

УДК 537.527

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО АКСИАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПОТОКА ГАЗА

*И.Р. Урусова¹, moon4ik_29@mail.ru,
Т.Э. Урусова², urusova_tolkun@mail.ru*

¹*КНУ им.Ж.Баласагына*

²*Национальная академия наук Кыргызской Республики*

Представлены результаты численного моделирования открытой электрической дуги постоянного тока во внешнем аксиальном магнитном поле при наличии внешнего аксиального потока газа. Расчеты выполнены в рамках нестационарной трехмерной математической модели в приближении частичного локального термодинамического равновесия плазмы. Установлено, что в зависимости от соотношения между значениями внешнего магнитного поля и скорости аксиального потока газа часть столба дуги вверх по потоку остается устойчивой и сохраняет цилиндрическую форму, при этом часть дуги вниз по потоку принимает винтовую форму.

Ключевые слова: открытая электрическая дуга, внешнее аксиальное магнитное поле, аксиальный обдув, винтовая форма столба дуги.

Введение

В различных технологических процессах находит широкое применение электрическая дуга, горящая во внешнем магнитном поле [1-3]. Так, например, внешнее магнитное поле позволяет оптимизировать процессы сварки, управлять пространственной формой дуговой плазмы [4]. Выявление новых особенностей поведения дуги во внешнем магнитном поле стимулирует проведение дальнейших научных исследований [5-11].

Известно, что в результате воздействия внешнего аксиального магнитного поля (ВАМП) дуговой столб может приобретать винтовую пространственную форму [12-15]. Изучение винтовой формы дуги имеет научное и прикладное значение. В частности, представляют интерес исследования открытой электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле, обдуваемой аксиальным потоком газа. Этой тематике посвящены, например, эксперименты [15-17], в которых изучалось влияние различных факторов на устойчивость дуги в цилиндрическом канале. Результаты экспериментов показали, что аксиальный обдув стабилизирует столб дуги и препятствует формированию винтовой формы столба дуги.

Вместе с тем исследования открытой электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле в условиях аксиального обдува практически отсутствуют.

Настоящая работа посвящена численному исследованию открытой электрической дуги, горящей во внешнем аксиальном магнитном поле в условиях аксиального обдува.

Постановка задачи и математическая модель

Рассчитывается открытая электрическая дуга постоянной силы тока I , межэлектродным расстоянием L в аргоне атмосферного давления в однородном внешнем аксиальном магнитном поле H^{Ext} . Столб дуги обдувается аксиальным потоком газа (аргон) со скоростью u^{Ext} .

Численные расчеты проводятся на основе системы нестационарных трёхмерных уравнений электрической дуги, записанных в приближении частичного локального термодинамического равновесия плазмы. В декартовой системе координат (x, y, z) уравнения могут быть записаны в следующем виде [18, 19]:

уравнение непрерывности газа тяжелых частиц

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (1)$$

уравнение непрерывности газа электронов

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \text{div}(N_e \mathbf{V}_e) = R_e, \quad (2)$$

уравнение баланса энергии газа электронов

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} k T_e N_e \right) + \text{div} \left(\frac{5}{2} k T_e N_e \mathbf{V}_e \right) = \text{div}(\lambda_e \text{grad} T_e) + \mathbf{j}^2 / \sigma - \psi - B(T_e - T) - U_i R_e, \quad (3)$$

уравнение баланса энергии газа тяжелых частиц

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} k T (N_i + N_a) \right) + \text{div} \left(\frac{5}{2} k T (N_i + N_a) \mathbf{V} \right) = [\text{div}(\lambda \text{grad} T) + B(T_e - T)], \quad (4)$$

уравнение баланса импульса газа вдоль осей координат x, y, z

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} u) = \text{div}(\mu \text{grad} u) - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_x + s_x + (\rho - \rho_\infty) \mathbf{g}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} v) = \text{div}(\mu \text{grad} v) - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_y + s_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} w) = \text{div}(\mu \text{grad} w) - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_z + s_z, \quad (7)$$

уравнения Максвелла

$$\text{rot} \mathbf{E} = 0, \quad \text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad \text{div} \mathbf{H} = 0, \quad (8)$$

