

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 631.6. (575.2)

*Пресняков Константин Александрович**Керимкулова Гулсаат Кубатбековна, e-mail: gulsaat@mail.ru**Аскалиева Гулзада Орозобаевна, e-mail: 87guzya@mail.ru**Институт машиноведения и автоматизации НАН КР***ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ ДИНАМИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ В ОТКРЫТОМ БУРНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ВОДЫ (НА ОСНОВЕ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ ВОДЫ)**

Выведены математические соотношения характеристик полей динамического давления и его пульсаций в открытом турбулентном потоке воды. Легитимность указанных соотношений подтверждается, в частности, тем, что доли пульсационного движения от осредненного движения имеют один и тот же порядок, как для скорости, так и для динамического давления.

Ключевые слова: нормы динамического давления и его пульсаций, распределения динамического давления и его пульсаций по глубине потока воды.

Введение

Известно [1], что для открытого турбулентного потока воды выполняется следующая аксиома: поле гидродинамического давления в турбулентном потоке воды и поле его пульсаций зависят от наличия инерционных сил потока, а также от поля компонент скорости воды и поля его пульсаций. Можно показать, что выражение для динамического давления турбулентного потока воды имеет следующий вид:

$$P_d = \rho \cdot u^2 + 1,05^2 \cdot u_*^2 \cdot \psi^2(\tilde{y}),$$

(1)

где P_d – динамическое давление, Па; ρ – плотность воды, кг/м³; u – продольная компонента скорости воды, м/с; u_* – динамическая скорость потока воды, м/с; $\psi(\tilde{y})$ – координатная часть распределения пульсаций вертикальной компоненты скорости по глубине потока [2]

$$\psi(\tilde{y}) = \frac{0,677 \cdot \tilde{y}}{\tilde{y} + 0,036} \cdot (\tilde{y}^2 - 2 \cdot \tilde{y} + 2),$$

где \tilde{y} – относительная вертикальная координата.

Можно также установить [1], что распределение пульсаций динамического давления по глубине потока воды имеет вид:

$$P'_d = 2 \cdot \rho \cdot (u(\tilde{y}) \cdot 2,10 \cdot u_* \cdot \phi(\tilde{y}) + 1,05^2 \cdot u_*^2 \cdot \psi^2(\tilde{y})),$$

где P'_d – пульсации динамического давления воды, Па; $u(\tilde{y})$ – распределение продольной компоненты скорости воды по глубине потока, м/с; $\phi(\tilde{y})$ – координатная часть распределения пульсаций продольной компоненты скорости воды по глубине потока [2]

$$\phi(\tilde{y}) = 0,25 + \left(\frac{0,21}{0,28 + \tilde{y}} \right).$$

Понятно, что как динамическое давление, так и его пульсации зависят, в частности, от выбора конкретного распределения продольной компоненты скорости воды по глубине потока.

Постановка задачи исследования

Известна [3, 4] для турбулентного потока воды параболическая зависимость ее от вертикальной координаты

$$u(\tilde{y}) = u_m \cdot \left(1 - \frac{m_1}{C} \cdot \frac{\bar{u}}{u_m} \cdot (1 - \tilde{y})^2 \right), \quad (5)$$

$$m_1 = 0,35 \cdot C + 3, \quad (6)$$

где C – коэффициент Шези, $m^{1/2}/c$; m_1 – размерный ($m^{1/2}/c$) параметр, зависящий от коэффициента Шези; \bar{u} – средняя скорость воды, m/c .

Представляет интерес исследование распределений динамического давления и его пульсаций по глубине потока воды с использованием параболического профиля скорости.

Задачи исследований

Найти выражения для поля динамического давления и поля его пульсаций в открытом бурном турбулентном потоке воды с использованием параболического профиля скорости воды.

