argmin} C\{\mathbf{M}\}, \quad (4)$$

где $\mathbf{M}$ – матрица приведения матрицы линейной части $\mathbf{A}$ системы (1), в особой точке ($\mathbf{z}_0$) к диагональному (квазидиагональному) базису; $C\{\mathbf{M}\}$ – число обусловленности матрицы $\mathbf{M}$.

Теорема сформулирована для общего случая системы (1), когда особая точка ($\mathbf{z}_0$), соответствующая уравнению $\mathbf{F}(\mathbf{z}) = 0$, не вырождена или иначе матрица линейной части $\mathbf{A}$ не вырождена. В случае вырожденной в особой точке динамической системы, вычисление $C\{\mathbf{M}\}$ вызывает затруднения при диагонализации (квазидиагонализации) базиса матрицы $\mathbf{A}$ в силу того, что матрицы обратной к матрице $\mathbf{M}$ не существует. Но в этом случае предлагается воспользоваться процедурой псевдообращения матриц [11] и вычислять $C\{\mathbf{M}\}$ по базовому соотношению для числа обусловленности [12]:

$$C\{\mathbf{M}\} = \|\mathbf{M}\| \cdot \|\mathbf{M}^*\|, \quad (5)$$

где $\|\mathbf{M}\|, \|\mathbf{M}^*\|$ – соответственно какие-либо (обычно спектральные) нормы матриц $\mathbf{M}$ и псевдо обратной матрицы $\mathbf{M}^*$.

Возможности псевдообращения матриц позволяют сравнивать по грубости близкие по топологическим структурам системы, поскольку как установлено в работах [10, 13] множества грубых и негрубых систем образуют непрерывные множества, для которых показатель грубости $C\{\mathbf{M}\}$ может принимать непрерывные значения от 1 до ∞ . В этом случае, предполагается сравнение систем по грубости вводя показатели грубости

высокого порядка, а именно 2-го, 3-го и т.д. n -го порядка пользуясь процедурой псевдообращения и формулой (5) для матриц приближения 2-го, 3-го и т.д. n -го порядка в особых точках фазового пространства, которые соответствуют порядкам разложения в классический ряд Тейлора.

Теоретические результаты «метода топологической грубости», полученные в работах [4, 10, 13-17], позволяют управлять грубостью динамических систем, соответствующая теорема доказана в работе [10]. При этом, задача управления решается в классе систем с обратной связью с использованием метода модального управления на базе матричного уравнения Сильвестра [18].

Метод топологической грубости также позволяет определять бифуркации динамических систем на основе критериев разработанных в работах [13, 16, 17]. Более того, метод представляет возможности прогнозирования бифуркаций, а также управления параметрами бифуркаций. В работах автора [4, 16, 17], доказана следующая теорема.

Теорема 2. Для того чтобы в области G n -мерной ($n > 2$) ДС при значении параметра $q = q^*$, $q \in R^p$ возникла какая-нибудь бифуркация топологической структуры, необходимо и достаточно, чтобы:

- либо 1), в рассматриваемой области G , ДС существуют негиперболические (негрубые) особые точки (ОТ), или орбитально-неустойчивые предельные циклы (ПЦ), для которых имеет место равенство

$$C\{M(q^*)\} = \min \sum_{i=1}^p C_i\{M(q)\}, \quad (6)$$

где p – количество ОТ или ПЦ в области G ,

- либо 2), в области G ДС, имеются какие-либо грубые ОТ или ПЦ, для которых выполняется условие

$$C\{M(q^*)\} = \infty. \quad (7)$$

Метод топологической грубости систем, предполагает формализованность математической модели исследуемых систем.

В работах [4, 15, 16], в случае слабо формализуемых и не формализуемых математическими моделями систем, предлагается применение следующего подхода, а именно **подхода аналогий теоретико-множественной топологии и абстрактного метода** к исследованиям таких систем.

3. Основные положения подхода аналогий

Пусть задано некоторое множество M_1 , с которым связано множество M_2 , отношения которых определяется некоторым морфизмом $\rightarrow$, т. е. имеет место соотношение

$$M_1 \rightarrow M_2, \quad (8)$$

такое, что

$$F(M_1) = M_2, \quad (9)$$

где F – функтор, служащий отображением между множествами.