закон Ома в обобщенной форме

$$\mu_0 (\mathbf{V}_e \times \mathbf{H}) + \mathbf{E} = \mathbf{j} / \sigma + (\mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H}) - \text{grad} P_e) / q_e N_e, \quad (9)$$

закон Дальтона

$$P / k T = N_i + N_a + N_e T_e / T. \quad (10)$$

Отметим, что в алгоритме расчета напряженность внешнего аксиального магнитного поля H^{Ext} добавляется к x -компоненте собственного магнитного поля дуги H_x , т.е. $H_x + H^{Ext}$. В соответствии с оценками [18] в математической модели принято, что плазма является однократно ионизованной, квазинейтральной, течение ламинарное, дозвуковое, излучение объемное; вязкая диссипация энергии и приэлектродные процессы не рассматриваются.

При записи уравнений (1–10) использованы следующие обозначения: t – время, $\rho, \lambda_e, \mu, \sigma, \psi$ – соответственно плотность газа, теплопроводность электронного газа и газа тяжелых частиц, вязкость, электропроводность, излучение; m – масса атома плазмообразующего газа; N_i, N_a, N_e – концентрации ионов, атомов и электронов соответственно; $R_e = N_e (N_a K_i - N_e N_i K_r)$ – скорость генерации электронов, где K_i, K_r – константы ударной ионизации и трехчастичной рекомбинации соответственно; U_i – потенциал ионизации плазмообразующего газа; $P_e = N_e k T_e$ – парциальное давление электронов, k – постоянная Больцмана; $B = 3 m_e / m k_B v_e N_e$ – коэффициент обмена энергией между электронами и тяжелыми частицами при упругих столкновениях, m_e – масса электрона, v_e – частота столкновений; \mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения; q_e – элементарный заряд; μ_0 – магнитная постоянная; $\mathbf{V}, \mathbf{E}, \mathbf{j}, \mathbf{H}$ – соответственно векторы скорости, напряженности электрического поля, плотности электрического тока, напряженности собственного магнитного поля дуги; T, T_e – температура тяжелых частиц и электронов; P – давление; u, v, w – соответственно компоненты вектора скорости в направлениях осей координат x, y, z ; $\mathbf{V}_d, \mathbf{V}_t, \mathbf{V}_a$ – векторы скоростей дрейфа электронов, термо- и амбиполярной диффузии, определяемые по формулам: $\mathbf{V}_d = \mathbf{j} / (q_e N_e)$, \mathbf{V}_t

$= -D_a / T_e \text{grad} T_e$, $\mathbf{V}_a = -D_a / N_e \text{grad} N_e$, где D_a – коэффициент амбиполярной диффузии; $\mathbf{V}_e = \mathbf{V} + \mathbf{V}_a + \mathbf{V}_t + \mathbf{V}_a$ – суммарная скорость электронов; s_x, s_y, s_z – дополнительные к $\text{div}(\mu \text{grad} u)$, $\text{div}(\mu \text{grad} v)$, $\text{div}(\mu \text{grad} w)$ вязкие слагаемые.

Коэффициенты переноса и теплофизические свойства неравновесной аргоновой плазмы рассчитываются в соответствии с методикой [18].

Электромагнитная часть задачи решается в переменных φ, \mathbf{A} , где φ – скалярный потенциал электрического поля $\mathbf{E} = -\text{grad} \varphi$, \mathbf{A} – векторный потенциал магнитного поля [19]. Температура неплавящихся графитовых электродов определяется из уравнения теплопроводности. Диаметр электродов принят равным 1 мм.

Метод решения уравнений, постановка граничных и начальных условий

Следуя методике [20], систему уравнений (1–10) представим в форме обобщенного дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial \alpha \varphi \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \beta r u \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \beta r v \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \beta r w \Phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \delta, \quad (11)$$

здесь Φ является одной из неизвестных ($N_e, T_e, T, u, v, w, \varphi, A_x, A_y, A_z$). Для каждой переменной Φ имеются свои коэффициенты $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

Численное решение уравнения (11) проводим методом контрольного объема на основе конечных разностей. Используется неявная разностная схема, неизвестные переменные (скорость и давление) рассчитываются по алгоритму SIMPLE'R [20]. Полученная система алгебраических уравнений решена итерационным методом Зейделя–Гаусса с использованием нижней релаксации.

