МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ НОВЫХ МЕТОДОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ НА БАЗЕ ОБЩЕГО ПАРАМЕТРА

Сыздыков Д.Ж., Омирбекова Ж.Ж.
КазНТУ имени К.И. Сатпаева, Казахстан, zhanar_omirbekov@mail.ru

Трудности решения ряда важных практических задач, например, задач большой размерности, приводит к пересмотру определенных положений существующей теории и практики идентификации. В этих условиях асимптотическая точность оценок не является определяющей по сравнению с требованием быстро и возможно с меньшими затратами получить приближенное решение задачи идентификации. Решение этой задачи может быть достигнуто путем разработки таких методов и, алгоритмов, которые дают возможность получать оценки параметров моделей высокой размерности более высокой точности при конечном числе наблюдений по сравнению с известными методами и алгоритмами.

1. Постановка задачи

Рассматривается общая задача идентификации сложной системы (объекта) **s** с некоторыми структурами, характеризуемые конечномерным вектором θ, в режиме нормальной работы.

Предположение 1. Система **s** является полностью управляемой и наблюдаемой системой и представляется эквивалентной моделью $m(\hat{\theta})$, допускающей параметризацию вектором параметров $\hat{\theta} \in R^n$, где R^n - параметрическое пространство с метрикой $\rho(\theta, \hat{\theta})$.

Наблюдаются случайные временные последовательности входных воздействий $\{u(t)\}$ и выходных величин $\{x(t)\}$, порождаемых системой s, которые удовлетворяют определенным экспериментальным условиям **e**.

Предположение 2. Случайные процессы (u,x) имеют конечные дисперсии, причем $u(t) \in R^n$, $x(t) \in R^r$, $\forall t \in T$, где T - множество целых чисел. Даётся совокупность F_s функций $f(t, x, u, \hat{\theta}) \in R^r$.

Функция $f(t, x, u, \hat{\theta})$ по наблюдениям системы позволяет вычислять значения $\hat{x}(t/\hat{\theta})$, определяющее прогноз вектора x в момент времени t, т.е.

$$\hat{x}(t/\hat{\theta}) = f(t, x, u, \hat{\theta}).$$

Предположение 3. Функция $f(t, x, u, \hat{\theta})$ является линейной по $\hat{\theta}$, но не обязательно линейной по t, x, u и представляет собой измеримую функцию, для которой имеет место соотношение

$$\hat{x}(t) = f(t-\tau, z^{-\tau}x, \ z^{-\tau}u, \ \hat{\theta}) = f(t, x, u, \hat{\theta}), \forall \tau \in T,$$

где $z^{-\tau}\ \hat{x}(t) = x(t-\tau)$.

Так для системы с одним входом u(t) и одним выходом x(t) модель может быть представлена уравнением вида

$$\hat{x}_i(t) = \hat{\theta}^T f_i(z(t)) \ , \qquad (1)$$

где $f_i(z(t)) - n_i$-мерная вектор-функция; $\hat{\theta} - n_i$-мерный вектор параметров модели.

Элементами вектора z(t-1) могут быть прошлые значения входов $u(t-\hat{d}_i-1), \ldots, u(t-\hat{d}_i-\hat{n}_i)$ и (или) выходов $x(t-1), \ldots, u(t-n_i)$ и их произведения. Здесь $\hat{n}_i$, и $\hat{d}_i$ – порядок модели и запаздывание соответственно.

Предположение 4. Если последовательность образованная соотношением $\nu(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ последовательности $\{x(t)\}$ и модели (1) с параметрами $(f_i, \hat{\theta}, \hat{n}_i, \hat{d}_i)$ имеет нормальное распределение, то уравнение

$$x_i(t) = \theta^T f_i(z(t)) + \nu_i(t), \qquad (2)$$

описывает действительные условия функционирования системы, а параметры модели являются истинными.

Тогда задача идентификации заключается в оценке выбора $\hat{\theta}$ по экспериментальным данным *e* таким образом, чтобы по наблюдениям за входными и выходными величинами $\{z(t)\}$ достичь определенного соответствия модели $(\hat{\theta})$ системе **s**, которое оценивается критерием качества $J(\hat{\theta})$. Решение данной задачи возможно получить с использованием различных известных методов идентификации *i*, которые обеспечивают сходимость оценки $\hat{\theta}(t)$ к θ в определенном смысле при $t \to \infty$.

В этом случае систему идентификации I можно описать четверкой {**s**, **m**, **e**, **i**} и оценку параметров в момент времени t обозначить как $\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t; I)$. Отметим, что $\hat{\theta}(t; I)$ может рассматриваться как детерминированная функция или как случайная последовательность.

