

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ

УДК 681.5

Шаршеналиев Ж. – академик НАН КР

Институт автоматизации и информационных технологий НАН КР

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ СТАНДАРТНЫХ ПОНЯТИЙ В ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В работе рассмотрены некоторые особенности стандартных понятий анализа, синтеза и моделирования стационарных систем.

Ключевые слова: стабилизируемость, детектируемость, управляемость, компьютерное и имитационное моделирование.

Анализ и синтез динамических систем автоматического управления – одна из главных технических задач.

Рассмотрим простейшую линейную задачу оптимального стационарного управления. Имеем дифференциальное уравнение состояния, связывающее состояние, скорость изменения состояния системы с входными и выходными сигналами

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{1}$$

где $x \in R^n$, $u \in R^r$, $y \in R^q$ ($q \leq n$),

A - квадратичная матрица, B и C – прямоугольные матрицы полного ранга.

$$\min J = \int_{t_0}^t (y^T R y + u^T Q u) dt\tag{2}$$

при условии асимптотической устойчивости замкнутого оптимального регулятора

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0,\tag{3}$$

R и Q – симметричные, положительно - определенные матрицы.

Допускаем, что при любых начальных условиях

$$u = kx, \quad k = Q^{-1} B^T x^T$$

Состояние любого объекта управления в каждый момент времени является функцией как начального состояния $x(t_0)$, так и вектора управления $u(t_0, t)$

Уравнение простой динамической системы имеет вид:

$$\dot{x}(t) = f[x(t_0), u(t_0, t)].\tag{4}$$

$$y = W_2 W_1 \varepsilon\tag{5}$$

$$J = [E - W_2 W_1]^{-1} W_2 W_1 r\tag{6}$$

При этом матричные передаточные функции W_2 и W_1 нельзя менять местами, т. к. в общем случае

$$W_2 W_1 \neq W_1 W_2\tag{7}$$

Матричная передаточная функция разомкнутой системы будет представлять как произведение матричных функций последовательно соединенных блоков, записанных в порядке, обратном прохождению сигнала.

На рис.1. представлена блок-схема такой системы

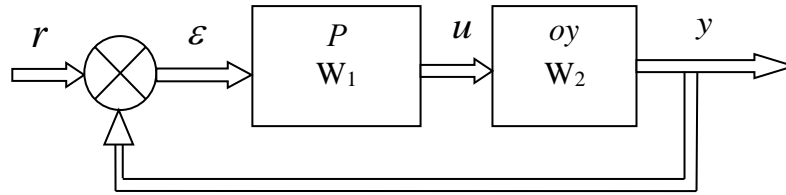


Рис.2

$$W = W_2 W_1 \quad (8)$$

Матричная передаточная функция замкнутой системы имеет вид

$$\Phi = [E + W_2 W_1]^{-1} W_2 W_1, \quad (9)$$

где E - единичная матрица

Уравнение состояния объекта управления в каждый момент времени является функцией как $x(t_0)$ (начальное состояние), так $u(t_0, t)$ вектор управления

$$\dot{x}(t) = f[x(t_0), u(t_0, t)] \quad (10)$$

Вектор выхода $y(t)$ также является функцией $x(t_0)$ и $u(t_0, t)$ и имеет вид алгебраического уравнения

$$y(t) = F[x(t_0), u(t_0, t)] \quad (11)$$

Система уравнений (10) и (11) может быть рассмотрена как уравнение состояния системы (объекта) управления.

В общем случае линейная система имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t), \end{aligned} \quad (12)$$

где $A(t)$ – матрица коэффициентов вектора состояния,

$B(t)$ – матрица управления,

$C(t)$ – матрица выхода, т.е. матрица масштабов измерения переменных состояния

$D(t)$ – матрица обхода системы, т.е. матрица масштабов изменения входных управляющих воздействий, поступающих с выхода в обход объекта управления. Однако, практически во многих случаях $D(t) = 0$, поэтому имеет место выражение (2).

