

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ И ПРОЦЕССАМИ

УДК 681.51

10.5281/zenodo.3594812

Ж. Ш. Шаршеналиев, А.Б. Бакасова

Институт машиноведения и автоматизации НАН КР

bakasovaaina@mail.ru

О НОВОМ ПОДХОДЕ К ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ИНВАРИАНТОВ В ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

Работа иллюстрирует на модельном объекте применение нового метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов колебаний (АКАРК) синергетической теории управления. Отличительной особенностью данного подхода является единообразный выбор инвариантных многообразий (ИМ) на основе энергетических инвариантов в виде энергии синтезируемой системы или её первых интегралов движения, что позволяет решить обширный класс задач управления нелинейными регулярными и хаотическими колебаниями. Преимуществом метода АКАРК является получение законов управления в аналитической форме.

Ключевые слова: синергетическая теория управления, синтез, энергетические инварианты, нелинейные колебания, метод АКАРК (аналитическое конструирование агрегированных регуляторов колебаний)

Введение. Проблема управления колебательными процессами в системах разнообразной природы стала одной из актуальных проблем исследования нелинейной динамики и синергетики – науки о процессах самоорганизации в сложных системах.

Современная теория управления обладает обширным количеством теорий и методов присущих различным научным направлениям и эффективных в решении разнообразных задач управления нелинейными и хаотическими системами и колебаниями. Принципиально иным направлением нелинейного управления колебательными процессами в сложных динамических системах является синергетическая теория управления (СТУ), которая базируется на таких фундаментальных понятиях, как *инвариантные многообразия, нелинейность и асимптотическая устойчивость* [1–6].

Одним из фундаментальных базовых положений СТУ является инвариантное многообразие (ИМ). Применение ИМ для решения задач управления различными динамическими объектами основывалось на глубокой аналогии между процессами в естественных системах и в управляемых искусственных системах. Указанная аналогия следует из фундаментальных принципов сохранения в физике: закона сохранения энергии, закона сохранения количества движения (импульса), закона сохранения момента количества движения, закона сохранения массы и т.д. ИМ, присущие

синтезируемым системам, представляют собой функции, которые во время движения не изменяются в силу указанных законов сохранения [1,2].

Гладкая поверхность в пространстве координат x_1, \dots, x_n называется инвариантным (интегральным) многообразием системы, если произвольная траектория, имеющая хотя бы одну общую точку с этой поверхностью, целиком ей принадлежит.

Функция $\psi(x_1, \dots, x_n)$, определяющая ИМ $\psi = 0$, называется агрегированной макропеременной функции $\psi(x_1, \dots, x_n)$ [1,2].

Отличительной особенностью синергетического подхода в теории управления состоит не в поиске первых интегралов и инвариантных соотношений, как это делается в классической механике, а в их преднамеренном введении в структуру синтезируемой системы, которая динамически точно декомпозируется на подсистемы с соответствующими связями между ними. Например, для конкретного применения методов СТУ в технических системах, с точки зрения энергосбережения следует выделить некоторую целесообразную совокупность инвариантов – аттракторов (притягивающие предельные множества), которые характеризуют связь локальных и глобальных динамических свойств процессов самоорганизации в системе. Такими аттракторами являются энергетические и технологические инварианты, отражающие целостные свойства системы соответствующей природы. Энергетический или технологический аттрактор определяет сущность процессов, а их истинное понимание состоит в самоуправлении и самоорганизации в соответствии с поставленной целью эффективного использования энергии в технических системах [1,2].

Энергетические инварианты – это некоторые внутренние инвариантные соотношения системы, на которых обеспечиваются законы сохранения энергии или достигается минимум диссипации энергии.

Технологические инварианты являются внешними ограничениями или критериями, поддающимися описанию в понятиях минимизируемых или сохраняющихся величин и соответствующих законов, отражающих природу технической системы. Целенаправленное формирование энергетических и технологических инвариантов позволяет осуществить целевой (направленный) способ самоорганизации [1–3].

