

С.Н.Верзунов, Н.М.Лыченко

Институт автоматизации и информационных технологий НАН КР

г. Бишкек, Кыргызстан

E-mail: verzunov@hotmail.com, nlychenko@mail.ru

МУЛЬТИВЕЙВЛЕТНАЯ ПОЛИМОРФНАЯ СЕТЬ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В работе предложена мультивейвлетная полиморфная сеть для прогнозирования геофизических временных рядов на примере хаотической составляющей временного ряда вариаций превышения продолжительности суток.

Ключевые слова: прогнозирование хаотических временных рядов, параметры вращения Земли, мультивейвлетная полиморфная сеть, превышение продолжительности суток, полиморфный SLOG вейвлет.

Введение. Улучшение точности прогнозирования временных рядов в настоящее время является основной целью многих научных работ в области изучения геофизических процессов [1–3]. Однако, препятствием для успешного решения этой задачи являются ограничения, связанные с нестационарностью большинства рядов, с наличием случайных и, что важнее, кажущихся случайными помех. Помехи могут быть обусловлены как средствами измерений, ошибками наблюдений, так и взаимодействиями данного процесса с остальными процессами геофизической системы, нелинейный характер которых порождает кажущийся на первый взгляд случайным временной ряд.

Для прогнозирования временных рядов в геофизике традиционно использовались различные аналитические модели, основанные на знании физических законов, лежащих в основе изучаемого процесса. Для построения таких моделей необходимо учесть влияние всех значимых для хода процесса факторов, что практически невозможно. В последние десятилетия в работах Дж. Бокса, Г. Дженкинса, М. Кенделла и др. активно развивались различные численные методы прогноза: авторегрессия, ARIMA, GARCH и другие. Каждый из них имеет свои достоинства и ограничения. Так, например, для построения авторегрессионных моделей необходимо, чтобы временной ряд был стационарным или приводился к таковому путем взятия разности первого, второго или большего порядков. Но временные ряды, встречающиеся в сейсмологии, геологии, а также при анализе различных геофизических полей, часто являются нестационарными. Причём нестационарность отражается в проявлении детерминированного или стохастического тренда, изменяющейся со временем дисперсии и ковариации, что требует использования особых методов для построения моделей прогнозирования. Кроме того, как сказано в работе [2]: «повышение точности регистрирующих систем привело к эффекту микроскопа – стали видны реальные, не вызванные ошибками

наблюдений почти случайные флуктуации многих геофизических процессов. По этим причинам методы прогнозирования становятся все более изощренными». В связи с этим в последние годы появилось множество работ, посвященных использованию искусственных нейронных сетей для прогнозирования временных рядов. В частности для задач прогноза в настоящее время используются искусственные нейронные сети с элементами временной задержки [4], синтезируемые нечеткие сети [5], сети со случайными связями между нейронами [1]. В последнее время активно развиваются методы прогноза, основанные на объединении вейвлет- и нейросетевых технологий [6, 7] и, в частности вейвлет-сети, представляющие собой новый класс искусственных нейронных сетей. Вейвлет-сети были предложены в качестве альтернативы сетям прямого распространения и сочетают в себе преимущества вейвлет-технологий и искусственных нейронных сетей. Они нашли применение во многих областях, таких как, например, финансовое моделирование, системы управления и прогнозирование временных рядов [8]. При этом с помощью вейвлет-сетей удастся предсказывать хаотические временные ряды, т.е. такие, в которых текущий отсчет ряда нелинейно зависит от уровней ряда в предыдущие моменты времени [9]. Хаотические временные ряды порождаются нелинейными динамическими системами, чувствительными к начальным условиям, и могут проявлять сложное внешнее поведение так называемого детерминированного хаоса. В работе [3] показано, что в той или иной мере это свойство присуще многим геофизическим временным рядам различной природы: объёмных деформаций, кажущегося сопротивления, концентрации радона, уровней воды в скважинах и относительных вертикальных смещений, зарегистрированных в различных сейсмоактивных регионах, что обусловлено изменениями некоторого числа нелинейно взаимодействующих физических факторов. В настоящей работе в качестве примера таких временных рядов рассматриваются вариации параметров вращения Земли и, в частности, скорости собственного вращения Земли.