Решение поставленных задач

I. Распределения динамического давления и его пульсаций по глубине потока воды.

Расчетные формулы для искомых характеристик запишутся в следующем виде:

– для динамического давления

$$P_d = \rho \cdot \left(u_m \cdot \left(1 - \frac{m_1}{C} \cdot \frac{\bar{u}}{u_m} \cdot (1 - \tilde{y})^2 \right) \right)^2 + 1,05^2 \cdot u_*^2 \cdot \psi^2(\tilde{y}); \quad (7)$$

– для пульсаций динамического давления

$$P'_d = 2 \cdot \rho \cdot \left(u_m \cdot \left(1 - \frac{m_1}{C} \cdot \frac{\bar{u}}{u_m} \cdot (1 - \tilde{y})^2 \right) \right) \cdot 2,10 \cdot u_* \cdot \phi(\tilde{y}) + 1,05^2 \cdot u_*^2 \cdot \psi^2(\tilde{y}) \quad (8)$$

Используем эмпирические данные для канала Туш (створы 3, 13, 15, 25, 38) и канала Меркенский (створы б, в) [5, 4].

Результаты расчетов приведены на рисунке 1 и 2.

Динамическое давление распределяется по глубине потока воды согласно кривой, имеющей максимум в приповерхностном слое потока воды (рис. 1).

При этом значение рассматриваемого параметра меняется в пределах от 14,0 до 67,3 кПа.

Распределения пульсаций динамического давления по глубине потока воды описываются кривыми, имеющими максимум в придонной части потока воды (рис. 2).

Максимальные значения упомянутых характеристик заключены в интервале от 1,9 до 6,0 кПа.

Обращают на себя внимание следующие характерные особенности: динамическое давление имеет максимальные значения в приповерхностном слое потока воды, что согласуется с распределением в нем инерционных сил; распределение пульсаций динамического давления совпадает с характером распределения пульсаций продольной компоненты скорости воды по глубине потока, что неудивительно, так как и та, и другая характеристики являются следствием наличия в потоке воды упомянутых сил.

II. Нормы динамического давления и его пульсаций.

Для получения относительных распределений динамического давления и его пульсаций необходимо установить характерные значения указанных характеристик (норма динамического давления и норма пульсаций его). Для случая $\tilde{P}_d = \tilde{P}_d(\tilde{y})$. Логично выбрать в качестве нормы динамического давления его максимальные значения, т.е. (табл. 1)

$$P_d^M = P_d(\tilde{y} = 1) = \rho \cdot \left(u_m \cdot \left(1 - \frac{m_1}{C} \cdot \frac{\bar{u}}{u_m} \cdot (1 - \beta)^2 \right) \right)^2 + 1,05^2 \cdot u_*^2 \cdot \psi^2(1), \quad (9)$$

Таблица 1 – Зависимость нормы динамического давления от числа Фруда

Опыт	Fr	P_d^M , кПа
канал «Туш»		
3	6,39	41,34
13	8,88	67,24
15	5,91	14,90
25	5,01	13,84
38	6,22	15,0
канал Меркенский		
б	6,04	33,64
в	6,61	15,52