Целью данной работы является иллюстрация применения метода АКАРК СТУ базирующегося на использовании желаемой энергии в качестве целевых аттракторов синтезируемых систем для синтеза упорядочивающего закона управления нелинейными колебательными системами с хаотической динамикой.

В теории управления нелинейными колебаниями можно выделить две ключевые проблемы [8–10]:

1. Проблема генерации устойчивых нелинейных колебаний, т.е. проблема синтеза нового класса генераторов регулярных колебаний с заданными свойствами, которые широко распространены в разных областях науки и техники – в теории автоколебаний, в радиотехнике, электромеханике и т.д.

2. Проблема «подавления» внешних нежелательных колебаний и обеспечение в синтезируемой системе либо колебаний с желаемыми свойствами, либо существенное или полное их подавление (электромеханика, электроэнергетика, авиация, транспорт и т.д.).

В методе АКАРК с единых теоретических позиций рассматриваются две указанные важные и взаимосвязанные проблемы управления нелинейными колебаниями – проблемы синтеза генераторов с заданными свойствами и проблемы полного или частичного подавления внешних колебаний, действующих на объект соответствующей природы.

В работах [8–10] для решения этих проблем предложен новый метод *аналитического конструирования агрегированных регуляторов колебаний* (АКАРК) применительно к обширному классу нелинейных объектов с регулярными и хаотическими колебаниями.

В СТУ [1–3] при управлении нелинейными сложными объектами одной из ключевых задач является выбор и обоснование ИМ – целевых аттракторов $\psi = 0$. С учетом значительного разнообразия задач управления, эта ключевая задача в методе АКАР СТУ не является регулярной процедурой, а носит самостоятельный характер, связанный со спецификой нелинейных объектов, например, в электроэнергетике, электромеханике, робототехнике, авиации, космонавтике и т.д. Поэтому в методе АКАР отсутствует единая, формальная процедура выбора ИМ – технологических инвариантов и управление зависит от умения разработчика системы, от его понимания конкретной технологической задачи [6,7].

Отличительной особенностью метода АКАРК от других методов СТУ является единообразный выбор энергетических инвариантов в виде энергии синтезируемой системы или её первых интегралов движения, что позволяет решить обширный класс задач управления нелинейными колебаниями.

Базовые положения методов АКАР и АКАРК. В СТУ основные принципы управления колебательных систем с регулярно-хаотической динамикой основаны на использовании методов АКАР и АКАРК. Управление происходит по следующему алгоритму [9–11]:

1. Записывается исходная модель объекта, а затем к исходной модели добавляются модели, отражающие внутренние и внешние возмущения:

Исходная система: объект – внешние силы:

$$\ddot{x}(t) = F(x, u, q, J, M). \quad (1)$$

2. Строится математическая модель в виде расширенной системы дифференциальных уравнений:

Расширенная система: объект – закон управления

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= F(x, u, w); \\ \dot{w}(t) &= G(x, w), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\dot{x}(t)$ – вектор переменных состояния, $u(x)$ – вектор управлений, $q(t)$ – вектор задающих воздействий, $M(t)$ – вектор внешних возмущений, $w(t)$ – вектор переменных состояния модели возмущений, $J(t)$ – вектор параметрических возмущений. **Уравнение (2) является уравнением самоорганизации.** При построении уравнений самоорганизации (2) возникают две самостоятельные задачи: описания реальных возмущений как частных решений дополнительных

дифференциальных уравнений и формирования связей между уравнениями исходного объекта и уравнениями возмущений.

Для решения этих задач необходимо исключить в исходной системе (1) внешние силы $[\mathbf{u}(t), \mathbf{q}(t), \mathbf{J}(t), \mathbf{M}(t)]$ и, замкнув систему прямыми и обратными связями, получить расширенную модель объекта (2). Тогда внешние по отношению к объекту силы становятся **внутренними силами взаимодействия** открытой расширенной системы с протеканием энергии, вещества или информации от источника синтезируемых управлений, следовательно получим замкнутую систему с неравновесной ситуацией, уравнение которой станут базовыми уравнениями формируемой самоорганизации. Таким образом, систему (2) можно считать **моделью синергетического синтеза систем управления нелинейными колебаниями**.

