АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ С РАСШИРЕННОЙ ОШИБКОЙ СИСТЕМАМИ С ВХОДНЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Е.Л.Миркин
Международный университет Кыргызстана, eugene_mirkin@mail.ru

С проблемой управления системами с входным запаздыванием разработчики встречается в различных инженерных приложениях, таких как транспортные и коммуникационные системы, химические процессы, энергетические системы. Наличие запаздывания в математическом описании объектов оказывает существенное влияние на устойчивость и качество процессов управления. В связи с этим актуальной является разработка новых методов и алгоритмов управления такими системами. Каким бы методом не решалась данная проблема управления, для эффективного ее решения необходим явный или неявный прогноз выхода объекта на время запаздывания в канале управления. В большинстве реальных систем имеет место наличие неопределенности в математическом описании объекта, что ведет к упреждению неопределенного объекта адаптивными методами. Существуют два основных подхода, используемых при синтезе систем управления в условиях неопределенности, робастный и адаптивный. Проблема управления системами с запаздыванием в условиях неопределенности решалась многими авторами в классе робастных [1] и адаптивных систем [2]. Большинство предлагаемых решений синтеза алгоритмов адаптивного управления такими системами, базировались на использовании блоков распределенного запаздывания [3, 4], технически сложно реализуемых. В данной работе, для управления системами один вход один выход с входным запаздыванием, предлагается новая структура управляющего устройства с модельным упреждением [5, 6, 7], использующая схему фильтрации минимальной сложности [8]. Отметим, что полученная структура адаптивного управления содержит только блоки с сосредоточенным запаздыванием, что упрощает практическое применение таких систем.

Постановка задачи.

Рассмотрим класс управляемых систем, динамика которых описывается линейным дифференциальным уравнением с входным запаздыванием вида:

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + b_p u(t-\tau), \qquad (1)$$
$$y(t) = c_p^T x(t),$$

где $x \in \mathrm{P}^n$ – вектор состояния, $u \in \mathrm{P}$ – управляющий вход, $y \in \mathrm{P}$ – измеряемый выход объекта. Постоянная матрица A_p и векторы b_p, c_p соответствующих размеров неизвестны, τ – известное время запаздывания в канале управления.

Передаточную функцию системы (1) обозначим $W_0(s)$:

$$W_0(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = c_p^T (sI - A_p)^{-1} b_p e^{-\tau s} = k_p \frac{B_0(s)e^{-\tau s}}{A_0(s)}, \qquad (2)$$

$$A_0(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots a_1 s^1 + a_0, \qquad (3)$$
$$B_0(s) = s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \ldots b_1 s^1 + b_0,$$

где n, m – порядки полиномов ($m < n$); $a_i\ (i = \overline{0, n-1}), b_j\ (j = \overline{0, m-1})$ – неизвестные коэффициенты полиномов; k_p – неизвестный коэффициент усиления объекта на высоких частотах, $sign(k_p)$ считается известным.

Эталонную моделью зададим в виде

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + b_m r(t-\tau),$$
$$y_m(t) = c_m^T x_m(t), \quad (4)$$

где $x_m \in \mathrm{P}^{n_1}$ – вектор состояния модели, $r \in \mathrm{P}$ – задающее воздействие, $y_m \in \mathrm{P}$ – измеряемый выход модели. Постоянная матрица A_m и векторы b_m, c_m соответствующих размеров известны. Соответственно передаточная функция эталонной модели $W_m(s)$ определится выражением

$$W_m(s) = \frac{y_m(s)}{r(s)} = c_m^T(sI - A_m)^{-1} b_m e^{-\tau s} = k_m \frac{Z(s)e^{-\tau s}}{P(s)}, \quad (5)$$

k_m – коэффициент усиления модели на высоких частотах, полиномы $Z(s)$ и $P(s)$ имеют похожую на объект структуру.