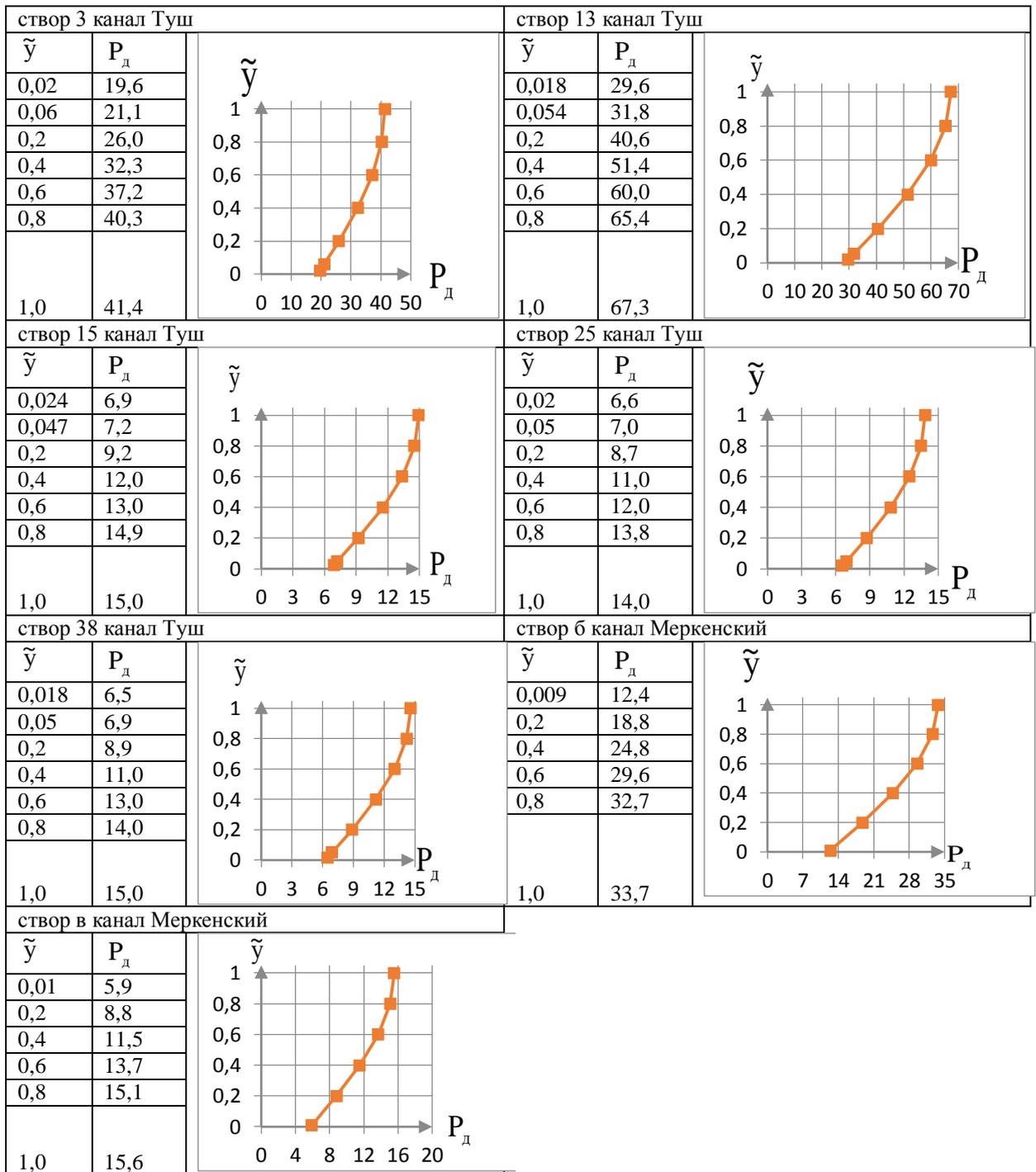


Рисунок 1 – Распределения динамического давления открытого бурного турбулентного потока воды по его глубине