Постановка задачи. Построенная расширенная модель (2) позволяет поставить задачу синтеза законов управления: требуется найти такой закон управления $\mathbf{u}(x_1, x_2)$, в виде совокупности нелинейных обратных связей, которая обеспечивает перевод изображающей точки (ИТ) расширенной системы (2) из произвольного исходного состояния (в некоторой допустимой области) сначала на целевые энергетические ИМ, $\psi_s(x) = 0$, которых может быть несколько. В этом случае движение ИТ должно удовлетворять системе дифференциальных уравнений $\dot{\psi}_s(x) = 0$, которые можно назвать функциональными или эволюционными. Затем, в результате асимптотически устойчивого движения вдоль пересечения многообразий $\psi_s(x) = 0$, система попадает на целевые колебательные аттракторы, гарантирующие выполнение заданных требований: генерацию или подавление колебаний.

Отличительные особенности метода АКАРК. К существенным отличиям метода АКАРК относятся [8-10]:

1. Использование ИМ (макропеременных) в виде $\psi_1 = E$ (где E – энергия) и в виде первого интеграла движения синтезируемой колебательной системы $\psi_2 = \psi_{\text{ин}}$.
2. Использование основных инвариантных соотношений вида:

$$\begin{aligned} T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 x_i^2 &= 0, \\ T_2 \dot{\psi}_2(t) + \psi_2 \varphi &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Соотношения (3) обладают свойством асимптотической устойчивости по Ляпунову относительно энергетического инварианта $\psi_1 = 0$ ($\psi_2 = 0$) при $T_1 > 0$ ($T_2 > 0$). Это означает, что изображающая точка (ИТ) синтезируемой колебательной системы неизбежно попадает на желаемые ИМ $\psi_1 = 0$ ($\psi_2 = 0$) – колебательные аттракторы системы, здесь реализуется баланс кинетической и потенциальной энергии, т.е. в результате диссипативно-консервативного взаимодействия возникают автоколебания, амплитуда которых определяется желаемой величиной энергии.

3. Метод АКАРК по сравнению с методом ФОР (функционал обобщенной работы) имеет более ясное физическое содержание в отношении критериев

оптимального управления. На траекториях движения замкнутой системы достигается минимум сопровождающего оптимизирующего функционала (СОФ), вида [10]

$$J_{\Sigma} = \int_0^{\infty} \left[\sum_{s=1}^m \varphi_s^2(\psi_s) + \sum_{s=1}^m T_s^2 \dot{\psi}_s^2(t) \right] dt, \quad (4)$$

где $\psi(t)$ – энергия синтезируемой колебательной системы; $\dot{\psi}(t)$ – мощность синтезируемой колебательной системы.

Как отмечено в работе [10], критерии оптимальности в методе АКАРК могут быть представлены в виде (4). Это означает, что критерий оптимальности в методе АКАРК в большей мере, чем в методе ФОР, отражает конкретное физическое содержание задач синтеза законов управления агрегированных регуляторов колебаний, а метод АКАРК применим и к неустойчивым нелинейным объектам.

В методе АКАРК формирование устойчивых нелинейных колебаний реализуется путем введения таких «внутренних» управлений в нелинейном объекте, которые преобразуют уравнения его модели таким образом, чтобы желаемая координата, отражающая технологический процесс в системе, неизбежно выходила на режим устойчивых колебаний с заданными свойствами. Применение такого рода нелинейных преобразований путем введения соответствующих «внутренних» управлений – **механизмов диссипативно-консервативных взаимодействий** является **новым** в теории синтеза систем управления нелинейными колебаниями и существенным образом отличают метод АКАРК от других методов [10].

Рассмотрим примеры применения метода АКАР и АКАРК для синтеза законов управления нелинейными объектами (системами).

Пример 1. Исходная модель системы (объекта управления) имеет вид [2,11]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2 \\ \dot{x}_2(t) &= u \end{aligned} \quad (5)$$

К задачам, описываемым уравнением (5), относятся задачи управления движением материальной точки относительно центра масс, в частности, процессы ориентации космических летательных аппаратов (КЛА) [2].