Требуется найти такой закон управления $u(t)$, который обеспечивает асимптотическое стремление к нулю ошибки $e(t) = y(t) - y_m(t)$ для произвольных начальных условиях и произвольных ограниченных сигналов $r(t)$. Таким образом целевое условие для системы управления приобретает следующий вид

$$\lim_{t\to\infty}\left[e(t) = y(t) - y_m(t)\right] = 0. \quad (6)$$

Об объекте (2) и модели (5) делаются следующие предположения:

- Для получения управления $u(t)$ могут быть использованы только вход и выход объекта.
- Передаточная функция объекта без учета временного запаздывания $k_p \dfrac{B_0(s)}{A_0(s)}$ – *устойчивая и минимально фазовая* (полиномы $A_0(s)$ и $B_0(s)$ – гурвицевы).
- Объект и модель являются полностью наблюдаемыми и управляемыми (пары приведенных полиномов (B_0, A_0) и (Z, P) являются взаимно простыми).
- Эксцесс полюсов передаточной функции объекта $W_0(s)$ совпадает с эксцессом полюсов передаточной функции эталонной модели $W_m(s)$

$$n^* = deg(A_0) - deg(B_0) = deg(P) - deg(Z). \quad (7)$$

Синтез адаптивного регулятора.

В соответствии с [8], для использования в разомкнутом управлении введем следующую схему фильтрации для сигналов $\omega_{y_{mpr}}, \omega_u \in \mathrm{P}^m$, $\omega_r \in \mathrm{P}^N$ и $u_{rf}(t) \in \mathrm{P}$:

$$\dot{\omega}_{y_{mpr}}(t) = \Lambda_2 \omega_{y_{mpr}}(t) + h_2 y_m(t+\tau\,|\,t), \quad \omega_{y_{mpr}}(0) = 0,$$
$$\dot{\omega}_u(t) = \Lambda_2 \omega_u(t) + h_2 u(t), \qquad \omega_u(0) = 0, \quad (8)$$
$$\dot{\omega}_r(t) = \Lambda_1 \omega_r(t) + h_1 u_{rf}(t), \qquad \omega_r(0) = 0,$$
$$\dot{u}_{rf}(t) = -(1/T) u_{rf}(t) + k_l u_r(t), \qquad u_{rf}(0) = 0,$$

где $\Lambda_1 \in \mathrm{P}^{N\times N}, \Lambda_2 \in \mathrm{P}^{m\times m}$ – диагональные матрицы постоянных коэффициентов вида:

$$\Lambda_1 = diag(-\delta_i), i = (\overline{1,N}), \quad \Lambda_2 = diag(-\lambda_j),\ j = (\overline{1,m}),$$

$h_1 \in \mathrm{P}^N, h_2 \in \mathrm{P}^m$ – единичные векторы. Заметим, что суммарный порядок фильтрационной системы (8) соответствует $2m+N+1=n+m$. Очевидно, что сигнал упреждения детерминированной эталонной модели $y_m(t+\tau\,|\,t)$, используемый в (8) для формирования вектора $\omega_{y_{mpr}}$, может быть легко получен путем пропуска сигнала $r(t)$ через передаточную функцию эталонной модели $W_m(s)$ без учета временного запаздывания.

Далее можно утверждать, что в соответствии с [8], существуют такой блочный вектор $\Theta^* \in \mathrm{P}^{(m+m+N+1+1)}$

$$\Theta^{*T} = \rho[\alpha^T, -\beta^T, -\eta^T, -\eta_0, 1],\ \rho = \frac{1}{k_p},$$

что управление вида

$$u(t) = \Theta^{*T}\Omega_m(t), \tag{9}$$
$$\Omega_m(t) = [\omega^T_{y_{mpr}}(t), \omega^T_u(t), \omega^T_r(t), u_{rf}(t)\, u_r(t)]^T,$$

обеспечивает полное совпадение передаточной функции объекта и эталонной модели.

Синтез алгоритма управления рассмотрим для случая, когда эксцесс полюсов передаточной функции объекта $n^* = 1$ ($L(s) = 1$).

Закон адаптивного управления зададим в виде

$$u(t) = \Theta^T(t)\Omega_m(t), \tag{10}$$

где $\Theta \in \mathrm{P}^{(n+m+1)}$ – вектор настраиваемых параметров. Уравнение для ошибки $e(t)$ с учетом (8) и (10) примет вид

$$\dot{E}_{f1}(t) = A_{11}E_{f1}(t) + B_{u1}\frac{1}{\rho}\left[\Theta(t-\tau) - \Theta^*\right]^T \Omega_m(t-\tau), \tag{11}$$
$$e(t) = C^T_{f1}E_{f1}(t),$$

где $B_{u1} = B_{u1}\rho$. Передаточная функция данной системы, без учета временного запаздывания, является ***строго положительно–действительной*** и определяется в соответствии с [8] как

$$W_e(s) = C^T_{f1}(sI - A_{11})^{-1}B_{u1}e^{-\tau s} = \frac{F(s)}{A_0(s)}e^{-\tau s}. \tag{12}$$

Как видно из выражения (11), использовать для синтеза адаптивного регулятора классическую схему, основанную на прямом методе Ляпунова, мешает временное запаздывание τ в сигнале $\Theta(t-\tau)$. Для решения данной проблемы, воспользуемся концепцией предложенной Монополи [9] и развитой в работах [5, 6, 7]. При этом, осуществим модификацию схемы Монополи для разомкнутой структуры регулятора оставив ее главные элементы: *вспомогательную модель и расширенную ошибку*.