В случае задачи оптимальной стабилизации используется критерий качества Летова – Калмана, управление ищется в виде решения нелинейного матричного уравнения Лурье – Риккати. Квадратичная оптимизация в линейных системах является методом определения матрицы коэффициентов обратной связи k , обеспечивающей устойчивость матрице состояния замкнутой системы $(A - Bk)$, в случае стабилизируемости пары (A, B) . Необходимо отметить, что решение нелинейных матричных уравнений Риккати или Лурье – Риккати намного сложнее, чем модальный метод с размещением полюсов оптимальной системы.

Для общего случая можно представить, что управление u является линейной комбинацией переменных состояния $u = kx$,

где k – матрица размерности $m \times n$.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1} & \dots & k_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

Подставляя (13) в (1), имеем

$$\dot{x} = Ax + Bkx = Hx.$$

Для SISO систем матрицу коэффициентов обратной связи по состоянию

$k = [k_1 k_2 \dots k_n]$ в $u = -kx$ можно определить, используя формулы Аккермана $k = [00 \dots 1] P_c^{-1} q(A)$, где P_c – матрица управляемости, $q(A)$ – характеристический полином замкнутой системы. H – матрица размерности $m \times n$ получена, путем сложения соответствующих элементов матриц A и Bk . Ниже приведем некоторые известные основные понятия анализа и синтеза систем управления.

Стабилизируемость. Система (1) (пара A и B) называется стабилизируемой, если существует такое управление $u = kx$ (матрица k), при котором замкнутая САУ асимптотически устойчива.

Детектируемость. Система (1) (пара C, A) называется детектируемой, если пара A^T, C^T – стабилизируема.

Управляемость. Система (A, B) является управляемой при существовании неограниченного управления u , переводящего систему из произвольного начального состояния $x(0)$ в другое заданное состояние $x(t)$, или $\text{ранг} [BABA^2B \dots A^{n-1}B] = n$

Напомним, что передаточная функция линейной системы (или элемента) есть отношение преобразования Лапласа выходной переменной к преобразованию Лапласа входной переменной с учетом, что все начальные условия равны нулю. Известно, что преобразование Лапласа позволяет перейти от дифференциального уравнения модели к алгебраическому уравнению относительно комплексной переменной S .

Понятие передаточной функции пригодно только для линейных стационарных SISO систем с постоянными параметрами и позволяет иметь информацию о системе только по входу-выходу. При этом отсутствует любая информация о внутренних переменных и характере их изменения.

В нестационарных системах, когда ряд параметров зависит от времени, пользоваться понятием передаточной функции бессмысленно.

Многоконтурные и многомерные системы описываются уравнениями относительно переменной преобразования Лапласа. В этом случае решение таких уравнений осуществляется с помощью матриц и определителей.

Компьютерное и имитационное моделирование с учетом математической модели системы

До создания реального опытного образца динамической системы необходимо использование компьютерного моделирования. На практике компьютерное моделирование позволяет получить информацию во временной области. Это означает, что в системе показатели качества могут быть заданы во временной области в виде времени нарастания переходного процесса, величины перерегулирования. В этом случае соответствующие методы могут быть использованы для нелинейных нестационарных и многомерных ММО систем. В нестационарных системах всегда один или ряд параметров являются функциями времени. Компьютерное моделирование имеет ряд существенных преимуществ:

1. Позволяет предсказать поведение реальной системы при натуральных испытаниях и является безопасным методом анализа состояния системы.
2. Процесс компьютерного моделирования должен сопровождаться имитационным моделированием.

Литература

Шаршеналиев Ж.Ш. Оптимизация систем с разделяемыми движениями и ограниченными ресурсами. Фрунзе: Илим. – 1980. 200 с.

AUTOMATIC CONTROL

UDC 681.5

Sharshenaliy Zh. – Academician of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic.

Institute of Automation and Information Technologies of the National Academy of Sciences of the Kyrgyz Republic

ABOUT THE FEATURES OF STANDARD CONCEPTS IN THE STUDY OF DYNAMIC CONTROL SYSTEMS

The paper considers some features of the standard concepts of analysis, synthesis and modeling of stationary systems.

Keywords: stabilizability, detectability, controllability, computer and simulation modeling.

