

УДК 519.6:533.7

*А.Дж. Картанова*<sup>1</sup>, [a.kartanova@mail.ru](mailto:a.kartanova@mail.ru)

*С.М. Сулайманова*<sup>2</sup>, [sulai@bk.ru](mailto:sulai@bk.ru)

*А.Б. Абдрасакова*<sup>1</sup> [aizada\\_abdrasakova@yahoo.com](mailto:aizada_abdrasakova@yahoo.com)

<sup>1</sup>*Кыргызский государственный университет строительства, транспорта и архитектуры им. Н.Исанова, Бишкек, Кыргызстан*

<sup>2</sup>*Кыргызский национальный аграрный университет им. К.И.Скрябина, Бишкек, Кыргызстан*

## **КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ СМЕСИ ГАЗА И ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В КАНАЛЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ**

Рассматривается задача двухфазного течения смеси газа и твердых частиц под давлением в сопловой насадке с целью определения физических закономерностей процесса течения, влияния входного давления и объемного содержания твердой фазы в смеси на износ сопла. Компьютерное моделирование процесса двухфазного течения смеси газа и твердых частиц в канале переменного сечения проводится в системе инженерных расчетов Ansys Fluent 15.0.

*Ключевые слова:* двухфазное течение, твердые частицы, гидроабразивная резка, износ сопла, компьютерная модель.

**Введение.** Для оптимального управления процессами в гидроустройствах и в гидроабразивных установках, в которых порождаются струи сверхвысокого давления, необходимо уметь моделировать эти процессы. Отметим, что из-за относительно высокого давления, используемого в количестве порядка  $p \sim 400$  МПа, скорость струи соответственно становится довольно высокой. Твердые частицы, движущиеся с соответствующей высокой скоростью потока, производят касательное напряжение на стенки сопла. Это вызывает эрозию сопла, благодаря чему эффективный диаметр сопла может значительно изменяться, что приводит к уменьшению кинетической энергии выхода струи. Это не только отражается на долговечности сопла, но и на процессе обработки в виду уменьшения кинетической энергии струи.

С учетом этого аспекта необходимо исследовать не только влияние входного давления смеси газа и твердых частиц на износ стенки, но также влияние объемного содержания твердых частиц в смеси на физические закономерности параметров двухфазного течения в канале.

**Методы и материалы.** Численное моделирование проводится с использованием многофазной модели Эйлера. Для стационарного несжимаемого потока решаются дифференциальные уравнения в частных производных сохранения массы и количества движения. Связь скорости и давления осуществлялась через фазово-симметричный алгоритм SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equations), разработанный С.В. Патанкарком [1]. В качестве схемы решения или дискретизации модели были выбраны QUICK (Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics) схемы третьего порядка точности, которая применяется для ортогональных сеток и при

высоком их качестве позволяет получить дискретизации третьего порядка точности вдоль линии потока. Турбулентность моделируется с использованием Realizable k-ε – модели турбулентности для правильной сходимости решения [2].

Объемная доля каждой фазы рассчитывается из уравнения неразрывности (1) [3-5]:

$$\frac{1}{\rho_{rq}} \left( \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) \right) = \sum_{p=1}^N (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}), \quad (1)$$

$\rho_{rq}$  – эталонная плотность фазы или усредненная объемная плотность q-й фазы в области решения кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_q$  – плотность q-й фазы кг/м<sup>3</sup>,  $\vec{v}_q$  – скорость q-й фазы,  $\alpha$  – объемная доля q-й фазы,  $\dot{m}_{pq}$  – массовый расход смеси м<sup>3</sup>/с характеризует перенос масс от p-й фазы к q-й фазе, и  $\dot{m}_{qp}$  характеризует перенос масс от фазы q к фазе p. Здесь нижние индексы обозначают p, q – фазы.