Зададим сигнал *расширенной ошибки* в виде

$$e_a(t) = e(t) - y_a(t) = y(t) - y_m(t) - y_a(t), \tag{13}$$

где y_a – выход *вспомогательной модели*, которую определим уравнением

$$y_a(s) = W_a(s)u_a(s), \tag{14}$$
$$W_a(s) = \frac{L(s)}{R(s)} = \frac{1}{R(s)} = \frac{T}{Ts+1},$$

где u_a – управляющий вход вспомогательной модели, который будет определен ниже.

Новую цель управления определим в виде

$$\lim_{t\to\infty} e_a(t) = 0. \tag{15}$$

Очевидно, что если потребовать выполнение целевых условий (15) и

$$\lim_{t\to\infty} y_a(t) = 0, \qquad (16)$$

то будет выполнена исходная цель управления (6).

Управляющий вход вспомогательной модели зададим уравнением

$$u_a(t) = \psi(t)\xi(t) + ke_a(t)m^2(t), \qquad (17)$$

где $k > 0$ – произвольная константа, $\psi(t) \in \mathrm{P}$ – настраиваемый параметр

$$\begin{aligned} &\xi(t) = \Theta(t-\tau)^T \Omega_{mpr}(t-\tau) - \Theta(t)^T \Omega_{mpra}(t), \\ &\Omega_{mpra}(t) = \Omega_{mpr}(t-\tau) + \left[\omega^T_{\lambda y_a}(t) \quad 0 \quad y_a(t)\right]^T, \\ &m(t) = \sqrt{\Omega^T_{mpra}(t)\Omega_{mpra}(t) + \xi^2(t)}. \end{aligned} \qquad (18)$$

Тогда уравнение возмущенного движения для расширенной ошибки $E_a(t) = E_{f1}(t) - Y_a(t)$ в соответствии с [8] примет вид

$$\begin{aligned} &\dot{E}_a(t) = A_{11}E_a(t) \\ &+ B_{u1}\left[\left(\frac{1}{\rho} - \psi(t)\right)\xi(t) + \frac{1}{\rho}\left[\Theta(t) - \Theta^*\right]^T \Omega_{mpra}(t) - ke_a(t)m^2(t)\right], \\ &e_a(t) = C^T_{f1}E_a(t). \end{aligned} \qquad (19)$$

Для поиска алгоритма адаптации настраиваемых параметров $\Theta(t)$ и $\psi(t)$, воспользуемся прямым методом Ляпунова. Зададим функцию Ляпунова $V(t)$ в виде

$$2V(t) = E^T_a(t)PE_a(t) + \frac{1}{|\rho|}\left(\Theta(t) - \Theta^*\right)^T \Phi^{-1}\left(\Theta(t) - \Theta^*\right) + \Phi^{-1}_{\psi}\left[\frac{1}{\rho} - \psi(t)\right]^2, \qquad (20)$$

где $P = P^T > 0,\ \Phi = \Phi^T > 0,\ \Phi_{\psi} > 0$ – положительно определенные симметричные матрицы соответствующих размеров и число.

Поскольку передаточная функция системы (11) без учета временного запаздывания является ***строго положительно--действительной***, то в соответствии с леммой Калмана-Якубовича [10] существуют такие $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0$, что выполняется условие:

$$A^T_{11}P + PA_{11} = -2Q, \qquad PB_{u1} = C_{f1}. \qquad (21)$$

Если алгоритмы настройки параметров $\Theta(t)$ и $\psi(t)$ определить выражениями

$$\begin{aligned} &\dot{\Theta}(t) = -sign(k_p)\,\Phi\, e_a(t)\Omega_{mpra}(t), \\ &\dot{\psi}(t) = \Phi_{\psi}e_a(t)\xi(t), \end{aligned} \qquad (22)$$