Для описания ориентации Земли традиционно используется пять параметров, определяющих положение оси вращения в теле Земли и инерциальной системе координат, а также скорость собственного вращения Земли вокруг оси. Положение оси вращения в инерциальной системе координат – Международной небесной системе отсчёта, связанной с бариоцентром (центром масс) Солнечной системы, задается углами прецессии и нутации. Разница между астрономически определяемой продолжительностью дня и 86400 секундами называется превышением продолжительности суток (ППС). И, наконец, координаты полюса x_p и y_p задают положение мгновенной оси вращения Земли в системе отсчета, связанной с Землёй. Координаты полюса определяются в левосторонней прямоугольной системе, центр которой связан с полюсом, ось X направлена вдоль Гринвичского меридиана, ось Y – по направлению меридиана 90° западной долготы. Данные о параметрах публикуются в бюллетене Международной службы вращения Земли и опорных систем координат в виде так называемого ряда EOPC04, содержащего параметры вращения Земли с 1962 г. по настоящее время с шагом в одни сутки.

Для разных прикладных задач необходим прогноз с различной степенью упреждения. Требуемая длительность прогноза варьируется от нескольких часов, для оперативного обслуживания спутниковых навигационных систем и дифференциальной

навигации до нескольких месяцев для морской и космической навигации. Для обеспечения наблюдательных программ в астрономии и космической геодезии требуется прогноз параметров вращения Земли длительностью до нескольких недель, а для некоторых приложений, таких как издание астрономических и навигационных ежегодников, требуется прогноз длительностью до 1-2 лет [10]. Среди пяти параметров вращения Земли особую важность для геофизических приложений, в частности для прогноза сейсмической активности, представляют три: координаты полюса x_p и y_p в системе отсчета, связанной с Землей, и ППС. Наибольшую сложность для прогноза представляет ППС, что обусловлено влиянием на продолжительность суток ряда климатических и геофизических факторов [1].

Для прогноза параметров вращения Земли используются различные методы, в том числе различные авторегрессионные модели, искусственные нейронные сети, и другие. Сравнительный анализ применения этих методов прогноза приведён в работе [11], где показано, что в настоящее время не существует метода прогноза, одинаково эффективного для всех параметров вращения Земли и интервалов прогнозирования. Поэтому, в настоящее время, повышение точности прогнозирования геофизических временных рядов, в частности скорости вращения Земли, с помощью вейвлет- и нейросетевых технологий и определение границ применимости такого прогноза является актуальной задачей.

Мультивейвлетная полиморфная сеть. Вейвлет-сеть представляет собой трёхслойную нейронную сеть, в которой первый слой является входным, второй – скрытым, а третий – выходным. Входной слой служит для ввода в сеть исходных данных. Нейроны скрытого слоя, также называемые вейвлет-нейронами, являются аналогами нейронов с сигмовидной функцией активации в классических нейронных сетях. В скрытом слое входные данные преобразуются с помощью сдвинутого и сжатого материнского вейвлета и, наконец, в выходном слое формируется выходное значение вейвлет-сети, сравнивающееся затем с целевым значением, а расхождение между ними используется для настройки параметров сети.

Были предложены различные структуры вейвлет-сетей, однако, общая их идея заключается в настройке параметров сжатия и сдвига вейвлет-нейронов для наилучшего обучения данным. Так, Чжао и др. предложили [12] мультивейвлетную нейронную сеть, в которой используется многомерный вейвлет в качестве функции активации вейвлет-нейронов в скрытом слое, что позволяет аппроксимировать многомерные функции. А в работе [13] предложена полиморфная вейвлет-сеть, отличающаяся наличием дополнительного настраиваемого параметра материнского вейвлета и позволяющая более точно аппроксимировать нестационарные временные ряды. В настоящей работе предлагается мультивейвлетная полиморфная сеть, объединяющая преимущества рассмотренных в работах [12, 13] вейвлет-сетей.

Выход традиционной мультивейвлетной сети определяется уравнением

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = g_{\lambda}(\mathbf{x}; \mathbf{w}) = w_{\lambda+1}^{[2]} + \sum_{j=1}^{\lambda} w_j^{[2]} \cdot \Psi_j(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m w_i^{[0]} \cdot x_i, \quad (1)$$

где $\Psi_j(\mathbf{x})$ – многомерный вейвлет, задающийся как произведение m скалярных вейвлетов, \mathbf{x} – вектор входных данных, m – количество входов, λ – количество скрытых

вейвлет-нейронов и \mathbf{w} – параметры сети: $w_i^{[2]\lambda+1}$ – вес смещения, $w_i^{[0]}$ – веса линейных связей, $w_j^{[2]}$ – веса нелинейных связей. Многомерный вейвлет в формуле (1) вычисляется как

$$\Psi_j(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^m \psi(z_{ij}), \quad (2)$$

где ψ – материнский вейвлет, и

$$z_{ij} = \frac{x_i - w_{(\xi)ij}^{[1]}}{w_{(\zeta)ij}^{[1]}}. \quad (3)$$

В выражении (3) $i=1, \dots, m, j=1, \dots, \lambda+1$, $w_{(\xi)ij}^{[1]}$ – параметры сдвигов и $w_{(\zeta)ij}^{[1]}$ – параметры масштабов вейвлетов.

