

И.В. Бочкарев. E-mail: elmech@mail.ru

Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова,

К.К. Келебаев. E-mail: mskkkk@mail.ru

Бишкекский технический колледж.

г. Бишкек, Кыргызстан.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНИЗМОВ ЦЕНТРОБЕЖНОГО ДЕЙСТВИЯ

Рассмотрены вопросы аппроксимации характеристик «напор – расход» и «КПД – расход» для механизмов центробежного действия с использованием их паспортных данных. Показано, что аналитические зависимости, полученные путем аппроксимации указанных характеристик полиномами третьей степени, дают наиболее точные результаты. Приведено сравнение полученных и известных формул и произведена оценка их точности с использованием коэффициентов корреляции.

Ключевые слова: механизмы центробежного действия, турбомеханизмы, гидравлические характеристики, коэффициент полезного действия, аппроксимация, полином n – го порядка, коэффициент корреляции.

Введение. Силовые механизмы центробежного действия – это установки, которые широко используются практически во всех сферах деятельности человека: на каждом промышленном предприятии независимо от специфики и характера их технологического процесса, в сельском хозяйстве, бытовом секторе и т.д. К таким установкам относят насосные, вентиляционные, компрессорные, воздуходувные установки, дымососы и т.п. [1, 2, 3]. Они используются для перекачивания различных рабочих газообразных сред, жидкостей всех видов, а также механической смеси жидкостей с твердыми и коллоидными веществами. Такие механизмы можно объединить в один класс – турбомеханизмы (ТМ), так как их характеристики с точки зрения условий работы имеют много общего: момент имеет квадратичную зависимость от скорости, а потребляемая мощность приводного двигателя ТМ изменяется в кубической зависимости от частоты вращения.

ТМ имеют определённые технические характеристики, которые характеризуют их эксплуатационные возможности и с помощью которых возможен выбор ТМ для конкретных областей и способов применения. Две главные характеристики ТМ, которые описывают транспортируемую рабочую среду, – это производительность Q (расход) и давление H (напор). Под производительностью понимают объем перемещаемого воздуха или жидкости за единицу времени. Давление ТМ – это "сила", с которой транспортируемая среда выходит из выходного патрубка. Кроме того, одним из основных технических параметров ТМ является коэффициент полезного действия (КПД). Обычно характеристики $H(Q)$ и $\eta(Q)$ для конкретного ТМ задаются заводом-изготовителем в паспортной характеристике в виде таблиц или графиков при постоянных оборотах и свойствах перекачиваемой жидкости.

Для математического описания гидравлических характеристик ТМ как нагрузки приводного двигателя, в инженерных расчетах используют приближенные (обычно квадратичные) зависимости. Однако это приводит к значительным, а в совокупности – к недопустимым погрешностям в проектных, проверочных, сопоставительных расчетах. В то же время применение современных компьютерных приложений позволяет получить более точное аналитическое описание таких функций. Одним из удобных и точ-

ных вариантов является использование математического приложения «Mathcad», позволяющего произвести аппроксимацию зависимостей $H(Q)$ и $\eta(Q)$.

Постановка задачи. Представление совокупности некоторых данных некоторой функцией $y(x)$ является широко распространенной задачей. Задача регрессии заключается в получении параметров этой функции такими, чтобы функция приближала «облако» исходных точек (заданных векторами VX, VY) с наименьшей среднеквадратичной погрешностью. Для проведения различных вариантов регрессии в систему «Mathcad» встроен ряд использованных ниже функций [4]. Применим этот компьютерный математический аппарат для аналитического описания зависимостей «напор – подача» (напорная характеристика $H(Q)$) и «КПД – подача» $\eta(Q)$ ТМ, используя их паспортные данные. Разработка уточненных аналитических выражений для расчета указанных характеристик ТМ является актуальной задачей, имеющей практическую ценность.

Полученные результаты. Изменение напора и КПД механизма при регулировании подачи являются важнейшими характеристиками ТМ. Определяются они по паспортной характеристике, представляемой заводом-изготовителем. Однако, для аналитических расчетов необходимо иметь математическое выражение напорной характеристики. В аналитических расчетах для описания этой кривой используют различные варианты аппроксимации. Мы предлагаем аппроксимировать кривые $\eta(Q)$ полиномом n -го порядка с дальнейшим определением целесообразной величины степени n .