Определение 1. Система **s** идентифицируема для **I**, если $\delta > 0$ и параметрически идентифицируема, если $\delta = 0$.

Данное определение приведено независимо от методов оценивания **i** и предполагает такие структуры рекуррентных алгоритмов, которые обеспечивают выполнение условия сходимости

$$\rho(\hat{\theta}(t; I), \theta) < \rho(\hat{\theta}(t-1; I), \theta).$$

В практических задачах обычно имеет место малая точность исходных данных, а также несоблюдение предположений об условиях сходимости последовательности оценок $\hat{\theta}(t; I)$ к их истинным значениям θ. Это вызвано выбором конструкций самих моделей для описания системы, реализацией схем алгоритмов различных методов, а также свойствами исходных данных и наблюдений, при которых сходимость $\mathbf{m}\hat{\theta}(t; I)$ к θ не гарантируется для ряда промежутков или всего интервала времени наблюдения.

Определение 2. Если для элементов {**s**, **m**, **e**, **i**} системы идентификации **I** параметрические оценки заданной точности не могут быть получены известными методами идентификации, то классифицируемая система **s** условно определяется как "система или объект высокой размерности".

Введенное определение не связано с известным понятием идентифицируемости системы, поскольку понятие идентифицируемости определены, исходя из принципиальной возможности оценивания параметров модели известной структуры. В этом случае отмеченная выше задача идентификации может быть решена с учетом применения новых конструкций моделей $\mathbf{m}_k$ и схем оценивания $\mathbf{i}_k$ вектора параметров θ. Тогда система идентификации I_k определяется четверкой {**s**, $\mathbf{m}_k$, **e**, $\mathbf{i}_k$}. Оценку параметров в момент времени t можно обозначить как $\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}\,(t; I_k)$.

Требования по быстродействию конструируемых алгоритмов должны обеспечивать в виде соблюдения условия

$$\rho(\hat{\theta}(t; I), \theta) > \rho(\hat{\theta}(t) : I_k), \theta),$$

где I, I_k – обозначают известные и конструируемые системы идентификации, используемые для нахождения параметра θ. При этом задача оценивания с учетом требований по быстродействию тесно связана с акселеризацией оценок. Под акселеризацией оценок (по Я.З. Цыпкину) [1] было принято называть "любые способы ускорить получения оценок заданной точности и улучшать асимптотические свойства". Естественно, что решение данной задачи идентификации возможно проводить за счет усложнения реализации алгоритмов, т.е. всей структуры системы идентификации, что обычно и предлагают известные подходы.

При разработке новых подходов идентификации является очевидным, чтобы они обеспечивали более высокую эффективность их использования относительно известных методов оценивания. Будем теперь полагать, что система идентификации I_k с элементами {**s**, **m**$_k$, **e**, **i**$_k$}более проста как в реализации, так и качеству ее функционирования относительно системы идентификации I с элементами {**s**, **m**, **e**, **i**}. Тогда система идентификации I является структурно - избыточной или условно-избыточной относительно системы I_k при конечных интервалах времени наблюдения.

Когда имеет место параметрическая идентифицируемость, то для обеих систем идентификации I и I_k при $t \to \infty$ оценки $\hat{\theta}(t)$, сходятся к одному и тому же параметру θ или $\rho(\hat{\theta}(t; I), \theta) \to \rho(\hat{\theta}(t; I_k), \theta) \to 0$. В практических условиях оценивания параметров имеют большое значение свойства системы идентификации при конечных интервалах времени наблюдения. Если $\rho(\hat{\theta}(t; I), \theta) \to \rho(\hat{\theta}(t; I_k), \theta)$ для всех $t \in T$, то система I является условно избыточной относительно системы I_k при конечных интервалах времени наблюдения. В этих случаях система I_k имеет более высокую скорость сходимости и точность оценивания относительно системы I. При этом начальные значения не оказывают существенного влияния на асимптотические свойства системы I_k.

В аспекте сформулированной проблемы методология, теория, математические модели и алгоритмы методов общего параметра [2, 3] могут служить основой для построения систем идентификации объектов и процессов широкого класса с обеспечением требований по быстродействию и простоте реализации, а также улучшения существующих методов идентификации.