В качестве материнского обычно используются такие вейвлеты как [8] первая производная Гауссианы т.н. «WAVE-вейвлет»:

$$\psi(z_{ij}) = z_{ij} e^{-0.5z_{ij}^2}, \quad (4)$$

вторая производная Гауссианы т.н. «Мексиканская шляпа»

$$\psi(z_{ij}) = (1 - z_{ij}^2) e^{-0.5z_{ij}^2}, \quad (5)$$

или вейвлет Морле

$$\psi(z_{ij}) = \cos(5z_{ij}) e^{-0.5z_{ij}^2}. \quad (6)$$

Выбор материнского вейвлета зависит о решаемой задачи и не ограничивается приведенными выше функциями, в частности, можно использовать ортогональные вейвлеты и вейвлет-фреймы. В мультивейвлетной полиморфной сети (рис. 1) используются материнские вейвлеты с дополнительным настраиваемым параметром,

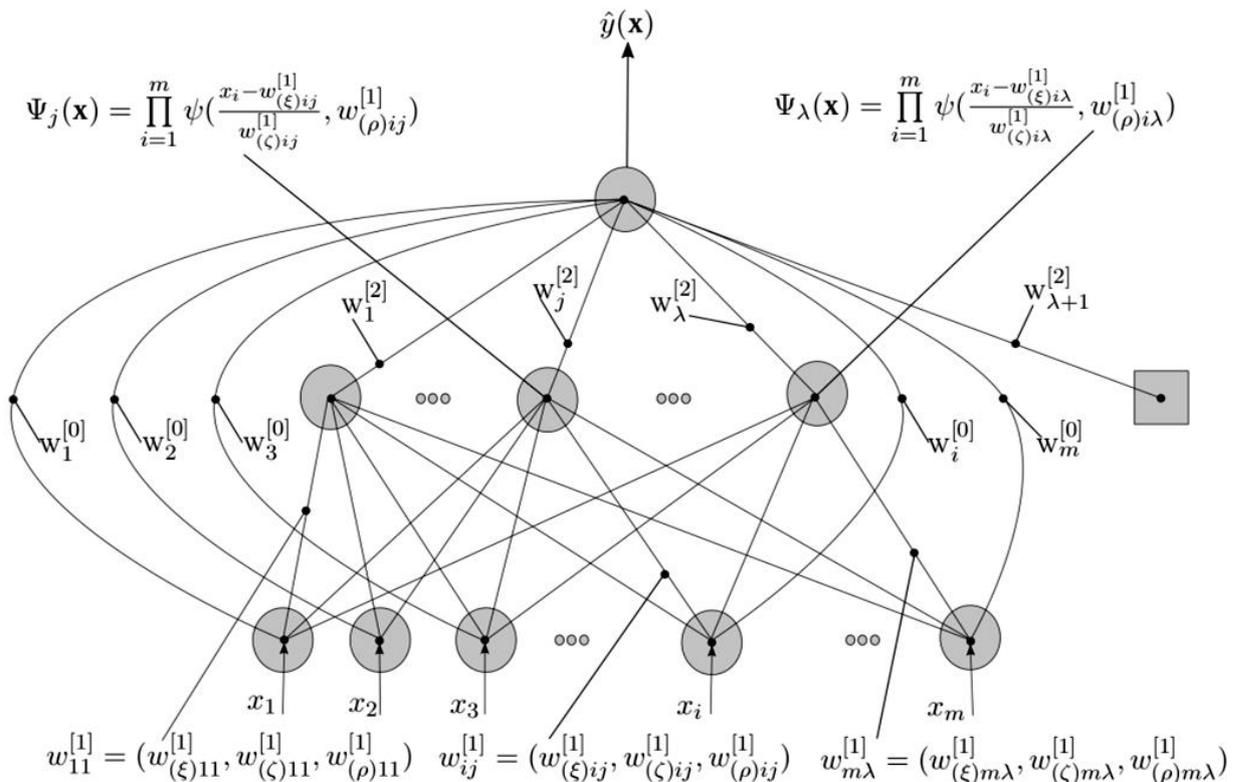


Рис. 1. Мультивейвлетная полиморфная сеть.