то полная производная по времени от функции Ляпунова с учетом (22) примет вид

$$\dot{V}(t) = -E^T_a(t)QE_a(t) - ke^2_a(t)m^2(t) < 0, \qquad (23)$$

Таким образом [11, 12], адаптивное управление (10), (17) и алгоритм настройки (22) гарантируют, что $V(t)$ и следовательно сигналы $E_a(t)$, $e_a(t)$, $\Theta(t)$ и $\psi(t)$ ограничены, т.е. $E_a(t), e_a(t), \Theta(t), \psi(t) \in \Lambda_\infty$. Откуда следует также ограниченность сигнала $\dot{E}_a(t)$, т.е. $\dot{E}_a(t) \in \Lambda_\infty$. Из выполнения условий $E_a(t) \in \Lambda_\infty \cap \Lambda_2, \dot{E}_a(t) \in \Lambda_\infty$, следует выполнение промежуточной цели функционирования системы (15). При этом

$$\begin{aligned} &\lim_{t\to\infty}\Theta(t) = \Theta^o. \\ &\lim_{t\to\infty}\psi(t) = \psi^o, \end{aligned} \qquad (24)$$

где Θ^o, ψ^o – постоянный вектор и число. Кроме того, если сигнал $r(t)$ такой, что объект идентифицируем [17], тогда $\Theta^o = \Theta^*$ и в соответствии с (11) мы получим выполнение исходной цели функционирования системы (6).

В работе предложена новая схема адаптивного управления с вспомогательной моделью устойчивыми объектами один вход один выход с входным запаздыванием. Применение данной схемы позволило сократить число настраиваемых параметров в адаптивном регуляторе до числа неизвестных коэффициентов в системе. Предложенная структура адаптивного управления содержит только блоки с сосредоточенным запаздыванием, что упрощает практическую реализацию таких систем. Приведенный пример численного моделирования подтверждает эффективность данного подхода.

Литература:

1. *Hua C., Guan X., Shi P.* Robust adaptive control for uncertain time–delay systems // *International journal of adaptive control and signal processing*. – 2005. – Vol. 19, no. 7. – p. 531–545.
2. *Ichikawa K.* Adaptive control of delay system // *International Journal of Control*. – 1986. – Vol. 41. – Pp. 1653–1659.
3. *Ortega R., Lozano R.* Globally stable adaptive controller for systems with delay // *International Journal of Control*. – 1988. – Vol. 47, №. 1. – Pp. 17–23.
4. Adaptive control of a class of time–delay systems / S. Evesque, A. M. Annaswamy, S. I. Niculescu, A. P. Dowling // *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. – 2003. – Vol. 125, № 2. – Pp. 186–193.– (Special Issue: Time Delayed Systems).
5. *Mirkin E. L.* Combination of sliding mode and reference model prediction methods for adaptive control of input delay systems // Proceeding of the 7th International Workshop on Variable Structure Systems. – Sarajevo: 2002. – July 17–19. – Pp. 153–162.
6. *Mirkin E. L., Mirkin B. M., Gutman P.–O.* Model reference adaptive control of nonlinear plant with dead time // Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control. – Cancun, Mexico: 2008. – Dec. 9–11. – Pp. 1920–1924.
7. *Mirkin B. M., Mirkin E. L., Gutman P.–O.* State–feedback adaptive tracking of linear systems with input and state delays // *International journal of adaptive control and signal processing*. – 2009. – Vol. 23, № 6. – Pp. 567–580.
8. *Миркин Е. Л., Шаршеналиев Ж. Ш.* Синтез адаптивных алгоритмов управления для одномерных динамических систем с вспомогательной моделью // Проблемы автоматики и управления – Бишкек: Илим, 2008. –с. 5–14.
9. *Monopoli R. V.* Model reference adaptive control with an augmented error signal // *IEEE Trans. Aut. Contr*. – 1974. Vol. AC—19. – Pp. 474–484.
10. *Якубович В.А.* Решение определенных матричных неравенств в теории автоматического управления // Доклады Академии Наук СССР. №143. – 1962. с. 1304–1307.

11 *Ioannou P. A., Sun J.* Robust Adaptive Control. – New Jersey: Prentice–Hall, 1996.

12 *Narendra K. S., Annaswamy A. M., Singh R. P.* A general approach to the stability analysis of adaptive systems // *International Journal of Control*. – 1985. – Vol. 41, no. 1. – Pp. 193–216.

13 On identifiability of linear time–delay systems / R. Orlov, L. Belkoura, J. Richard, M. Dambrine // *IEEE Transactions on Automatic Control*. – 2002. – no. 8. – Pp. 1319–1324.