2. Теоретическое обоснование условий избыточности

Предположим теперь, что система описывается уравнением вида (2) Если модель представлена аналогичной структурой с учетом общего параметра в виде

$$\hat{x}(t) = f[\hat{\theta}, z(t), \beta], \tag{3}$$

то задачу оценки параметров возможно свести к определению такого вектора параметров $\hat{\theta}$ модели путем изменения общего параметра β, чтобы обеспечить в некотором смысле приближение последовательности модели $\hat{x}(t)$ к выходу системы x(t). Случай, когда задача оценивания θ решается путем изменения вектора параметров $\hat{\theta}$ при заданном β представляет собой широко известные процедуры идентификации. Возможны и комбинированные методы, сочетающие оба подхода в различных схемах идентификации метода общего параметра.

Сравнительный анализ качества оценивания методом общего параметра относительно известных методов проведен, когда задача идентификации, решается с использованием модели параллельного типа. Здесь процесс идентификации осуществляется на определенном интервале времени таким образом, чтобы по известным значениям входного воздействия z(t) и выходной величины объекта x(t) при наличии случайной ненаблюдаемой помехи $\nu(t)$ t=1,…,N воздействующей на объект, определить вектор неизвестных параметров θ. Выход настраиваемой модели $\hat{x}(t)$ рассчитывается с учетом значений оценок $\hat{\theta}$ при традиционном подходе индивидуального изменения всех параметров модели по наблюдениям входного воздействия, выходных величин объекта и модели. Для предлагаемого метода осуществляется изменение параметра β. Возможны и различные комбинированные реализации данных подходов. Разность выходных сигналов объектов и настраиваемой модели $\varepsilon(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ используется для формирования критерия качества идентификации

$$J(\hat{\theta}) = M\{Q[\varepsilon(t), \hat{\theta}, \beta]\},$$

где $Q(\cdot)$ – заданная функция потерь; $\hat{\theta} - n$-мерный вектор оценок параметров; β – общий параметр.

Если структура объекта задана с точностью до вектора неизвестных параметров, то ставится задача оценивания параметров и близость структур объема и модели понимается смысле близости истинных значений параметров θ и их оценок $\hat{\theta}$.

Пусть модель (3) представлена без учета общего параметра как

$$\hat{x}(t) = \hat{\theta}^T(t-1)\,u(t).$$

Для оценивания параметров воспользуемся рекуррентной процедурой вида

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) - \Gamma(t)[x(t) - \theta^T(t-1)\,u(t)]\,u(t), \tag{4}$$

где $\Gamma(t)$ - матрица усиления.

Рассмотрим задачу оценивания параметров, когда дискретная система идентификации представлена уравнениями (1), (2), (3). Положим, что имеет место коррелированная связь между входными переменными. Данное условие при оценивании вектора параметров высокой размерности в условиях нормальной работы фактически всегда имеет место.

С этой целью рассмотрим алгоритм (4) и определим для него матрицу усиления в виде $\Gamma(t) = \gamma E$, где E – единичная матрица, $\gamma > 0$. Если представить параметрический вектор ошибки как $r(t) = \theta - \hat{\theta}(t)$, то алгоритм (4) можно записать в виде

$$r(t) = [E - \gamma\, u(t) u^T(t)]\, r(t-1). \tag{5}$$

Пусть входная последовательность u(t) удовлетворяет условиям

$$M\{u_i(t)u_i(t)\} = \sigma^2, \quad M\{u(t)u^T(t)\} = \sigma^2 K, \; M\{u(t)\} = 0, \tag{6}$$

где все компоненты случайного вектора *u(t)* имеют нулевые средние значения, равные дисперсии, и ковариации $\sigma^2 k_{ij}$. Примем $k_{ij} = k<1 \; (i \neq j)$.

Используя выражение (5), запишем значение квадрата нормы параметрических рассогласований при независимых входных переменных (k=0) и после t шагов оценивания в виде

$$M\{\| r(t) \|^2\} = \left(1 - \frac{1}{n+2}\right)^t \| r(0) \|^2. \tag{7}$$

Из (7) следует, что ошибка идентификации уменьшается по экспоненциальному закону и скорость сходимости зависит от числа оцениваемых параметров n. При этом выражение (7) характеризует максимально возможное уменьшение ошибки на каждом шаге оценивания, когда $\gamma = \left[(n+2)\sigma^2\right]^{-1}$ выполняются предположения для свойств входных и выходных сигналов. При наличии корреляции между входными переменными выражение (7) при оптимальном γ от начальной ошибки после t шагов оценивания можно записать в виде

$$M\{\| r(t) \|^2\} = \left(1 - \frac{1-k}{n+2(1-k)}\right)^t \| r(0) \|^2. \tag{8}$$

При k = 1 уточнение оценок не представляется возможным. При k=0 справедливо выражение (7).