изменяющим форму вейвлета способом, отличным от сжатия и сдвига. Например, можно использовать полиморфный материнский вейвлет Superposed LOGistic functions («супрепозиция логистических функций»), известный как SLOG:

$$\psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]}) = \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} + w_{(\rho)ij}^{[1]}}} - \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} + 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}} - \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} - 3w_{(\rho)ij}^{[1]}}} + \frac{1}{1 + e^{-z_{ij} - w_{(\rho)ij}^{[1]}}},$$

где $w_{(\rho)ij}^{[1]}$ – дополнительный настраиваемый параметр формы вейвлета, определяющий скорость его затухания (рис. 2).

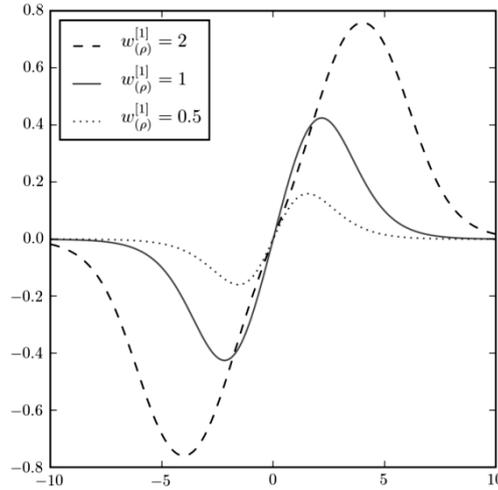


Рис. 2. Полиморфный SLOG вейвлет.

Тогда формула (2) будет иметь вид

$$\Psi_j(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^m \psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]})$$

Полный вектор параметров сети включает $\mathbf{w} = (w_i^{[0]}, w_j^{[2]}, w_{\lambda+1}^{[2]}, w_{(\zeta)ij}^{[1]}, w_{(\zeta)ij}^{[1]}, w_{(\rho)ij}^{[1]})$. Эти параметры настраиваются в процессе обучения сети путём минимизации среднеквадратической ошибки

$$E = \frac{1}{2n} \sum_{p=1}^n (y_p - \hat{y}_p)^2, \quad (7)$$

где n – количество используемых для обучения сети примеров, y_p – требуемое значение выхода сети, \hat{y}_p – действительное значение выхода сети. Среднеквадратическая ошибка минимизируется одним из итерационных методов многомерной оптимизации с использованием частных производных среднеквадратической ошибки по параметрам сети:

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}} = -\frac{1}{n} \sum_{p=1}^n e_p \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial \mathbf{w}}, \quad (8)$$

где $e_p = y_p - \hat{y}_p$. Используя выражение (8), можно найти частные производные среднеквадратической ошибки по всем параметрам сети, так

$$\frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_{\lambda+1}^{[2]}} = 1,$$

$$\frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_i^{[0]1}} = x_i, i = 1, \dots, m,$$

$$\frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_j^{[2]1}} = \Psi_j(\mathbf{x}), j = 1, \dots, \lambda,$$

$$\frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_{(\xi)ij}^{[1]1}} = -\frac{w_j^{[2]1}}{w_{(\xi)ij}^{[2]1}} \psi(z_{1j}, w_{(\rho)1j}^{[1]1}) \dots \frac{\partial \psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]1})}{\partial w_{(\xi)ij}^{[1]1}} \dots \psi(z_{mj}, w_{(\rho)mj}^{[1]1}),$$

$$\frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_{(\rho)ij}^{[1]1}} = -\frac{w_j^{[2]1}}{w_{(\xi)ij}^{[2]1}} \psi(z_{1j}, w_{(\rho)1j}^{[1]1}) \dots \frac{\partial \psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]1})}{\partial w_{(\rho)ij}^{[1]1}} \dots \psi(z_{mj}, w_{(\rho)mj}^{[1]1}),$$

$$\frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_{(\xi)ij}^{[1]1}} = z_{ij} \frac{\partial \hat{y}_p}{\partial w_{(\xi)ij}^{[1]1}}.$$