Определение 1. Соотношение (8) определяет некоторое пространство множеств $\{M\}$, в котором определена топология этого пространства T .

Определение 2. Особыми многообразиями μ пространства $\{M\}$ назовем особые точки, особые линии и многомерные многообразия в этом пространстве, где возможны определенные особые (сингулярные) разрывы в соотношении (9), в смысле топологии T .

Определение 3. Возмущением множества M назовем множество $F(M)$, такое что $M + F(M)$ образует *возмущенное множество* в пространстве $\{M\}$.

Определение 4. Вводится метрика δ для возмущений и метрика ε для возмущенных множеств.

Определение 5. Назовем топологию пространства $\{M\}$ вблизи некоторого особого многообразия μ грубой, если при малом возмущении δ множества M , возмущенное множество $M + F(M)$ будет отличаться от множества M не более чем на некоторое малое ε .

При введенных выше определениях можно воспользоваться всеми основными положениями теории и метода топологической грубости динамических систем, т. е. рассматривать вопросы максимальной грубости и минимальной негрубости и др.

Заключение. Социальная синергетика (социосинергетика) должна стать теоретической и методологической основой интеграции процессов государственного административного и социального управления, а также самостоятельного создания социальных систем. И в настоящее время основной проблемой социосинергетики как интенсивно развивающейся науки должно стать изучение взаимодействия порядка и хаоса в социальных системах и выявление хаоса сил, действующих в пределах параметров, заданных в управляемой системе, как организующего начала в процессе реформирования общества.

В связи со сложностью социальных систем, на перспективу ставится задача, проведения специальных исследований по поиску формальной модели, предложенной автором для определения бифуркаций и хаоса социальных систем на основе метода топологической грубости [4, 13-16] и подхода аналогий к неформализуемым системам, концепция которого приведена выше.

Список литературы

1. Хакен Г. Синергетика: иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Пер. с англ. - М.: Мир, 1985. – 423 с.
2. Князева Е. Н., Курдюмов С. П. Синергетика как новое мировидение: диалог с И. Пригожиным // Вопросы философии. - 1992. - №12. - С. 9-20.
3. Беленкова О.А. Социосинергетика о взаимосвязи управления и самоорганизации в социальных системах // Вестник Башкирского университета. – 2012. Т.17, № 4. – С. 1851-1856.
4. Оморев Р.О. Синергетика и хаос: Топологическая грубость и бифуркации. М.: ЛЕНАНД, 2022. – 160 с.
5. Поппер К. Открытое общество и его враги / Пер. с англ.; Под ред. В.Н. Садовского. Т.1. Чары Платона. – М.: Феникс, 1992. – 448 с.
6. Беленкова О.А. Социосинергетика о взаимосвязи управления и самоорганизации в социальных системах // Вестник Башкирского университета. – 2012. Т.17, № 4. – С. 1851-1856.
7. Ельчанинов М.С. Мировой экономический кризис: Культурно-синергетический взгляд // Вестник ПВГУС. Серия Экономика. Вып. 1(21), 2012. – С. 188-193.
8. Андронов А.А., Понтрягин Л.С. Грубые системы // Докл. АН СССР. 1937. Т.14. №5. С. 247-250.

9. Аносов Д.В. Грубые системы // Топология, обыкновенные дифференциальные уравнения, динамические системы: Сборник обзорных статей. 2. К 50-летию института (Труды МИАН СССР. Т.169). М.: Наука, 1985. С. 59-93.
10. Оморов Р.О. Максимальная грубость динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1991. № 8. С. 36-45.
11. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1966. 576 с.
12. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения / Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 454 с.
13. Оморов Р.О. Метод топологической грубости динамических систем: Приложения к синергетическим системам // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2020. Т. 20. № 2. С. 257-262.
14. Omorov R.O. Topological Roughness of Synergetic Systems // Journal of Automation and Information Sciences. 2012. V. 44. P. 61-70.
15. Omorov R. Theory of Topological Roughness of Systems. Beau Bassin: LAP LAMBERT, 2019. 213 p.
16. Оморов Р.О. Чувствительность, робастность и грубость динамических систем. М.: ЛЕНАНД, 2021. 304 с.
17. Акунов Т.А., Алишеров С., Оморов Р.О., Ушаков А.В. Матричные уравнения в задачах управления и наблюдения непрерывными объектами. Бишкек: Илим, 1991. 61 с.