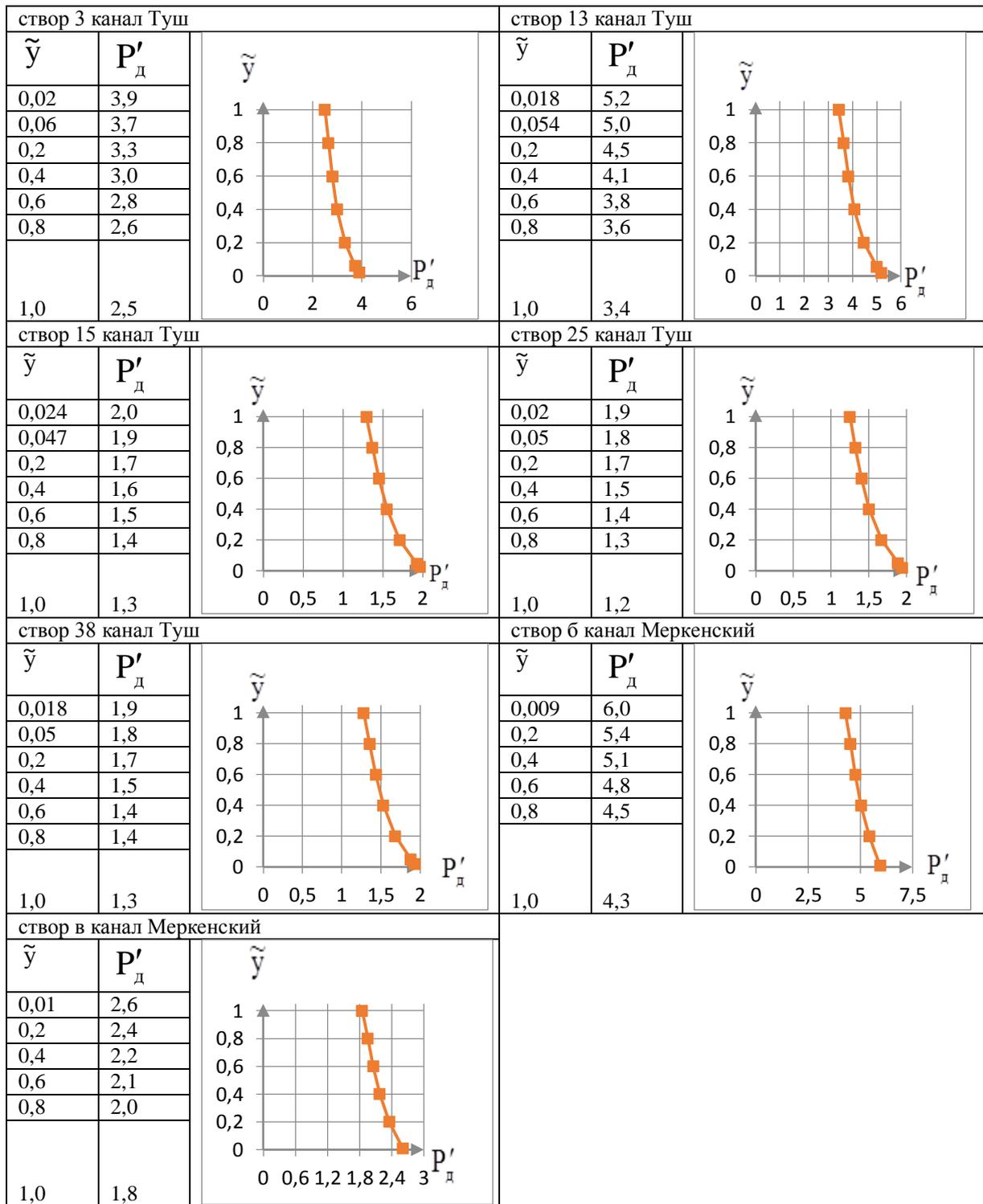


Рисунок 2 – Распределения пульсаций динамического давления открытого бурного турбулентного потока воды по его глубине

Обычно при рассмотрении относительных значений пульсаций компонент скорости воды в качестве делителя выбирают максимальные значения пульсаций соответствующих компонент скорости [2]. Указанные нормы обозначим буквой «т», т.е. имеется в виду традиционный подход к этому вопросу.

Кроме того (табл. 2)

$$P'_{д,т} = P'_d(\tilde{y} = \tilde{\Delta}) = 2 \cdot \rho \cdot \left(u_m \cdot \left(1 - \frac{m_1}{C} \cdot \frac{\bar{u}}{u_m} \cdot (1 - \tilde{\Delta})^2 \right) \cdot 2,10 \cdot u_* \cdot \phi(\tilde{\Delta}) + 1,05^2 \cdot u_*^2 \cdot \psi^2(\tilde{\Delta}) \right), \quad (10)$$

Таблица 2 – Зависимость традиционной нормы пульсаций динамического давления от числа Фруда

Опыт	Fr	$P_{д,т}^м$, кПа
канал Туш		
3	6,39	3,73
13	8,88	5,03
15	5,91	1,95
25	5,01	1,90
38	6,22	1,89
канал Меркенский		
б	6,04	6,34
в	6,61	2,76

В гидравлике [6] часто интересуются относительными значениями пульсаций какой-либо гидравлической характеристики, которая определяется отношением пульсаций рассматриваемой величины к значениям самой величины, т.е. практически долей пульсационного движения по отношению к осредненному движению.

Поэтому в случае рассмотрения динамического давления подобной долевой нормы выступает само распределение динамического давления по глубине потока воды, т.е.

$$P'_{д,д} = P_{д}(\tilde{y}). \quad (11)$$

1. Относительные распределения динамического давления и его пульсаций по глубине потока воды.