В частности, для полиморфного SLOG вейвлета

$$\frac{\partial \psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]1})}{\partial w_{(\xi)ij}^{[1]1}} = -\frac{e^{-z_{ij}+w_{(\rho)ij}^{[1]1}}}{a(1+e^{-z_{ij}+w_{(\rho)ij}^{[1]1}})^2} + \frac{e^{-z_{ij}+3w_{(\rho)ij}^{[1]1}}}{a(1+e^{-z_{ij}+3w_{(\rho)ij}^{[1]1}})^2} + \frac{e^{-z_{ij}-3w_{(\rho)ij}^{[1]1}}}{a(1+e^{-z_{ij}-3w_{(\rho)ij}^{[1]1}})^2} - \frac{e^{-z_{ij}-w_{(\rho)ij}^{[1]1}}}{a(1+e^{-z_{ij}-w_{(\rho)ij}^{[1]1}})^2},$$

$$\frac{\partial \psi(z_{ij}, w_{(\rho)ij}^{[1]1})}{\partial w_{(\rho)ij}^{[1]1}} = -\frac{e^{-z_{ij}+w_{(\rho)ij}^{[1]1}}}{(1+e^{-z_{ij}+w_{(\rho)ij}^{[1]1}})^2} + \frac{3e^{-z_{ij}+3w_{(\rho)ij}^{[1]1}}}{(1+e^{-z_{ij}+3w_{(\rho)ij}^{[1]1}})^2} - \frac{3e^{-z_{ij}-3w_{(\rho)ij}^{[1]1}}}{(1+e^{-z_{ij}-3w_{(\rho)ij}^{[1]1}})^2} + \frac{e^{-z_{ij}-w_{(\rho)ij}^{[1]1}}}{(1+e^{-z_{ij}-w_{(\rho)ij}^{[1]1}})^2}.$$

Параметры сети пересчитываются на каждой итерации по формуле

$$\mathbf{w}_{v+1} = \mathbf{w}_v - \eta \frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}_v} + \kappa(\mathbf{w}_v - \mathbf{w}_{v-1}), \quad (9)$$

где v – номер итерации, η – параметр скорости обучения и κ – параметр момента. Конкретные значения параметров η и κ зависят от используемого итерационного метода многомерной оптимизации.

Анализ временного ряда. Для анализа используется временной ряд вариаций ППС ЕОРС04 [14]. Как видно из скользящего среднего

$$m_t = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} l_{(t-i)}$$

и скользящего среднеквадратического отклонения

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} (l_{(t-i)} - m_t)^2}$$

со сглаживающим интервалом $n = 100$ этот временной ряд (рис. 3. а) имеет тренд и периодически изменяющееся среднеквадратическое отклонение, а, значит, является нестационарным.

Предположим, что временной ряд вариаций ППС может быть представлен в виде аддитивной модели как

$$l_t = d_t + s_t + x_t,$$

где d_t – трендовая составляющая (тренд), s_t – сезонная составляющая (сезонность), x_t – хаотическая составляющая (остатки). Причём, тренд с достаточной точностью можно аппроксимировать полиномом, а сезонность – рядом Фурье (см. рис. 3. б):