Введем в систему энергетическую макропеременную (аттрактор) в виде динамики колеблющегося маятника [11]

$$\psi_1 = 0,5x_2^2 + 0,5\omega^2 x_1^2 - a. \quad (6)$$

Известно, что соотношение (6) – это основной интеграл классической гамильтоновой механики, сыгравший выдающуюся роль в ее становлении и развитии. Поэтому использование (6) в методе АКАР в качестве одного из базовых инвариантов представляется вполне объяснимым [2]. Здесь $0,5\omega^2 x_1^2 > 0$ – определенно-положительная функция относительно x_1 , a – желаемый уровень энергии в синтезируемой системе, который определяет размах колебаний системы.

Согласно методу АКАР, подставив (6) в основное функциональное уравнение (ОФУ)

$$T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0 \quad (7)$$

и в силу уравнений (5) и (6) и используя ОФУ (7), найдем закон обратной связи

$$u = 0,5 \frac{-2T_1 \omega^2 x_1 x_2 - x_2^2 - \omega^2 x_1^2 + 2a}{T_1 x_2}. \quad (8)$$

Результаты моделирования замкнутой системы управления системой (5) с регулятором (8) при $T_1=1$, $a=5$, $\omega=10$ представлен на рис.1.

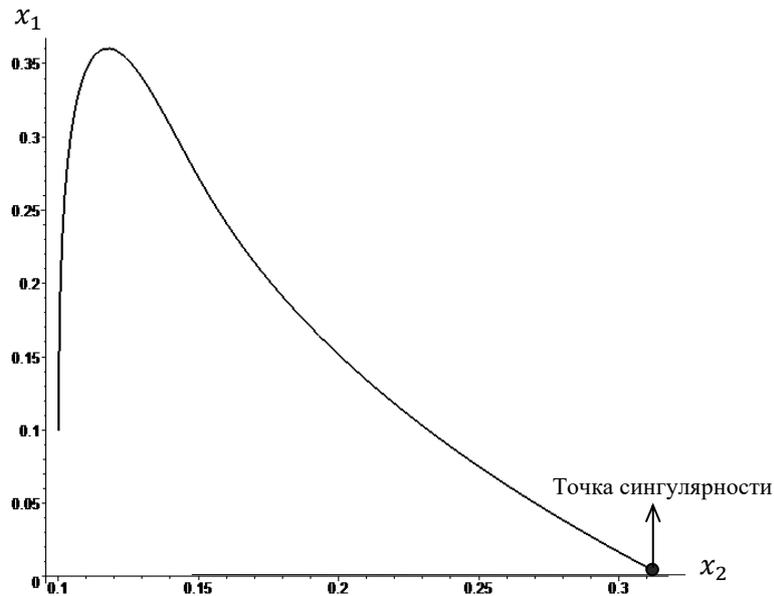


Рисунок 1 – Фазовый портрет замкнутой системы

На рис. 1 видно, что график движения ИТ пересекает абсциссу x_2 и точка пересечения является *точкой сингулярности*. Это означает, что не выполняются условия асимптотической устойчивости т.е. по закону управления (8) $x_2 = 0$, $u = \infty$. Поэтому в методе АКАРК необходимо использовать в качестве ОФУ соответствующее инвариантное соотношение (3). Это объясняется тем, что, как отмечено в работе [10], в результате диссипативно-консервативного взаимодействия в диссипативной системе $T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 x_i^2 = 0$ функция $\psi_1 = 0$ - это притягивающее инвариантное многообразие, на котором возникают устойчивые колебательные процессы с заданными свойствами.

Пример 2. Рассмотрим процедуру синтеза законов управления методом АКАРК для объекта управления (5).

Требуется синтезировать закон обратной связи $u(x_1, x_2)$, обеспечивающий в фазовом пространстве замкнутой системы существование соответствующих гармонических аттракторов – устойчивых предельных циклов с желаемой амплитудой и частотой автоколебаний.