Уравнения движения (2) для твердой фазы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s) + \nabla \cdot (\alpha_s \rho_s \vec{v}_s \vec{v}_s) = & -\alpha_s \nabla p - \nabla p_s + \nabla \cdot \tau_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + \\ & + \sum_{l=1}^N [k_{ls} (\vec{v}_l - \vec{v}_s) + (\dot{m}_{ls} \vec{v}_{ls} - \dot{m}_{sl} \vec{v}_{sl})] + (\vec{F}_s + \vec{F}_{lift,s} + \vec{F}_{vm,s}). \end{aligned} \quad (2)$$

Индексы  $l$  – жидкая (liquid) фаза и  $s$  – твердая (solid) фаза,  $g$  – гравитационные силы,  $F_{Lift}$  – подъемная сила, – внешняя сила,  $F_{vm}$  – виртуальная массовая сила,  $p$  – общее давление фаз,  $\tau_q$  – фазовый тензор напряжений q-й фазы,  $p_s$  – давление s-твердой фазы,  $k_{ls}=k_{sl}$  – коэффициент обмена между  $l$  - жидкой и  $s$  - твердой фазами,  $N$  – общее число фаз.

$$\tau_q = \alpha_q \mu_q (\nabla \vec{v}_q + \nabla \vec{v}_q^T) + \alpha_q \left( \lambda_q - \frac{2}{3} \mu_q \right) \nabla \cdot \vec{v}_q \vec{I},$$

$\mu_q$  и  $\lambda_q$  – коэффициенты вязкости q-й фазы,  $\nabla \vec{v}_q$  – градиент векторов скорости q-й фазы.

Уравнение движения (3) для жидкой фазы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q^2) = & -\alpha_q \nabla p + \nabla \cdot \tau_q + \alpha_q \rho_q \vec{g} + \\ & + \sum_{l=1}^N \left[ k_{pq} (\vec{v}_p - \vec{v}_q) + (\dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq} - \dot{m}_{qp} \vec{v}_{qp}) \right] + (\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{vm,q}), \end{aligned} \quad (3)$$

$\vec{v}_{pq}$  – межфазная скорость, определяемая следующим образом. Если  $\dot{m}_{pq} > 0$  (то есть масса p фазы переносится на q фазу)  $\vec{v}_{pq} = \vec{v}_p$ ; если  $\dot{m}_{pq} < 0$  (то есть масса q фазы переносится на p фазу)  $\vec{v}_{pq} = \vec{v}_q$ . Аналогично, если  $\dot{m}_{qp} > 0$  тогда  $\vec{v}_{qp} = \vec{v}_q$ , если  $\dot{m}_{qp} < 0$  тогда  $\vec{v}_{qp} = \vec{v}_p$ ,  $k_{pq}$  – коэффициент межфазного взаимодействия.

При моделировании турбулентности течения используем модель турбулентности смеси. Уравнения для вычисления  $k$ - кинетической энергии турбулентности (4) и  $\varepsilon$  - скорости диссипации кинетической энергии (5):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m k) + \nabla \cdot (\rho_m \bar{v}_m k) = \nabla \cdot \left( \left( \mu_m + \frac{\mu_{t,m}}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + G_{k,m} - \rho_m \varepsilon + \Pi_{k,m}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \varepsilon) + \nabla \cdot (\rho_m \bar{v}_m \varepsilon) = \nabla \cdot \left( \left( \mu_m + \frac{\mu_{t,m}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{1\varepsilon} G_{k,m} - C_{2\varepsilon} \rho_m \varepsilon) + \Pi_{\varepsilon,m}, \quad (5)$$

$\rho_m$  – плотность смеси,  $\mu_m$  – молекулярная вязкость,  $\bar{v}_m$  – скорость, которые вычисляются из формулы (6), модельные константы  $C_{1\varepsilon}=1.44$ ,  $C_{2\varepsilon}=1.92$ ,  $C_\mu=0.09$ ,  $\sigma_k=1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon=1.3$ .

$$\rho_m = \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_i, \quad \mu_m = \sum_{i=1}^N \alpha_i \mu_i, \quad \bar{v}_m = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_i \bar{v}_i}{\sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_i}, \quad (6)$$

$\alpha_i$ ,  $\rho_i$ ,  $\mu_i$ , и  $\bar{v}_i$  – объемная доля, плотность, вязкость и скорость  $i$ -й фазы соответственно.