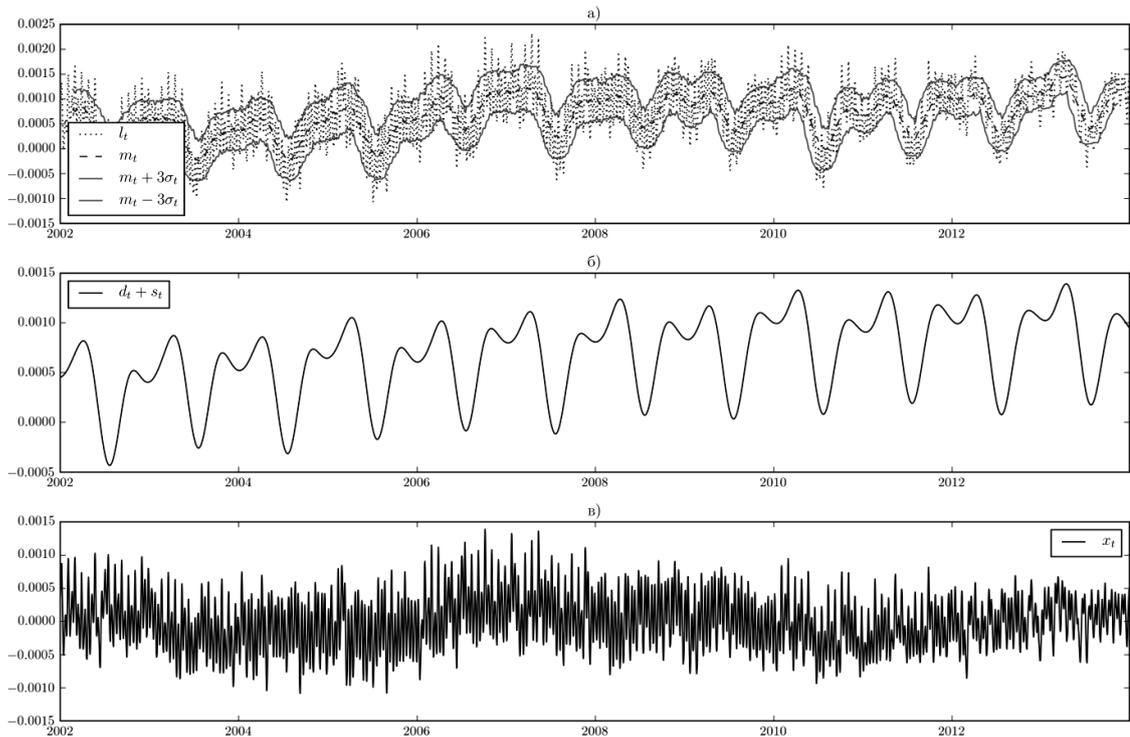


Рис 3. а – временной ряд вариаций ППС; б – тренд и сезонность; в – остатки.

$$l_t = \sum_{i=1}^M a_i t^{i-1} + \sum_{j=1}^L b_j \cos(c_j t + d_j) + x_t,$$

где параметры a_i , b_j , c_j , d_j определяются по методу наименьших квадратов, а M , L подбираются на основании графика временного ряда (см. рис. 3. а) и частотных спектров временного ряда, показанных на рис. 4.

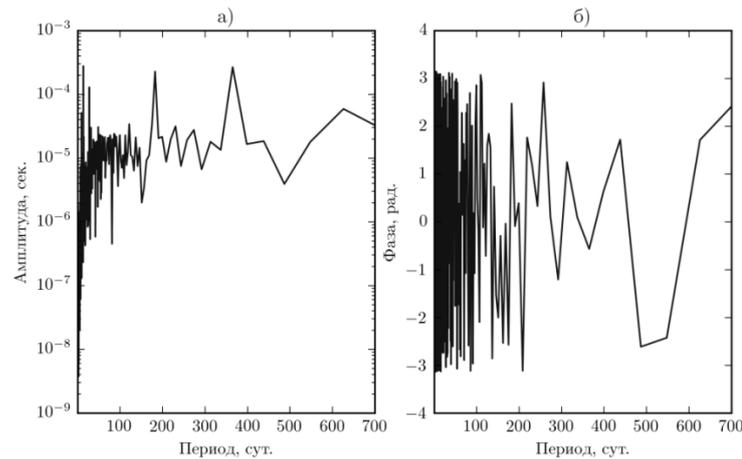


Рис. 4. Спектры временного ряда вариаций ППС: а – частотный, б – фазовый.

Анализ временного ряда и его спектров позволяет заключить, что он содержит линейный тренд и постоянную составляющую (т.е. $M = 2$), две длиннопериодические компоненты (приблизительно 625, 365 дней), две среднепериодические (приблизительно 183, 121 день), а также несколько короткопериодических компонент, связанных с вращением Земли вокруг своей оси и с вращением Луны вокруг Земли (см. рис. 4. а).

Длинно- и среднепериодические компоненты могут быть аппроксимированы четырьмя членами ряда Фурье (т.е. $L = 4$). Однако, фаза короткопериодических компонентов не остаётся постоянной во времени (см. рис. 4 б), и для их аппроксимации оказывается невозможным использовать ряд Фурье. Поэтому их следует отнести к хаотической составляющей временного ряда (рис. 3 в), а для её прогнозирования предлагается использовать мультивейвлетную полиморфную сеть.

Прогноз временного ряда. Итак, рассматривается хаотическая составляющая x_t временного ряда вариаций ППС. Известны N значений этого временного ряда, взятые через равные промежутки времени $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$, и необходимо прогнозировать K значений в будущие моменты времени: $x_{N+1}, x_{N+2}, x_{N+3}, \dots, x_{N+K}$.

В основе предлагаемого метода прогноза, как, впрочем, и большинства методов, связанных с обработкой временных рядов, лежит построение векторов задержек:

$$\mathbf{x}_n = (x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+p-1})^T, n = 1, 2, \dots, N - p,$$

последовательность которых задает матрицу задержек

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{N-p} \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{N-p+1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_p & x_{p+1} & \dots & x_{N-1} \end{pmatrix},$$

и построение целевого вектора

$$\mathbf{y} = (x_{p+1}, x_{p+2}, \dots, x_N),$$

где p – количество задержек.