Analysis and synthesis of dynamic automatic control systems is one of the main technical tasks.

Let's consider the simplest linear problem of optimal stationary control. We have a differential equation of state relating the state, the rate of change of the state of the system with input and output signals

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{1}$$

where $x \in R^n$, $u \in R^r$, $y \in R^q$ ($q \leq n$),

A is a quadratic matrix, B and C are rectangular matrices of full rank.

$$\min J = \int_{t_0}^t (y^T R y + u^T Q u) dt\tag{2}$$

under the condition of asymptotic stability of the closed optimal regulator

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0,\tag{3}$$

R and Q are symmetric, positive-definite matrices.

We assume that under any initial conditions

$$u = kx, \quad k = Q^{-1}B^T x^T$$

The state of any control object at any given time is a function of both the initial state and the control vector

The equation of a simple dynamical system has the form:

$$\dot{x}(t) = f[x(t_0), u(t_0, t)]. \quad (4)$$

$$y = W_2 W_1 \mathcal{E} \quad (5)$$

$$J = [E - W_2 W_1]^{-1} W_2 W_1 r \quad (6)$$

At the same time, the matrix transfer functions W_2 and W_1 cannot be swapped, because in general,

$$W_2 W_1 \neq W_1 W_2 \quad (7)$$

The matrix transfer function of an open system will be represented as the product of matrix functions of sequentially connected blocks written in the reverse order of the signal passage.

Figure 1. shows a block diagram of such a system

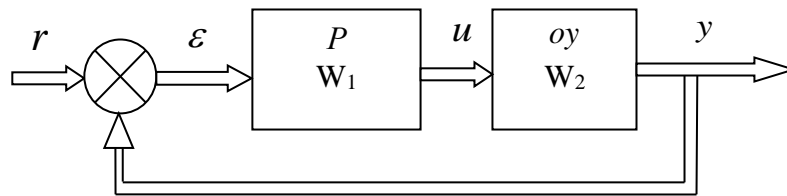


Fig.2

$$W = W_2 W_1 \quad (8)$$

The matrix transfer function of a closed system has the form

$$\Phi = [E + W_2 W_1]^{-1} W_2 W_1, \quad (9)$$

where E is the unit matrix.

The equation of state of the control object at each time is a function of both $x(t_0)$ (initial state) and $u(t_0, t)$ control vector

$$\dot{x}(t) = f[x(t_0), u(t_0, t)] \quad (10)$$

Вектор выхода $y(t)$ также является функцией $x(t_0)$ и $u(t_0, t)$ и имеет вид алгебраического уравнения

$$y(t) = F[x(t_0), u(t_0, t)] \quad (11)$$

The system of equations (10) and (11) can be considered as the equation of state of the control system (object).

In general, the linear system has the form

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (12)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t),$$

where (t) is the matrix of coefficients of the state vector,

$in(t)$ is the control matrix,

$C(t)$ is the output matrix, i.e., the matrix of the scales of measurement of state variables

is the matrix of the system bypass, i.e., the matrix of the scales of change in the input control actions coming from the output bypassing the control object. However, in almost many cases, therefore, the expression (2) takes place.

In the case of the optimal stabilization problem, the Letov–Kalman quality criterion is used, control is sought in the form of a solution of the nonlinear Lurie–Riccati matrix equation. Quadratic optimization in linear systems is a method of determining the matrix of feedback coefficients k , which provides stability to the matrix of the state of a closed system $(A - Bk)$, in the case of the stabilizability of the pair (A, B) . It should be noted that the solution of nonlinear matrix Riccati or Lurie–Riccati equations is much more complicated than the modal method with pole placement the optimal system.

For the general case, it can be imagined that the control is a linear combination of state variables $u = kx$,

where k is a dimension matrix $m \times n$.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1} & \dots & k_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

Substituting (13) into (1), we have $\dot{x} = Ax + Bkx = Hx$.

For SISO systems, a matrix of feedback coefficients by state

$k = [k_1 k_2 \dots k_n]$ in $u = -kx$ can be determined using the Ackermann formulas $k = [00 \dots 1] P_c^{-1} q(A)$,

where P_c is the controllability matrix, $q(A)$ is the characteristic polynomial of a closed system.