В этом случае векторное параметрическое управление эквивалентно скалярному управлению. Оценка параметров может быть представлена в виде $\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}^*(t) + \beta(t) I$, где I - единичный вектор; $\beta(t)$ - настраиваемый общий параметр. При этом теперь определены два канала настройки параметров: основной векторный канал и дополнительный скалярный канал. Дополнительный канал влияет на основной канал так, что при слабой корреляции между входными переменными осуществляется настройка параметров основным векторным каналом, а при сильной корреляции - дополнительным скалярным каналом путем настройки общего параметра $\beta(t)$. Таким образом, при увеличении корреляции между входными переменными увеличивается влияние дополнительного канала и схема оценивания n параметров становится избыточной, т.е. может быть реализована с использованием каналов настройки параметров пониженного порядка.

На рис. 1 представлена зависимость $M\{\| r(t) \|^2\} / \| r(0) \|^2$ от времени для различных значений k. На рис. 1 данные условия для (8) приведены соответственно линией 1 и кривой 0 при $n = 10$. Все промежуточные кривые процесса точности оценивания для $0 \leq k \leq 1$ находятся в области I над кривой 0, т.е. скорость сходимости оценивания параметров с увеличением корреляции между входными переменными уменьшается. В общем случае данное положение хорошо известно в теории идентификации. Кривые 3 и 4 показывают, что на начальном этапе до моментов времени t_3, t_4 точность оценивания n параметров при наличии корреляции между входными переменными выше, чем при отсутствии корреляции и кривые изменения ошибок расположены в области 2. В этом случае имеет место избыточность каналов настройки и фактически схема оценивания эквивалентна схеме пониженного порядка m (m<n). Уточнение ошибок оценивания после моментов времени t_3, t_4 когда кривые 3 и 4 расположены в области 1 свойства системы идентификации меняются на противоположные, т.е. точность оценивания при наличии корреляции между входными переменными становится ниже, чем при отсутствии корреляции.

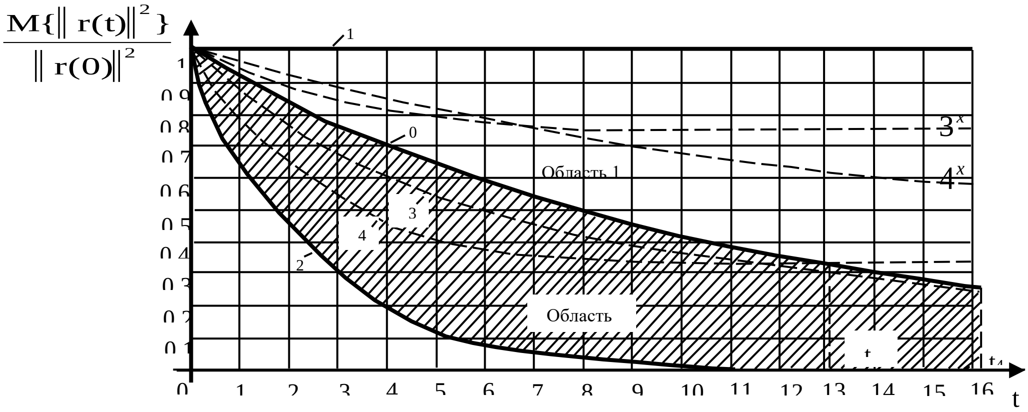

Рисунок 1.

Кривые 3* и 4* находятся в области 1 и также показывают изменение ошибок при аналогичных ситуациях, что и для кривых 3 и 4. Тогда условие избыточности каналов настройки не имеют место, и точность оценивания ухудшается.

Однако в теории и практике идентификации решение задачи оценивания вектора параметров высокой размерности при корреляции между входными переменными осуществляются именно для данного случая. Это связано как с произвольным выбором начальных условий, которые определяют поведение системы в области I (рис. 1), так и стремлением получать состоятельные при большом интервале "наблюдений до конца", когда уточнение ошибок при увеличении числа наблюдений характеризуется изменением условий оценивания при переходе системы из области 2 в область 1.

Для этих случаев наличие корреляции вызывает нежелательные эффекты, которые отражаются на точность и скорость оценивания. Здесь поведение истинной системы идентификации фактически эквивалентно поведению системы более высокого порядка при отсутствии корреляции между входными сигналами.

Литература

1. Цыпкин Я.З. Информация теория идентификации. – М.:Наука, 1995.-336 с.
2. Ашимов А.А., Сыздыков Д.Ж. Идентификация методом общего параметра// Справочник по теории автоматического управления/ Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987, с.263-237.
3. Сыздыков Д.Ж., Юсупов Р.М. Идентификация технических объектов. – Алматы, 1994. – 228 с.