Характеристики центробежного насоса (ЦН), приведенные заводом – изготовителем, представляем в виде матрицы:

$$M := \begin{pmatrix} 0 & 0,144 & 0,288 & 0,432 & 0,576 & 0,720 & 0,854 & 1,008 & 1,152 \\ 1,367 & 1,358 & 1,337 & 1,329 & 1,283 & 1,225 & 1,117 & 1,0 & 0,95 \\ 0 & 0,34 & 0,58 & 0,72 & 0,80 & 0,86 & 0,87 & 0,84 & 0,82 \end{pmatrix}$$

В этой матрице первая строка – это подача Q (о.е.), вторая строка – напор H (о.е.), третья строка – КПД η (о.е.). Соответственно, в транспонированной матрице $M^T := data$ ($:=$ - знак присвоения значения в Mathcad):

$$Q := data^{<0>; H := data^{<1>; \eta := data^{<2>}$$

Выполним одномерную полиномиальную аппроксимацию таблично заданных характеристик ЦН. Вычисление коэффициентов полинома осуществим с помощью встроенной в Mathcad функции $regress(VX, VY, n)$, где VX, VY – векторы с координатами исходных данных, n – порядок полинома. Для построения аппроксимирующей зависимости воспользуемся встроенной функцией $interp(VK, VX, VY, x)$, где VK – вектор коэффициентов, рассчитанных функцией $regress$; x – рассчитываемая точка. Полученный полином наилучшим образом приближается к исходному «облаку» точек с координатами, хранящимися в векторах VX и VY . Подробно рассмотрим аппроксимацию напорной характеристики $H(Q)$ полиномом второго порядка

$$H(Q) = a_0 + a_1 Q + a_2 Q^2.$$

Задаем степень полинома, равной 2, $n=2$, тогда вектор для вычисления полинома будет иметь следующий вид

$$z = regress(Q, H, n).$$

Для вычисления коэффициентов полинома регрессии используем функцию $submatrix$:

$$coeffs := submatrix(z, 3, length(z) - 1, 0, 0).$$

В результате получаем коэффициенты нулевого, первого и второго порядков искомого полинома:

$$coeffs^T = (1,364 \quad 0,055 \quad -0,79).$$

Таким образом, зависимость $H(Q)$ представлена полиномом второй степени

$$H1(Q) := 1,364 + 0,055 \cdot Q - 0,379 \cdot Q^2. \quad (1)$$

Ниже приведены расчеты аппроксимации напорной характеристики полиномом третьего порядка $H2(Q)$, а также аппроксимации зависимости $\eta(Q)$ полиномами второй $\eta1(Q)$ и третьей $\eta2(Q)$ степени:

$$\begin{aligned} n = 3; \quad z1 &= regress(Q, H, n); \quad coeffs := submatrix(z1, 3, length(z1) - 1, 0, 0); \\ coeffs^T &= (1,356 \quad 0,17 \quad -0,643 \quad 0,153); \\ H2(Q) &:= 1,356 + 0,17 \cdot Q - 0,643 \cdot Q^2 + 0,153 \cdot Q^3. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} n = 2; \quad z2 &= regress(Q, \eta, n); \quad coeffs := submatrix(z2, 3, length(z2) - 1, 0, 0); \\ coeffs^T &= (0,047 \quad 2,032 \quad -1,212); \\ \eta1(Q) &:= 0,047 + 2,032 \cdot Q - 1,212 \cdot Q^2. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} n = 3; \quad z3 &= regress(Q, \eta, n); \quad coeffs := submatrix(z3, 3, length(z3) - 1, 0, 0); \\ coeffs^T &= (4,564 \cdot 10^{-3} \quad 2,66 \quad -2,654 \quad 0,834); \\ \eta2(Q) &:= 4,564 \cdot 10^{-3} + 2,66 \cdot Q - 2,654 \cdot Q^2 + 0,834 \cdot Q^3. \end{aligned} \quad (4)$$

Представляет интерес сравнение полученных результатов с вариантами аппроксимации, предложенными различными авторами ранее.

Напорная характеристика насоса в [5] описывается как

$$H_n(Q) = H_0(1 - C_H Q^2), \quad (5)$$

где H_0 - напор насоса при закрытой задвижке (о.е.), т.е. при $Q = 0$; C_H - коэффициент, определяемый по паспортной характеристике насоса.

Коэффициент C_H определяется из условия $H = 1$ при $Q = 1$:

$$C_H = 1 - \frac{1}{H_0}.$$

На рис. 1 приведена кривая, рассчитанная по (5) при паспортном значении $H_0 = 1,367$.

В аналитических расчетах для описания кривой изменения КПД насоса при регулировании подачи используют различные варианты аппроксимации. Так, в [6] предлагается представление зависимости $\eta(Q)$ в виде

$$\eta_n = (2Q - Q^2)\eta_n, \quad (6)$$

где η_n - номинальное значение КПД данного насоса.

На рис. 1а, б представлены результаты расчетов функций, аппроксимирующих зависимости $H(Q)$, $\eta(Q)$ по формулам (1) ÷ (6), причем номер кривой совпадает с номером формулы. Крестиками обозначены зависимости, данные в паспортных характеристиках насоса.

