УПРАВЛЕНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ

УДК 62-50 10.5281/zenodo.3904077

Ж. Шаршеналиев
Институт машиноведения и автоматики НАН КР, г.Бишкек

О ПОДХОДАХ УПРОЩЕНИЯ СЛОЖНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Изложены приемы исследования сложных объектов, системный подход, взаимодействие и взаимосодействие.

Ключевые слова: общая теория систем, системный подход; декомпозиция; агрегирование; обратная связь; взаимосодействие.

«Системой можно назвать только такой комплекс избирательно вовлеченных компонентов, у которых взаимодействия и взаимоотношения принимают характер взаимоСОдействия компонентов на получение фокусированного полезного результата».

П.К. Анохин. Философская Энциклопедия. II Гл. ред. Ф.В. Константинов. – М. Сов. энциклопедия, 1962. Т. 2. – 375 с.

В настоящее время системный подход стал доминирующим подходом в общей теории систем. При этом при исследовании сложных объектов системный подход является новой методологией, учитывающей не только их взаимодействия, но и взаимоСОдействия.

В рамках системного подхода актуальным является использование методов упрощения – декомпозиции, агрегирования, трансформации и сингулярности.

1. *Декомпозиция* – расслоение сложной системы или объекта на несколько более простых независимых частей.

2. *Агрегирование* – объединение нескольких простейших частей в более сложные укрупненные с целью ограничения чрезмерного повышения порядка. Агрегированная система есть новая форма укрупненных переменных, т.е. агрегатов.

Необходимо отметить, что декомпозиция и агрегирование составляют основные способы исследования сложных динамических систем.

3. *Трансформация* – преобразование, не изменяющее порядка математической модели, но приводящее ее к более удобному виду.

4. *Сингулярность* – наличие в математической модели объекта тех или иных неправильностей по сравнению с регулярными объектами того же рода.

Обычно уравнения динамической системы управления описываются уравнениями первого порядка относительно каждой из переменных состояния. В общем случае уравнения динамики запишем в виде:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \cdots + b_{1m}u_m,\\
&\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + \cdots + b_{2m}u_m,\\
&\vdots\\
&\dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + \cdots + b_{nm}u_m.
\end{aligned} \tag{1}$$

Эту систему уравнений представим в матричной форме:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}a_{12}\dots a_{1n} \\ a_{21}a_{22}\cdots a_{2n} \\ \vdots \\ a_{n1}a_{n2}\dots a_{nn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11}\cdots b_{1m} \\ \vdots \\ b_{n1}\cdots b_{nm} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}. \tag{2}$$

В компактном в виде (2) имеет следующий вид как уравнение состояния:

$$\dot{X} = AX + BU, \tag{3}$$

где $X \in R^n$, $u \in R^m$; A – постоянная $n \times n$, B – постоянная $n \times m$ матрицы.

Разбиваем матрицу A на блоки так, чтобы диагональные блоки были квадратными:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} A_1 A_{12} A_{13} \\ A_{21} A_2 A_{23} \\ A_{31} A_{32} A_3 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} U. \tag{4}$$

Считая, что переменные состояния, множителями при которых являются элементы матрицы A_i $(i - го\, блока)$, относятся к вектору состояния X_i подсистемы S_i, разобьем уравнение (3) на S подсистем

$$\dot{X}_i = A_i x_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{S} A_{ij} x_j + B_i u_i, i = 1,2,\cdots S, \tag{5}$$

где $X_i \in R^{n_i}$; матрица A_i отображает собственные динамические свойства подсистемы S_i; выражение $\sum A_{ij} x_j$, содержащее все остальные переменные x_j, кроме собственного вектора x_i подсистемы S_i, характеризует связи между подсистемами; матрица A_{ij} есть матрица связей.

Такая трансформация характеризуется тем, что ни одна из компонент вектора x_i не является одновременно компонентой какого-либо другого вектора x_j другой подсистемы S_j. Такие подсистемы называют не перекрывающимися.

Теперь если матрица A линейной системы расчленена на подсистемные блочные матрицы, собственно, подсистемы A_i, то вместо матриц связей A_{ij} в (5) вводим матрицы $\varepsilon_i A_{ij}$. Здесь малый параметр ε_i учитывает слабость связей. Допуская, что $\varepsilon_j = 0,\ i \neq j$, имеем изолированные подсистемы. При $\varepsilon_j = 0$ такое обращение называется **структурным возмущением**.

Необходимо отметить, что при структурном возмущении часто в качестве множителя при коэффициентах связей вводят величину $\varepsilon(t)$ вместо ε, которая может принимать значения $0 \le \varepsilon(t) \le 1$. Задаваемое извне произвольное изменение $\varepsilon(t)$ есть **параметрическое возмущение**. В отличие от параметрического возмущения структурные возмущения **регулярны**. А в случае сильных связей коэффициенты матриц A_i и A_{ij} являются соизмеримыми друг с другом, т.е. $a_{ij} \rangle\rangle 1,\quad i, j = 1,2,\cdots,\tau$.

Тогда величину a_{ij} представим в виде $a_{jj} = K\overline{a}_{ij}$, и малый параметр ε обозначим как $\varepsilon = K^{-1}$. Тогда уравнение соответствующей подсистемы представим в виде

$$\varepsilon\dot{X}_i = \overline{A}_i x_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^{\tau} \overline{A}_{ij} x_j,\ i = 1,2,\cdots,\tau. \tag{6}$$

Учитывая, что изменение ε от конечной величины «1» до нуля или от нуля до конечной величины «1» приводит к изменению порядка уравнения. Такие возмущения являются **сингулярными.** При исследовании таких систем выдвигается проблема начальных значений.

Одним из известных методов декомпозиции (понижения порядка) уравнения есть простое отбрасывание малых членов с производными высших порядков.

Математические обоснования способов понижения порядка математических моделей в динамических системах управления были разработаны М.В. Мееровым [1] и А.Н. Тихоновым и их научной школой.

Литература

1. Мееров М.В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. М., 1959.