Согласно методу АКАРК используя *энергетический инвариант*, т.е. введением макропеременную (аттрактор) в виде динамики колеблющегося маятника (6) и используя функциональное уравнение в виде (3), получаем

$$T_1 \dot{\psi}_1(t) + x_2^2 \psi_1 = 0 . \quad (9)$$

Структура соотношения (9) имеет ряд важных отличительных особенностей [10]:

1. Уравнение (9) обладает свойством асимптотической устойчивости относительно энергетического инвариантного многообразия $\psi_1 = 0$ (6), что можно показать, введя функцию Ляпунова $V = 0,5 \psi_1^2$, производная которой по времени всегда отрицательна при $\psi_1 \neq 0, x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$,

$$\dot{V}_1(t) = \psi_1 \dot{\psi}_1(t) = -\frac{x_2^2}{T_1} \psi_1^2 < 0.$$

2. Факт асимптотической устойчивости синтезируемой системы относительно энергетического инварианта $\psi_1 = 0$ (6) означает, что ИТ системы неизбежно выходит на $\psi_1 = 0$, на котором реализуется баланс кинетической и потенциальной энергии, т.е. возникают автоколебания, амплитуда которых определяется величиной энергии a .

Тогда в силу уравнений (6) и (9), получим закон обратной связи

$$u = -0,5 \frac{2T_1 \omega^2 x_1 + x_2^3 + x_2 \omega^2 x_1^2 - 2x_2 a}{T_1} . \quad (10)$$

Структура закона управления (10) не имеет точки сингулярности, что достигнуто благодаря выбранной энергетической макропеременной (ИМ) (6) и соответственно функционального уравнения в виде (3).

Результаты моделирования замкнутой системы управления объекта (5) с регулятором (10) при $T_1=1, a = 5, \omega = 10$ представлены на рис.2– рис.3.

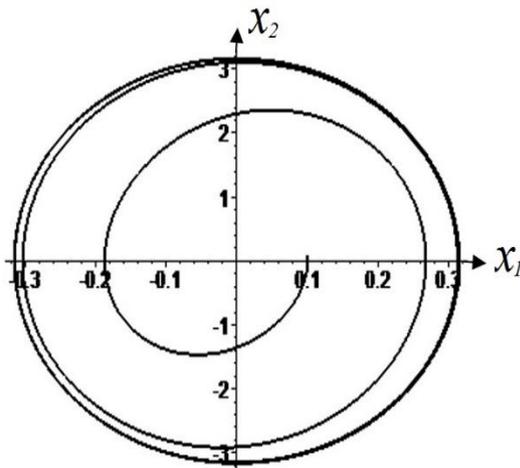


Рисунок 2 – Фазовый портрет замкнутой системы

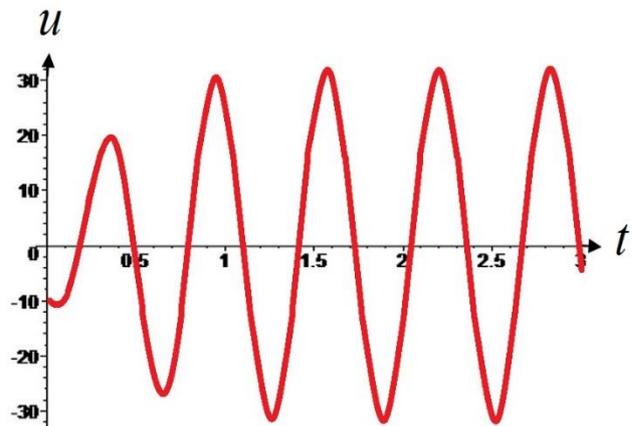


Рисунок 3 – Управляющее воздействие

Из графиков на рисунках 2 и 3 видно, что синтезированный закон управления (10) обеспечивает замкнутой системе (5), (10) асимптотическую устойчивость в целом по отношению к ее стационарному состоянию $\psi_1 = 0$ (6), определяемому желаемой полной энергии a системы. На основе изложенного подхода можно строить законы