Подобные распределения запишутся в виде:

➤ для динамического давления (рис. 3)

$$\tilde{P}_{д} = \frac{P_{д}(\tilde{y})}{P_{д}^м}; \quad (12)$$

где $\tilde{P}_{д}$ – относительные распределения динамического давления по глубине потока воды; $P_{д}(\tilde{y})$ – распределение динамического давления по глубине потока воды, Па; $P_{д}^м$ – максимальное значение динамического давления, Па;

➤ для пульсаций динамического давления (традиционное распределение пульсаций) (рис. 4)

$$\tilde{P}'_{д,т} = \frac{P'_{д}}{P'_{д,т}}; \quad (13)$$

где $\tilde{P}'_{д,т}$ – относительные распределения пульсаций динамического давления по глубине потока воды (традиция); $P'_{д}$ – пульсаций динамического давления, Па; $P'_{д,т}$ – максимальные значения пульсаций динамического давления, Па;

➤ для пульсаций динамического давления (долевое распределение) (рис. 5)

$$\tilde{P}'_{д,д} = \frac{P'_{д}(\tilde{y})}{P_{д}(\tilde{y})}; \quad (14)$$

где $\tilde{P}'_{д,д}$ – относительные распределения пульсаций динамического давления (долевое распределение); $P'_{д}(\tilde{y})$ – распределение пульсаций динамического давления, Па; $P_{д}(\tilde{y})$ – распределение динамического давления по глубине потока воды, Па.

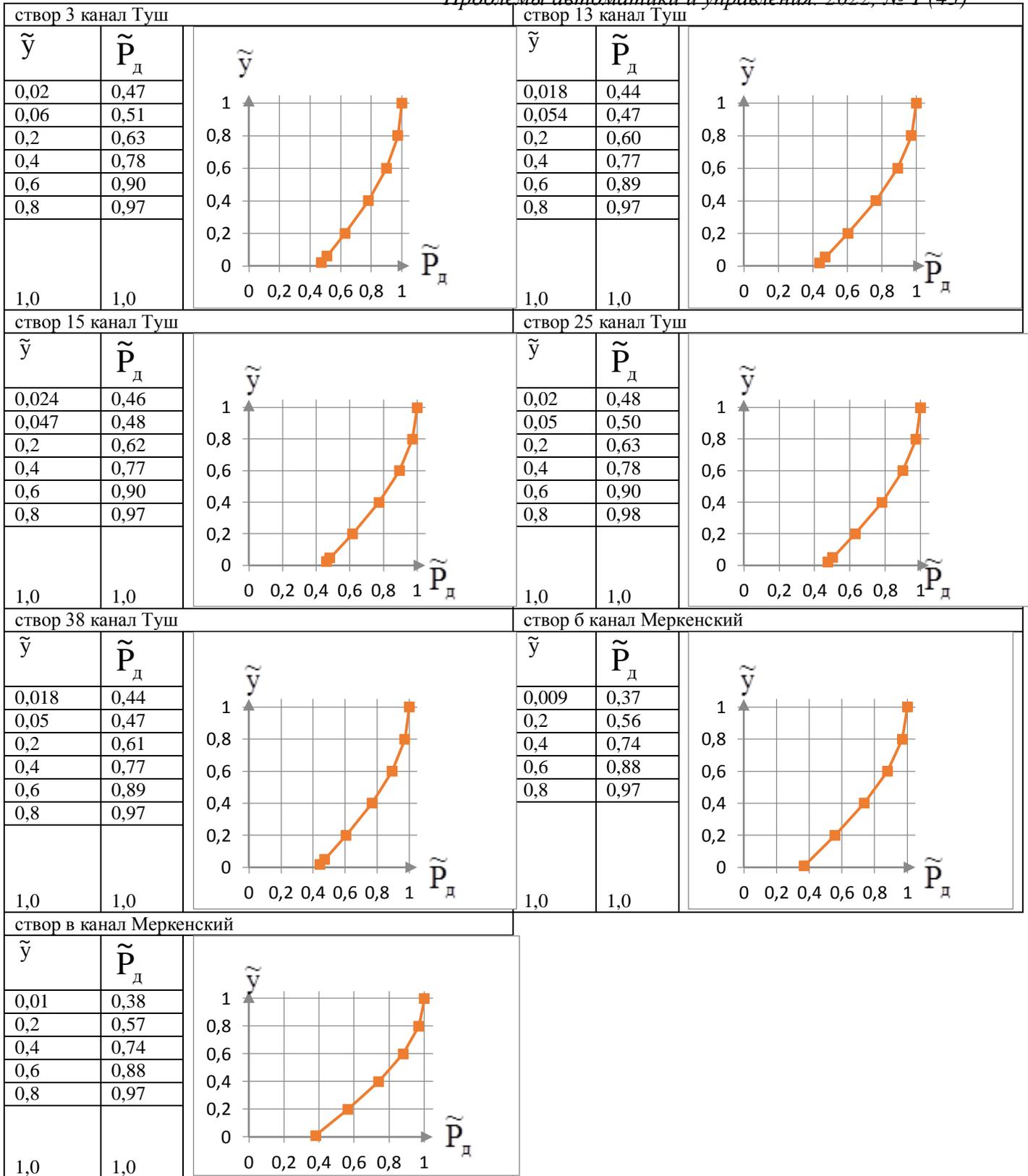


Рисунок 3 – Относительные распределения динамического давления по глубине потока воды