Турбулентная вязкость  $\mu_{t,m}$  смеси вычисляется из формулы (7):

$$\mu_{t,m} = \rho_m C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (7)$$

Производство кинетической энергии турбулентности  $G_{k,m}$  вычисляется из формулы (8):

$$G_{k,m} = \mu_{t,m} \left( \nabla \bar{v}_m + (\nabla \bar{v}_m)^T \right) : \nabla \bar{v}_m \quad (8)$$

В моделях турбулентности смеси включены параметры  $\Pi_{k,m}$  и  $\Pi_{\varepsilon,m}$  турбулентного взаимодействия между диспергированной фазой и непрерывной фазой модели Троско-Хасана [6]:

$$\Pi_{k,m} = C_{ke} \sum_{p=1}^M K_{pq} |\bar{U}_p - \bar{U}_q|^2$$

$$\Pi_{\varepsilon,m} = C_{td} \frac{1}{\tau_p} \Pi_{k,m}$$

$C_{ke} = 0.75$ ,  $C_{td} = 0.45$  – коэффициенты модели,  $\tau_p = \frac{2C_{vm}d_p}{3C_D|\bar{U}_p - \bar{U}_q|}$  – время индуцированной

турбулентности,  $C_{vm}$  – коэффициент виртуальной массы,  $C_D$  – коэффициент сопротивления.

Частицы имеют сферическую форму и равномерно распределены в суспензионной смеси. Уравнения сохранения массы, количества движения и энергии решаются методом

контрольного объема. Сходимость вычислительного процесса считается достигнутым и решение найденным, если на шаге дискретизации максимальное значение невязки будет меньше, чем  $1.0E-3$  на весь контрольный объем в вычислительной области.

Рассмотрим стационарное двухфазное течение газа и твердых частиц в канале переменного сечения в двумерной постановке. Геометрия области течения состоит из сопла, как показано на рис.1. На входе в сопло подается смесь жидкости и твердых частиц под давлением.

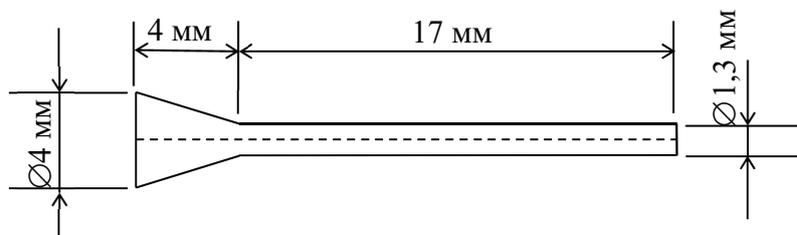


Рис. 1. Размеры расчетной области

Основываясь на экспериментальных наблюдениях по двухфазному течению смеси газа и твердых частиц, сделаны следующие ограничения задачи.

- 1) Жидкость является сплошной средой и несжимаемой.
- 2) Двухфазное течение рассматривается как смесь, в которой вода является жидкой фазой, а твердые частицы равного диаметра составляют твердую фазу, но хорошо смешиваются с жидкой фазой.
- 3) Между двумя фазами нет массового переноса.
- 4) Двухфазное течение стационарно и обладает турбулентными характеристиками потока.

Компьютерное моделирование процесса двухфазного течения смеси газа и твердых частиц в канале переменного сечения проводим в системе инженерных расчетов Ansys Fluent 15.0 [7].

В соответствии со структурой характеристики сопла и течения область вычисления строим как осесимметричную модель. На рис. 2. и рис. 3. изображена область вычисления. Для построения сеточной модели расчетной области использовали структурированную сетку, состоящую из 26071 ячеек типа Quad – четырехугольные элементы, которая позволяет получить более точные результаты.