The H -matrix of dimension $m \times n$ is obtained by adding the corresponding elements of the matrices A and Bk . Below are some well-known basic concepts of analysis and synthesis of control systems.

Stabilizability. The system (1) (pair A and B) is called stabilized if there is such a control $u = kx$ (matrix k) in which the closed ACS is asymptotically stable

Detectability. The system (1) (pair C, A) is called detectable if the pair A^T, C^T is stabilized.

Manageability. The system (A, B) is controllable if there is an unlimited control u that transfers the system from an arbitrary initial state $x(0)$ to another given state $x(t)$ or the rank $[BABA^2B \dots A^{n-1}B] = n$.

Recall that the transfer function of a linear system (or element) is the ratio of the Laplace transform of the output variable to the Laplace transform of the input variable, taking into

account that all initial conditions are zero. It is known that the Laplace transform makes it possible to move from the differential equation of the model to an algebraic equation with respect to the complex variable S .

The concept of a transfer function is suitable only for linear stationary SISO systems with constant parameters and allows you to have information about the system only by input-output. At the same time, there is no information about internal variables and the nature of their changes.

In non-stationary systems, when a number of parameters depend on time, it is pointless to use the concept of a transfer function.

Multi-contour and multidimensional systems are described by equations with respect to the Laplace transform variable. In this case, the solution of such equations is carried out using matrices and determinants.

***Computer and simulation modeling taking into account the mathematical
model of the system***

Before creating a real prototype of a dynamic system, it is necessary to use computer modeling. In practice, computer modeling allows you to obtain information in the time domain. This means that in the system, quality indicators can be set in the time domain in the form of the rise time of the transient process, the amount of overshoot. In this case, the corresponding methods can be used for nonlinear non-stationary and multidimensional MIMO systems. In non-stationary systems, one or a number of parameters are always functions of time. Computer modeling has a number of significant advantages:

1. Allows you to predict the behavior of a real system during field tests and is a safe method of analyzing the state of the system.
2. The process of computer modeling should be accompanied by simulation modeling.

Автоматтык башкаруу

УДК 681.5

Шаршеналиев Ж. - КР Академик КР

Кыргыз Республикасынын автоматташтыруу жана маалыматтык технологиялар институту НАН КР

Динамикалык башкаруу тутумдарын изилдөөдө стандарттуу түшүнүктөрдүн өзгөчөлүктөрү жөнүндө

Жумуш стационардык тутумдарды талдоо, синтез жана моделдөө боюнча стандарттуу түшүнүктөрдүн айрым өзгөчөлүктөрү каралат.

Негизги сөздөр: Стабилизация, аныктоо, көзөмөлдөө, компьютердик жана симуляция моделдөө.

Динамикалык автоматтык башкаруу тутумун талдоо жана синтездөө негизги техникалык тапшырмалардын бири болуп саналат.

Оптимальдуу стационардык менеджменттин эң жөнөкөй сызыктуу милдетин карап көрөлү. Бизде мамлекеттин дифференциалдык теңдемеси бар, ал мамлекетти туташтыруу, тутумдун абалын киргизүү жана чыгуучу сигналдар менен өзгөртүү ылдамдыгын өзгөртүү ылдамдыгы бар

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{1}$$

кайда $x \in R^n$, $u \in R^r$, $y \in R^q$ ($q \leq n$),

A - квадрат матрицасы, B жана C - тик бурчтуу матрица толук рангдагы.

$$\min J = \int_{t_0}^t (y^T R y + u^T Q u) dt\tag{2}$$

жабык оптималдуу жөнгө салуунун асимптотикалык туруктуулугун эске алуу менен

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0,\tag{3}$$

R жана Q - симметриялуу, позитивдүү - белгилүү бир матрицалар.