Векторы задержек и целевой вектор используются для обучения мультивейвлетной полиморфной сети. В частности, векторы задержек \mathbf{x}_n подаются на вход мультивейвлетной полиморфной сети, и формируется вектор ответов сети $\hat{\mathbf{y}}$

$$\hat{y}_n(\mathbf{x}_n) = g_\lambda(\mathbf{x}_n, \mathbf{w}_v).$$

Затем, исходя из значений векторов \mathbf{y} и $\hat{\mathbf{y}}$, по формуле (7) находится среднеквадратическая ошибка сети, которая по формуле (9) минимизируется по итерационному методу многомерной оптимизации Бroyдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно.

Для прогноза временного ряда с помощью обученной мультивейвлетной полиморфной сети используется итеративный способ, заключающийся в последовательном получении прогноза на один шаг (временной интервал) с добавлением его результата к исходным данным. Сначала строится исходный вектор задержек $\hat{\mathbf{x}}_1 = (x_{N-p+1}, x_{N-p+2}, \dots, x_N)^T$, на основании которого с помощью мультивейвлетной полиморфной сети делается прогноз на один шаг: $\hat{x}_{N+1} = g_\lambda(\hat{\mathbf{x}}_1; \hat{\mathbf{w}})$, затем полученное значение добавляется к исходному вектору задержек, строится новый вектор $\hat{\mathbf{x}}_2 = (x_{N-p+2}, x_{N-p+3}, \dots, \hat{x}_{N+1})^T$ и делается прогноз ещё на один шаг $\hat{x}_{N+2} = g_\lambda(\hat{\mathbf{x}}_2; \hat{\mathbf{w}})$ и так далее

$$\hat{x}_{(k+1)} = g_\lambda(\hat{\mathbf{x}}_k; \hat{\mathbf{w}}),$$

где $\hat{\mathbf{w}}$ – параметры обученной мультивейвлетной полиморфной сети, $k=1, 2, \dots, K$.

Для прогнозирования хаотической составляющей временного ряда вариаций ППС предлагается использовать мультивейвлетную полиморфную сеть с полиморфным вейвлетом SLOG в качестве материнского. Вейвлет SLOG даёт лучшие результаты прогноза хаотической составляющей вариаций ППС по сравнению с вейвлетами (4-6), что обусловлено схожестью (как видно из рис. 2 и 5) формы этого вейвлета и прогнозируемого временного ряда.

На рис. 5 показаны результаты прогноза на 120 суток хаотической составляющей ряда вариаций ППС мультивейвлетной полиморфной сетью со 120 входами, содержащей 10 вейвлет-нейронов с многомерным полиморфным POLYWOG вейвлетом в качестве материнского.

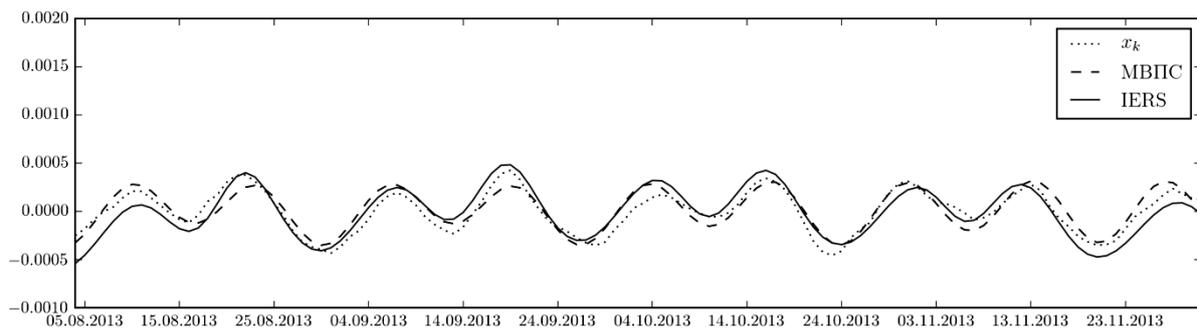


Рис. 5. Прогноз хаотической составляющей временного ряда вариаций ППС с помощью мультивейвлетной полиморфной сети (МВПС).