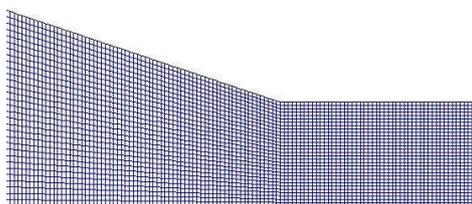


Рис. 2. Сеточная модель



Рис. 3. Границы области

Задаем граничные условия в соответствии с расчетной областью и физическими свойствами процесса. Граничное условие на входе было определено как условие полного давления (pressure-inlet)  $P=40$  МПа. Определим дополнительные граничные условия

турбулентности на входе: задаем масштаб турбулентности и гидравлический диаметр Turbulent Intensity=5%, Hydraulic diameter=0.004 м.

Граничное условие на выходе (pressure-outlet): статическое давление течения принимаем равным нулю, так что вычисление даст относительные перепады давления для всей области потока. Определим дополнительные граничные условия турбулентности на выходе: задаем масштаб турбулентности и гидравлический диаметр Turbulent Intensity=5%, Hydraulic diameter=0.0013 м.

В моделях вязкого течения на стенке компоненты скорости были установлены на ноль в соответствии с условиями отсутствия скольжения и герметичности. Одним из основных граничных условий при интегрировании является условие «прилипания», т.е. равенство нулю скорости жидкости на стенке.

При численном моделировании течения смеси газа и твердых частиц задаем две фазы, где вода рассматривается как несущая фаза – жидкая фаза I, а песок граната как твердые частицы – твердая фаза II. Входные параметры материалов двух фаз, используемые в анализе, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Входные параметры материалов для моделирования

№	Параметры	Значение
1	Объемная доля твердых частиц	5%, 10%, 15%
2	Плотность I фазы – жидкая фаза	998,2кг/м <sup>3</sup>
3	Плотность II фазы – твердая фаза (песок граната)	2300 кг/м <sup>3</sup>
4	Вязкость I фазы	0,001003 кг/(м.с)
5	Вязкость II фазы	1,7894e-05 кг/(м.с)
6	Размер частицы	0.1 мм

**Результаты исследования.** Результаты эксперимента, полученные G. Hu, W.Zhu, T.Yu J. Yuan в работе [8], использовались для подтверждения адекватности настоящей численной модели. График распределения скорости фазы I (жидкая фаза) вдоль сопла, полученный при численном моделировании, был сопоставлен с графиком, указанным в вышеназванной работе. Очевидно, что между двумя моделями существует согласованность относительно распределения скоростей, как показано на рис. 4–5. Следовательно,

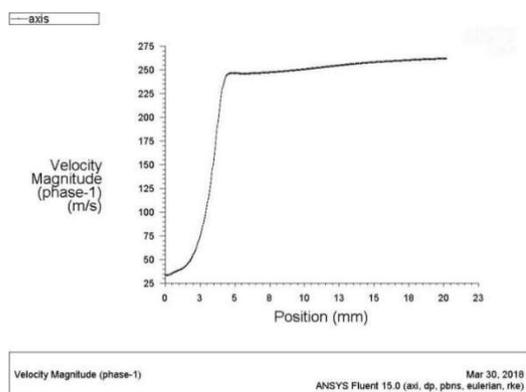


Рис. 4. Распределение скорости жидкой фазы

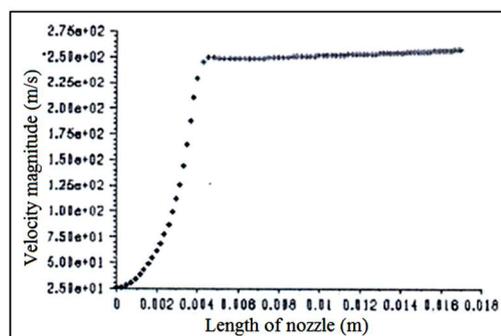


Рис. 5. Распределение скорости жидкой фазы из работы [8]

построенная компьютерная модель адекватно описывает двухфазное течение смеси газа и твердых частиц в заданной расчетной области.

На рис. 6 видно распределение скорости двух фаз, где наблюдается отставание твердой фазы вслед за жидкой фазой, что является характерным для двухфазных течений.