управления различными консервативными системами. Уравнение замкнутой системы (5), (9) принимает вид [8,9]:

$$\ddot{x}_1(t) - [a^2 - F(x_1) - 0,5x_1^2]x_1(t) + \frac{\partial F(x_1)}{\partial x_1} = 0. \quad (11)$$

В зависимости от выбранной потенциальной функции $F(x_1)$ можно получить разные типы автоколебательных систем (11), которые имеют на многообразии $\psi_1 = 0$ (6) соответствующие типы движения, например:

а) гармонические

$$F_c(x_1) = 0,5\omega^2 x_1^2; \quad (12)$$

б) по Дуффингу

$$F_d(x_1) = 0,5\omega^2 x_1^2 + \beta x_1^4; \quad (13)$$

в) по Тоду

$$F_T(x_1) = e^{x_1} + x_1; \quad (14)$$

г) солитонные

$$F_c(x_1) = ax_1^3 - \beta_1^2. \quad (15)$$

Подставив соответствующие потенциальные функции (12)–(15) в (11), можно получить: генератор гармонических колебаний, генератор Дуффинга, генератор Тода или генератор солитоноподобных колебаний и др. [8,9].

Таким образом, новый метод АКАРК СТУ позволяет путем аналитического синтеза соответствующих законов управления преобразовать нелинейный объект либо в генератор желаемых устойчивых нелинейных колебаний, либо в систему, подавляющую нежелательные внешние колебательные возмущения. Оба варианта имеют важное прикладное значение в задачах управления различными современными техническими объектами в радиотехнике, электромеханике, авиации и космонавтике, в различных технологических процессах разного применения и др.

Заключение. Законы управления модельного объекта синтезированы управления на основе метода АКАРК в программной среде Maple. Структура синтезированных законов управления объекта $u(x_1, x_2)$ зависит от формы выбираемого ИМ и вида функционального уравнения. Преимуществом метода АКАРК является получение законов управления в аналитической форме.

Литература

- 1 Колесников А.А. Синергетическая теория управления // М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
- 2 Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. 2-е издание // М.: КомКнига. 2012. – 240 с.
- 3 Колесников А.А., Колесников Ал.А., Кузьменко А.А. Методы АКАР и АКОР в задачах синтеза нелинейных систем управления // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2016. – Т. 17.– №10. – С. 657–669.
- 4 Шаршеналиев Ж., Бакасова А.Б. Управление систем с хаосодинамикой и самоорганизацией // Междунар. научная конференция посвящ. 80-летию проф. Рудаева Я.И. (2-3 декабря 2016г. в КРСУ им. Б.Н. Ельцина) Вестник КРСУ 2017.Т17 Вып.1. – С. 66–70.
- 5 Шаршеналиев Ж.Ш., Бакасова А.Б. Проблемы нелинейной динамики самоорганизующихся систем с векторным управлением // Известия НАН КР. – Бишкек, 2017. №2. – С. 7–19.
- 6 Бакасова А.Б. Синтез сложных систем с нелинейной динамикой и самоорганизацией // Бишкек: Изд-во «Инсанат», 2014. – 424с.
- 7 А.А. Кузьменко, Б.А. Бакасова, Г.Н. Ниязова Синергетический подход к нелинейному адаптивному управлению гидрогенератором энергосистемы // Проблемы автоматизации и управления. 2014. – №1 (26). – С. 13–19.
- 8 Колесников Ал.А. Управление нелинейными колебаниями. Энергетические инварианты // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. №2. – С. 24–37.
- 9 Колесников Ал.А. Синергетические методы синтеза систем управления колебательными процессами: энергетические инварианты // Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2012. – 117с.
- 10 Колесников Ал.А. Метод синергетического управления самоорганизующимися нелинейными колебательными системами // Известия ЮФУ. – Таганрог: Технические науки. 2015. – С. 231–240.
- 11 Шаршеналиев Ж.Ш., Бакасова А. Б. «Системный синтез динамических систем с нелинейными колебаниями» // Известия НАН КР – №1. – Бишкек: 2018. – С. 10–17.