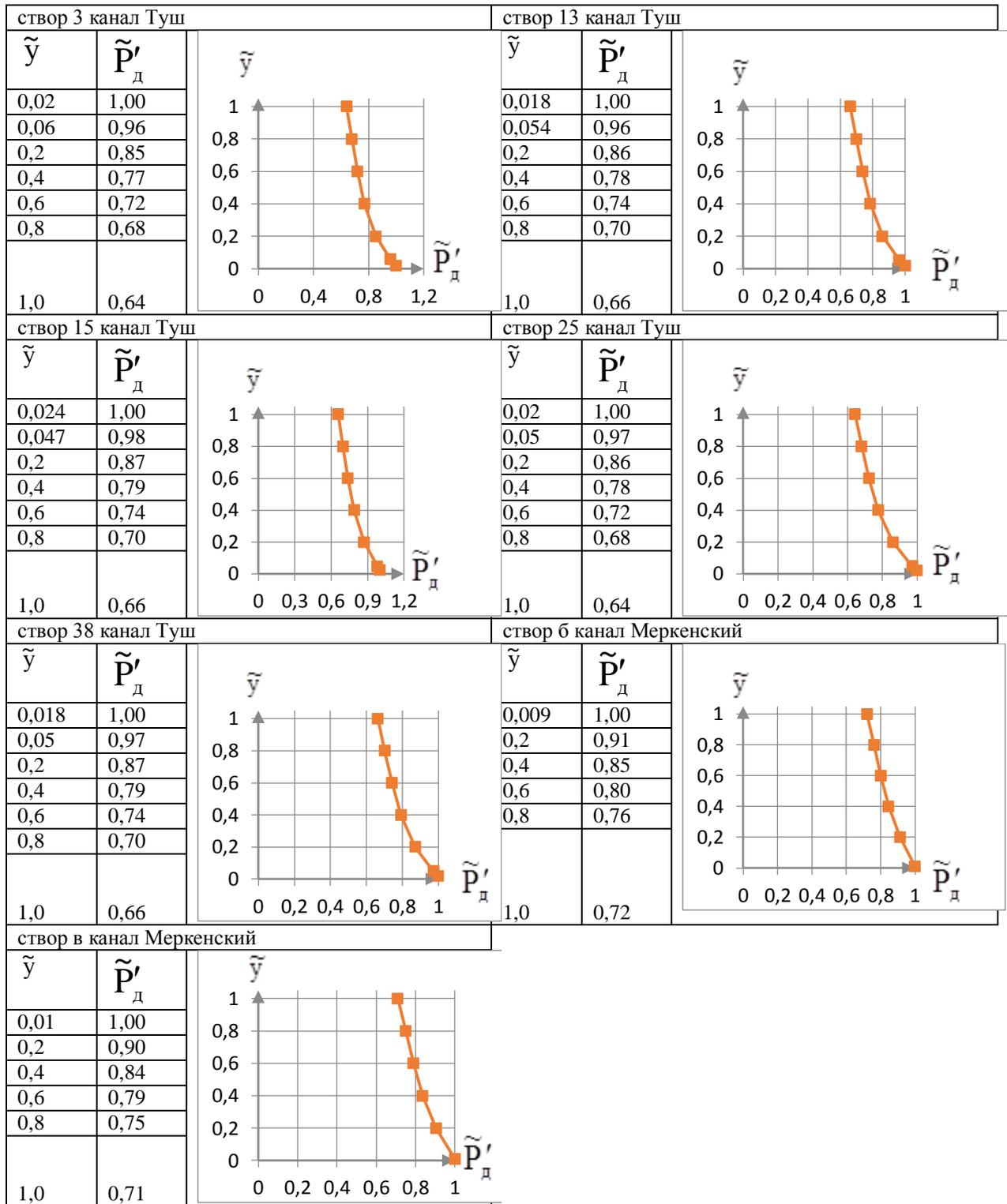


Рисунок 4 – Традиционные распределения относительных значений пульсаций динамического давления по глубине открытого бурного турбулентного потока воды