Для сравнения показан также прогноз с помощью общепринятой модели IERS [15], учитывающей лунные и солнечные приливные взаимодействия. Среднеквадратическая ошибка прогноза, рассчитанная по формуле

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_k - \hat{x}_k)^2},$$

где $k = 120$ – интервал прогнозирования, x_k – хаотическая составляющая временного ряда вариаций ППС, \hat{x}_k – прогноз этого ряда, для прогноза, полученного с помощью мультивейвлетной полиморфной сети, равна $9.87 \cdot 10^{-5}$, а для прогноза, полученного с помощью модели IERS – $1.1 \cdot 10^{-4}$.

Таким образом, в работе рассмотрены различные способы прогноза геофизических временных рядов. В связи с тем, что многие временные ряды, встречающиеся при изучении геофизических процессов, являются нестационарными и в той или иной мере хаотическими, показано, что для их прогноза целесообразно использовать методы, основанные на вейвлет- и нейро-сетевых технологиях.

Разработана структура мультивейвлетной полиморфной сети, с настраиваемым параметром материнского вейвлета, объединяющая в себе преимущества мультивейвлетной и полиморфной вейвлет-сети. Для прогноза временного ряда превышения продолжительности суток предложено использовать мультивейвлетную полиморфную сеть, содержащую полиморфный SLOG вейвлет в качестве материнского. Показано, что точность краткосрочного прогноза, полученного с помощью мультивейвлетной полиморфной сети, превышает точность прогноза, полученного с помощью общепринятого в настоящее время метода.

Литература

1. Lei Yu, Zhao Danning, Cai Hongbing Prediction of length-of-day using extreme learning machine // *Geodesy and geodynamics*. – 2015 V. 6, N. 2. – P. 151–159.
2. Горшков В.Л. О методах прогнозирования в геодинатике // *Известия ГАО РАН*. – 2004. – № 2. – С. 365–378.
3. Ритмы и детерминированный хаос в геофизических временных рядах / В. Б. Смирнов, А. В. Пономарев, Q. Jiadong, А. С. Черепанцев // *Физика Земли*. – 2005. – № 6. – С. 6–28.
4. Чепенко Т.Е. Методы прогнозирования временных рядов на основе искусственных нейронных сетей с элементами временной задержки // *Автоматизированные системы управления и приборы автоматики*. – 2011. – № 157. – С. 41–48.
5. Литвиненко В.И. Прогнозирование нестационарных временных рядов с помощью синтезируемых нечетких нейронных сетей // *Автоматика. Автоматизация. Електротехнічні комплекси та системи*. – 2008. – № 1. С. 64–72.
6. Boubacar Doucoure, Kodjo Agbossou, Alben Cardenas Time series prediction using artificial wavelet neural network and multi-resolution analysis: Application to wind speed data // *Renewable Energy*. – 2016. – V. 92. – P. 202–211.
7. K. K. Minu, M. C. Lineeshand C. Jessy John Wavelet Neural Networks for Nonlinear Time Series Analysis // *Applied Mathematical Sciences*. – 2010. – V. 4, N. 50. – P. 2485–2495.
8. Alexandridis Antonisand, Zapranis Achilleas Wavelet neural networks: with applications in financial engineering, chaos, and classification. – New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2014. – 264 pp.
9. Cao, L., Hong, Y., Fang, H., He, G. Predicting chaotic time series with wavelet networks // *Physica D*. – 1995. – N. 85. – P. 225–238.
10. Мильков Д.А., Макаренко Н.Г., Малкин З.М. Прогноз параметров вращения Земли методом нейрокомпьютинга // «Известия Главной астрономической обсерватории в Пулковке». – 2010. – № 219, вып. 4. – С. 235–239.
11. Kalarus M., Schuh H., Kosek W., Akyilmaz O., Bizouard Ch. Achievements of the Earth orientation parameters prediction comparison campaign // *J Geodyn*. – 2010. – N. 84. – P. 587–596.
12. Zhao J., Chen B., Shen J. Multidimensional non-orthogonal wavelet-sigmoid basis function neural network for dynamic process fault diagnosis // *Computers and Chemical Engineering*. – 1998. – N. 23. – P. 83–92.
13. Верзунов С.Н. Аппроксимация зашумлённых сигналов многослойной нейронной и полиморфной вейвлет-сетями // *Проблемы автоматики и управления*. – 2014. – № 2(27). – С. 62–71.
14. <https://hpiers.obspm.fr/eoppc/eop/eopc04/eopc04.62-now> (дата обращения: 20.11.2016).
15. http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/models/UT1/UT1LOD_marees.php (дата обращения: 11.12.2016).