Ар кандай баштапкы шарттарда экендигин мойнубузга алабыз

$$u = kx, \quad k = Q^{-1} B^T x^T$$

Ар бир учурларда ар кандай контролдук объектинин абалы $x(t_0)$, баштапкы абалдын жана башкаруу векторунун $u(t_0, t)$ функциясы болуп саналат

Жөнөкөй динамикалык тутумдун теңдемеси формада:

$$\dot{x}(t) = f[x(t_0), u(t_0, t)]. \quad (4)$$

$$y = W_2 W_1 \varepsilon \quad (5)$$

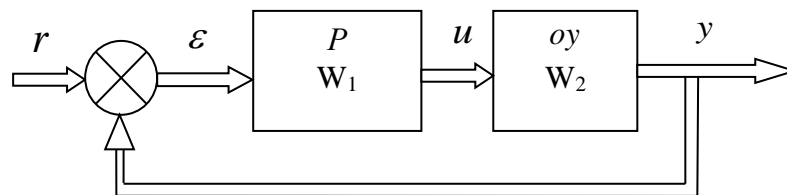
$$J = [E - W_2 W_1]^{-1} W_2 W_1 r \quad (6)$$

Бул учурда, матрица функцияларын W_2 жана W_1 алмаштыра албайт, анткени жалпы учурда

$$W_2 W_1 \neq W_1 W_2 \quad (7)$$

Ачык системанын матрицалык редуктордук функциясы Макаланын функцияларын тартипте жазылган, тартипте жазылган, сигнал үзүндү өзгөрттү.

1-сүрөт. Мындай системанын блок диаграммасы сунушталат



2-сүрөт

$$W = W_2 W_1 \quad (8)$$

Жабык тутумдун матрица берүү функциясы пайда болот

$$\Phi = [E + W_2 W_1]^{-1} W_2 W_1, \quad (9)$$

кайда E - бир матрица

Ар бир учурларда контролдук объекттин абалын теңдеме - $x(t_0)$ (баштапкы мамлекет), $u(t_0, t)$ башкаруу вектору

$$\dot{x}(t) = f[x(t_0), u(t_0, t)] \quad (10)$$

Вектордук вектордон (Т) $X(t_0)$ жана $U(t_0, t)$ функциясы, ошондой эле иштейт алгебралык теңдеме

$$y(t) = F[x(t_0), u(t_0, t)] \quad (11)$$

Төлөмдөр тутуму (10) жана (11) контролдун (объектинин) абалынын теңдемесинин теңдемеси катары каралышы мүмкүн.

Жалпысынан, сызыктуу система формасы бар

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (12)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t),$$

кайда $A(t)$ - абал векторунун коэффициенттеринин матрицасы, $B(t)$ - башкаруу матрицасы, $C(t)$ - чыгуу матрицасы, б. а. абалдын өзгөрмөлөрүн өлчөө масштабдарынын матрицасы, $D(t)$ - системаны айланып өтүү матрицасы, б.а. башкаруу объектисин айланып өтүүгө чыгуудан келип чыгуучу киргизүү башкаруу таасирин өзгөртүү масштабдарынын матрицасы. Бирок, дээрлик көпчүлүк учурларда, ошондуктан сөз айкашы пайда болот (2).

Оптимальдуу стабилдештирүү маселесинде левин-Калман сапатынын критерийи колдонулат, башкаруу сызыктуу эмес Лурье – Рикати матрицалык теңдемесинин Чечими катары изделет. Сызыктуу системалардагы квадраттык оптимальдаштыруу жабык системанын $(A - Bk)$ абал матрицасына туруктуулукту камсыз кылган k кайтарым байланыш коэффициенттеринин матрицасын аныктоо ыкмасы болуп саналат, ал эми жупту (A, B) турукташтырган учурда. Рикати же Лурье – Рикати сызыктуу эмес матрицалык теңдемелерди чечүү оптимальдуу системанын уюлдарын жайгаштыруу менен модальдык ыкмага караганда кыйла татаал экендигин белгилей кетүү керек.

Жалпы иш үчүн, u башкаруу $u = kx$ абал өзгөрмөлөрүнүн сызыктуу айкалышы деп элестетүүгө болот, кайда $k - m \times n$ өлчөмүнүн матрицасы.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{m1} & \dots & k_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

(13) ордуна (1), $\dot{x} = Ax + Bkx = Hx$.