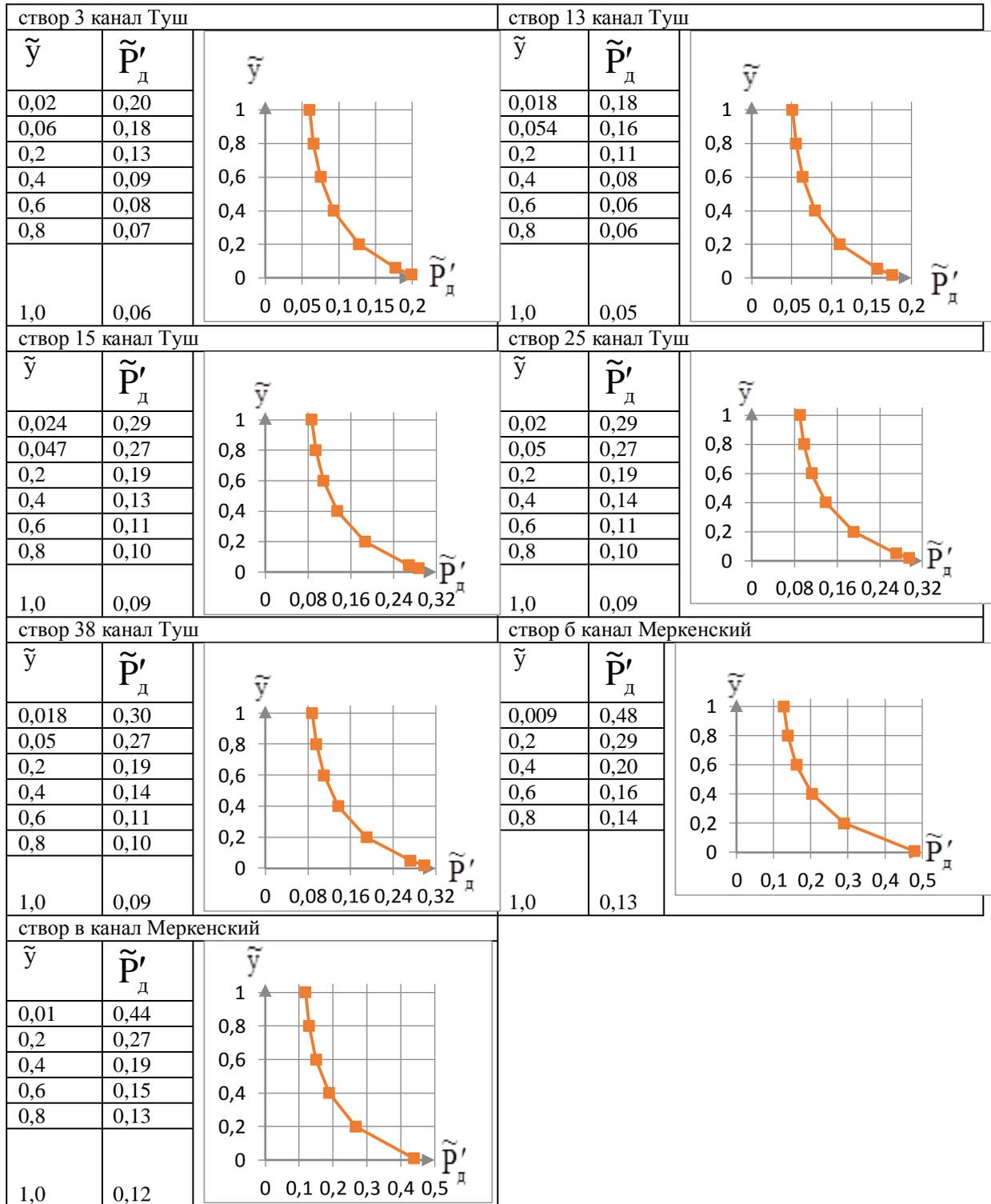


Рисунок 5 – Долевые распределения относительных значений пульсаций динамического давления по глубине открытого бурного турбулентного потока воды

Анализ результатов, приведенных на рисунке 4, позволяет установить, что традиционное распределение пульсаций динамического давления по глубине потока воды в целом похоже на распределение пульсаций продольной компоненты скорости воды. Действительно интервал изменения значений $\tilde{P}'_{д,т}$ составляет от 1 до 0,7, а для \tilde{y}' этот интервал выглядит как 0,47; 0,80; 0,94; 0,84; 0,74; 0,67; 0,65, т.е. средние значения

рассматриваемых характеристик имеют один и тот же порядок (сравни $\sim 0,8$ и $\sim 0,7$ соответственно для рассмотренных случаев).