Вычислительные эксперименты проводились с заданием полного давления на входе в диапазоне значений: от 5 МПа до 40 МПа. Как видно из рис. 7, чем выше рабочее давление, тем сильнее будет касательное напряжение на стенки. Это верно, потому что в сопле энергия давления преобразуется в кинетическую энергию и, следовательно, скорость увеличивается вдоль канала, что приводит к более высокому напряжению на стенки из-за более высоких градиентов скорости.

Для любого заданного входного рабочего давления касательное напряжение на стенки канала начинает увеличиваться в сходящейся секции сопла и достигает пика вблизи критического участка, что связано с внезапным изменением градиента скорости, соответствующего изменению площади в критическом сечении канала. Но касательное напряжение на стенки, по-видимому, достигает почти постоянной величины вдоль трубки фокусировки, поскольку нет значительного изменения скорости в трубке фокусировки из-за постоянного диаметра канала до выхода из сопла. Из рис. 7 очевидно, что градиенты скорости будут иметь небольшую неустойчивость при переходе от сходящейся части канала к прямому каналному участку сопла, это видно из шероховатых кривых распределения касательного напряжения вблизи критического участка.

На рис. 8 видно, что касательное напряжение на стенки сопла увеличивается в зависимости от увеличения объемной доли твердых частиц от 5 до 15% в смеси при подаче абразива, см. табл. 1. Очевидно, чем больше концентрация твердых частиц в смеси, тем больше касательное напряжение на стенки канала, что приводит к быстрому разрушению стенок и к износу соплового насадка.

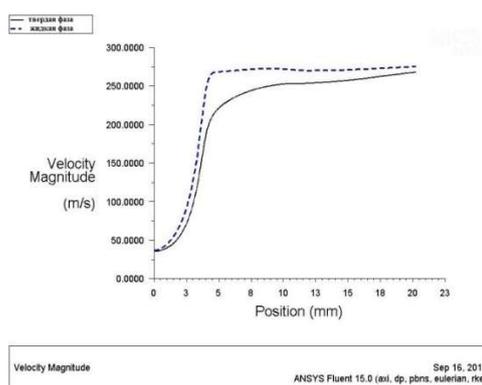


Рис. 6. Распределение скорости двух фаз

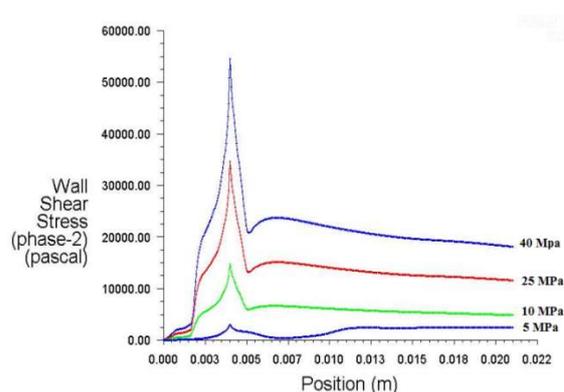


Рис. 7. Зависимость входного давления и касательного напряжения

Это связано с тем, что из принципа сохранения энергии энергия рабочего давления на входе должна проявляться в виде пропорционального количества кинетической

энергии на выходе сопла с диссипацией вязкого сдвигового напряжения, которая также пропорциональна условиям рабочего давления на входе, которая показана на рис. 9.