SISO системалары үчүн кайтарым байланыш коэффициенттеринин матрицасы $k = [k_1 k_2 \dots k_n]$ $u = -kx$ Акерман формулаларын колдонуп аныктоого болот $k = [00 \dots 1] P_c^{-1} q(A)$, мында P_c – иштөө матрицасы, $q(A)$ - жабык системанын мүнөздүү көп түрдүүлүгү. $H - m \times n$ өлчөмдүүлүк матрицасы A жана Bk . матрицаларынын тиешелүү элементтерин кошуу жолу менен алынат. Төмөндө талдоо жана синтез башкаруу системалары белгилүү негизги түшүнүктөр болуп саналат.

Стабилдүүлүк. Жабык САУ асимптотикалык жактан туруктуу болгон $u = kx$ (матрица k) башкаруу бар болсо, система (1) (A жана B жуптары) стабилдештирилген деп аталат.

Аныктоо жөндөмдүүлүгү. Система (1) (C, A жуптары) тутуму, эгер жуп A^T, C^T – стабилдештирилсе, аныкталуучу деп аталат.

Иштетүү.

Система (A, B) тутумду $x(0)$ баштапкы абалынан башка берилген $x(t)$, абалына же рангына $[BABA^2B \dots A^{n-1}] = n$ которууда чексиз башкаруу болгондо башкарылат.

Сызыктуу тутумдун (же элементтин) өткөрүп берүү функциясы бардык баштапкы шарттар нөлгө барабар экендигин эске алуу менен, чыгуучу өзгөрмөнүн Лаплас трансформациясынын кириш өзгөрмөсүнүн Лаплас трансформациясына болгон катышы бар. Лапластын трансформациясы моделдин дифференциалдык теңдемесинен S комплекстүү өзгөрмөсүнө карата алгебралык теңдемеге өтүүгө мүмкүндүк берери белгилүү.

Берүү милдети түшүнүгү туруктуу параметрлери менен сызыктуу туруктуу стол системалары үчүн гана жарактуу болуп саналат жана бир гана киргизүү жана чыгаруу системасы жөнүндө маалыматка ээ болууга мүмкүндүк берет. Бул учурда, ички өзгөрмөлөр жана алардын өзгөрүү мүнөзү жөнүндө эч кандай маалымат жок.

Стационардык эмес системаларда, бир катар параметрлер убакытка көз каранды болгондо, өткөрүп берүү функциясы түшүнүгүн колдонуу маанисиз.

Көп контрасттык жана көп өлчөмдүү тутумдар Лаплас трансформациясынын өзгөрмөсүнө карата теңдемелер менен сүрөттөлөт. Мындай учурда мындай теңдемелерди чечүү матрицалар жана аныктагычтар аркылуу жүргүзүлөт.

Математикалык эсепке алуу менен компьютердик жана симуляциялык моделдөө системанын моделдери

Динамикалык тутумдун чыныгы тажрыйбалуу үлгүсүн түзүүдөн мурун компьютердик симуляцияны колдонуу зарыл. Иш жүзүндө компьютердик моделдөө убактылуу чөйрөдө маалымат алууга мүмкүндүк берет. Бул система сапатын көрсөткүчтөрү өткөөл жараянынын өсүшү убакыт түрүндө убактылуу аймакта берилиши мүмкүн дегенди билдирет, өзгөргүчтүк наркы. Бул учурда, тиешелүү ыкмалар сызыктуу эмес стационардык жана көп өлчөмдүү ММО тутумдары үчүн колдонулушу мүмкүн. Стационардык эмес тутумдарда ар дайым бир же бир катар параметрлер убакыт функциялары болуп саналат. Компьютердик моделдөө бир катар олуттуу артыкчылыктарга ээ:

1. Бул табигый сыноолордо реалдуу системанын жүрүм-турумун болжолдоого мүмкүндүк берет жана тутумдун абалын талдоонун коопсуз ыкмасы болуп саналат.

2. Компьютердик моделдөө процесси симуляциялык моделдөө менен коштолушу керек.