Оценить точность аппроксимации можно, используя значения коэффициента корреляции. С помощью встроенной в приложение «Mathcad» функции «corr(X, Y)», которая возвращает скаляр-коэффициент корреляции Пирсона, находим коэффициенты корреляции полученных кривых напорной характеристики и КПД ЦН.

Коэффициенты корреляции в данных случаях равны:

$$\begin{aligned} \text{corr}(\eta_n(Q), \eta) &= 0,974 & \text{corr}(H_n(Q), H) &= 0,992 \\ \text{corr}(\eta_1(Q), \eta) &= 0,995 & \text{corr}(H_1(Q), H) &= 0,995 \\ \text{corr}(\eta_2(Q), \eta) &= 0,999 & \text{corr}(H_2(Q), H) &= 0,996 \end{aligned}$$

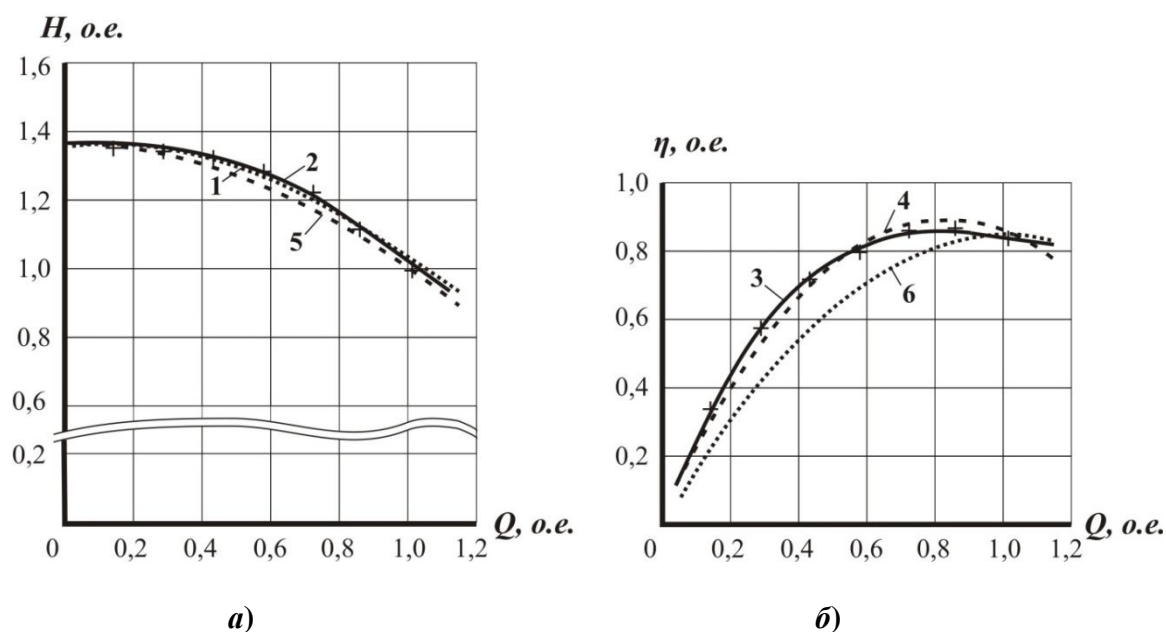


Рис. 1. Характеристики ЦН, рассчитанные по различным аппроксимирующим формулам:

а) – напорная характеристика $H(Q)$; б) – зависимость КПД $\eta(Q)$

Видно, что предложенные аппроксимационные аналитические зависимости для расчета напорной характеристики $H(Q)$ и зависимости $\eta(Q)$ дают наиболее точные результаты по сравнению с известными формулами.

Заключение. В результате проведенного исследования выполнена полиномиальная аппроксимация таблично заданных параметров ТМ, которые завод-изготовитель ТМ получает экспериментальным путем. Получены аналитические зависимости КПД $\eta(Q)$ и напорной характеристики $H(Q)$ в виде полиномов второго и третьего порядка, которые без каких-либо затруднений могут быть использованы в дальнейших аналитических расчетах и исследованиях энергетических характеристик электропривода ТМ.

Литература

1. Черкасский В. М. Насосы, вентиляторы, компрессоры. – М.: Энергоатомиздат. – 1984. – 416 с.
2. Карелин В.Я. Насосы и насосные станции. – М.: Стройиздат. – 1986. – 154с.
3. Колпаков Л.Г. Центробежные насосы магистральных нефтепроводов. – М.: Недра, 1985. – 286 с.
4. Дьяконов В. П. MathCad 8/2000: Специальный справочник. – СПб: Питер. – 2001. – 592 с.
5. Мустафин М.А., Мустафин Е.М. Энергосберегающие системы электропривода центробежных насосных агрегатов. – Алматы. – 2009. – 248 с.
6. Галеев В.Б., Карпачев М.З., Харламенко В.И. Магистральные нефтепродуктопроводы – М.: Недра. – 1988. – 293 с.