Кроме того, традиционное распределение выше, чем аналогичное распределение пульсаций продольной компоненты скорости воды (минимальные значения $\tilde{P}'_{д,т}$ значительно выше соответствующих значений для пульсаций скорости воды: сравним $0,6$; $0,7$ для первой величины и $\sim 0,1$ для второй).

Единственное различие при этом заключается в том, что кривая $\tilde{P}'_{д,т}(\tilde{y})$ не имеет особенностей, в то время как кривая $\tilde{u}'(\tilde{y})$ имеет максимум. Сравнение традиционного распределения $\tilde{P}'_{д,т}(\tilde{y})$ и распределения $\tilde{v}'(\tilde{y})$ показывает практически полную идентичность как вида соответствующих кривых, так и их средних значений.

Анализ результатов, приведенных на рис. 5, показывает, что доля пульсационного движения (пульсаций динамического давления от значений самого динамического давления) составляет значения от $\sim 0,2$ до $\sim 0,05$, что в среднем равно порядка $0,1$. Подобный результат получают при рассмотрении относительной доли пульсаций скорости по отношению к ее осредненным значениям [6].

Рассмотрение рис. 5 показывает, что доля пульсационного движения от осредненного для пульсаций динамического давления составляет в среднем порядка 10% ; на выступе шероховатости она порядка 20% , а при поверхностном слое потока воды – порядка 10% .

Заключение

Выведены математические соотношения для (с использованием параболического профиля скорости и на примере турбулентных потоков воды на каналах Туш и Меркенский):

- распределений динамического давления и его пульсаций по глубине потока воды;
- нормы динамического давления и его пульсаций;
- относительных распределений динамического давления и его пульсаций по глубине потока воды; причем распределения пульсаций динамического давления нормированным двояким образом – по максимальному значению указанных пульсаций и по распределению динамического давления.

Установлена для рассмотренных объектов независимость от значений числа Фруда ($Fr_{cp} = 6 \pm 1$) следующих характеристик:

- нормы динамического давления, заключенной в интервале от 14 до 68 кПа, среднее значение которой равно 30 ± 20 кПа;
- нормы пульсаций динамического давления, заключенной в интервале от $1,89$ до $6,34$ кПа, среднее значение которой составила 4 ± 1 кПа.

Выявлена практическая идентичность между следующими характеристиками:

- относительными традиционными распределениями пульсаций динамического давления и пульсациями продольной компоненты скорости воды;
- долевыми относительными распределениями указанных характеристик.

Литература

1. Пресняков, К. А. Сравнительный анализ пульсаций динамического давления и компонент скорости в открытом турбулентном потоке воды / К. А. Пресняков, Г. К. Керимкулова, Г. О. Аскалиева // Проблемы автоматизации и управления. – 2021. – № 3(42). – С. 58-66. – EDN HQBTUN.
2. Никитин И.К. Турбулентный русловой поток и процессы в придонной области. – Киев: Изд-во АН УССР, 1963.–138с.

3. Караушев А.В. Проблемы динамики естественных водных потоков. – Л.: ГИМИЗ, 1960. – 392 с.
4. Аскалиева Г.О., Пресняков К. А., Керимкулова Г.К. Модель и алгоритмы идентификации параметров открытых водотоков. – LAP LAMBERT, 2019 г., 177с.
5. Пресняков, К. А. Установление среднеинтегрального профиля скорости воды частично изученного открытого водотока на основе реконструкции эмпирических данных / К. А. Пресняков, Г. К. Керимкулова // Проблемы автоматки и управления. – 2012. – № 2(23). – С. 47-56. – EDN WMRMRT.
6. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л.: Энергия (Лен. отделение), 1976.