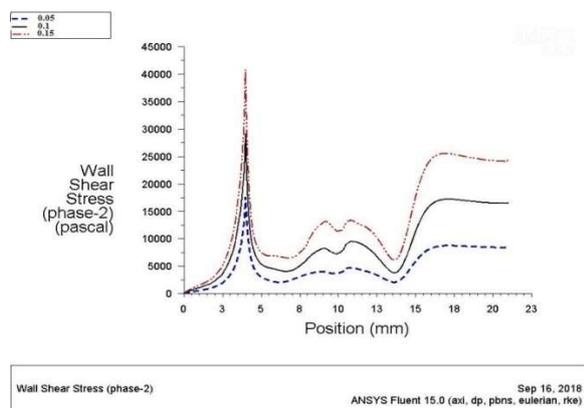


Рис.8. Влияние объемной доли твердых частиц в смеси на касательное напряжение

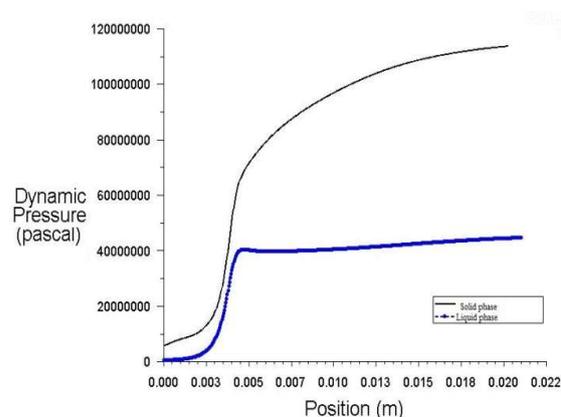


Рис. 9. Динамическое давление двух фаз

Энергия, рассеиваемая из-за стенового сдвига, вычисляется из работы, выполняемой силами сдвига на поверхности сопла, абразивные частицы, движущиеся с течением, вызывают сильный сдвиг стенки, что вызывает эрозию. Это приводит к эрозии внутренней поверхности сопла, что создает уменьшение кинетической энергии струи и влияет на эффективность производительности сопла.

**Выводы.** Проведено расчетное исследование процесса двухфазного течения смеси газа и твердых частиц в канале переменного сечения и тестирование  $k-\epsilon$  модели турбулентности для моделирования течения в канале переменного сечения.

В расчете использовалось моделирование двух фаз: жидкой и твердой на основе многофазной модели Эйлера. Выявлены закономерности влияния рабочего давления на входе и объемной доли твердой фазы на касательное напряжение на стенки канала.

Установлено, что для любого заданного входного рабочего давления касательное напряжение на стенки канала начинает увеличиваться в сходящейся секции сопла и достигает пика вблизи критического участка, что связано с внезапным изменением градиента скорости, соответствующего изменению площади в критическом сечении канала. В заключение можно сделать вывод, что увеличение объемной доли твердых частиц в смеси и рабочего давления на входе приводит к увеличению касательного напряжения на стенки канала, быстрому разрушению стенок и к износу сопла. Почти весь импульс осажденных конденсированных частиц уничтожается трением, и вклад в импульс смеси от движения пристеночного слоя твердых частиц пренебрежимо мал.

### Литература

1. Гарбарук, А.В. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений [Текст] / А.В. Гарбарук, Х.М. Стрелец, Л.М. Шур. – СПб.: Изд-во политехн. ун-та, 2012. – 88 с.

2. Юн, А.А. Теория и практика моделирования турбулентных течений [Текст] / А.А. Юн. – М.: ЛИБРОКОМ, 2009. – 272 с.
3. CFD Training Manual [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.engr.uconn.edu/~barbertj/CFD%20Training/UConn%20Modules/CFD%20Training%20Manual.docx> . – Загл.с экрана. (Дата обращения 07.02.2017).
4. Cornell University. FLUENT Learning Modules [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://confluence.cornell.edu/display/SIMULATION/FLUENT+Learning+Modules4/10/11>. – Загл.с экрана. (Дата обращения 07.02.2018).
5. Басов, К.А. ANSYS Справочник пользователя [Текст] / К.А. Басов. – М.: Книга по требованию, 2005. – 640 с.
6. Каплун, А. Б. ANSYS в руках инженера [Текст]: практ. руководство / А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А. Олферьева. – М.: Либроком, 2015. – 272 с.
7. САЕ-система ANSYS [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ansys.com>. – Загл.с экрана. (Дата обращения 10.08.2017).
8. "Numerical Simulation and Experimental Study of Liquid-solid Two-phase Flow in Nozzle of DIA Jet [Text]: proceedings of the IEEE International conference industrial informatics(INDIN 2008), Daejeon, Korea, July 13-16th 2008 / G. Hu, W. Zhu, T. Yu, J. Yuan // [Advanced Intelligent Computing Theories and Applications. With Aspects of Contemporary Intelligent Computing Techniques](#). – Daejeon, 2008. – P. 92-100.