Для рассчитываемых переменных постановка граничных условий проведена по периметру расчетной области $ABCDEFGH$ (рис. 1). Начальные условия задаются в некоторый условный момент времени $t = 0$.

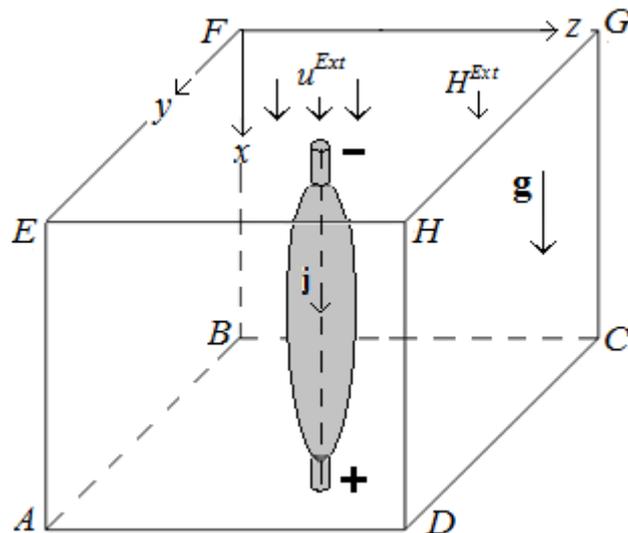


Рисунок 1 – Схема расчетной области в декартовых координатах x, y, z . Пунктирная линия столба дуги – центральная ось

На внешних границах прямоугольной расчетной области значения температуры и концентрации электронов равны значениям температуры T_e^{\min} и концентрации N_e^{\min} холодного не ионизованного газа: $T_e = T_e^{\min} = 3 \text{ кК}$, $N_e = N_e^{\min} = 10^{17} \text{ м}^{-3}$. Температура тяжелых частиц принята равной температуре холодного газа $T = 300 \text{ К}$.

Потенциал электрического поля φ рассчитывается из условия $\partial \varphi / \partial \mathbf{n} = 0$, где \mathbf{n} – нормаль к поверхности границы. На внешней токоведущей торцевой поверхности катода S_c и анода S_a потенциал электрического поля φ рассчитывается из условия протекания

электрического тока I по нормали к поверхности. Такое же условие для переменной φ используется на границе «катод–плазма». Вне катода и анода электрический ток отсутствует. Отметим, что в настоящей работе за направление электрического тока I выбрано направление от катода (-) к аноду (+).

Компоненты векторного потенциала A_x, A_y, A_z магнитного поля определяются из условия равенства нулю первой производной $\partial \mathbf{A} / \partial \mathbf{n} = 0$ по нормали к границе.

Давление P полагается равным относительному значению $P = 1$ Па. Компоненты скорости u, v, w определяются из условия равенства нулю $\partial^2 \mathbf{V} / \partial \mathbf{n}^2 = 0$.

В начальный момент между электродами задаётся высокотемпературная ($T = 9$ кК) зона с неподвижным газом в форме цилиндра.

Расчет характеристик в нерегулярной области, включающей в себя дуговую плазму и электроды, проводится в рамках метода фиктивных областей [21], адаптированного для расчета электрической дуги [22]. Для моделирования винтовой формы дуги во внешнем аксиальном магнитном поле используется схемный аналог флуктуаций температуры электронов [23, 24].

Обсуждение результатов расчета

Анализ результатов расчета будем проводить на примере электрической дуги силой тока $I = 40$ А, межэлектродным расстоянием $L = 50$ мм. Дуга горит во внешнем аксиальном магнитном поле в диапазоне величин $H^{Ext} = 5 \div 50$ кА/м и обдувается внешним аксиальным потоком газа с температурой 300 К и скоростью в диапазоне $u^{Ext} = 2 \div 20$ м/с. В модели приняты электроды из графита с торцевой токоведущей поверхностью диаметром $d_s = 1$ мм. Сеточный шаг по координатам (x, y, z) одинаковый и равен $\Delta = 0.5$ мм, временной шаг равен $\tau = 10^{-4}$ с.

Вначале рассмотрим электрическую дугу без обдува аксиальным потоком газа, т.е. $u^{Ext} = 0$. До момента времени $t = 30$ мс численный расчет проводился без внешнего магнитного поля. Форма столба дуги и картина течения газа показаны на рисунке 2.

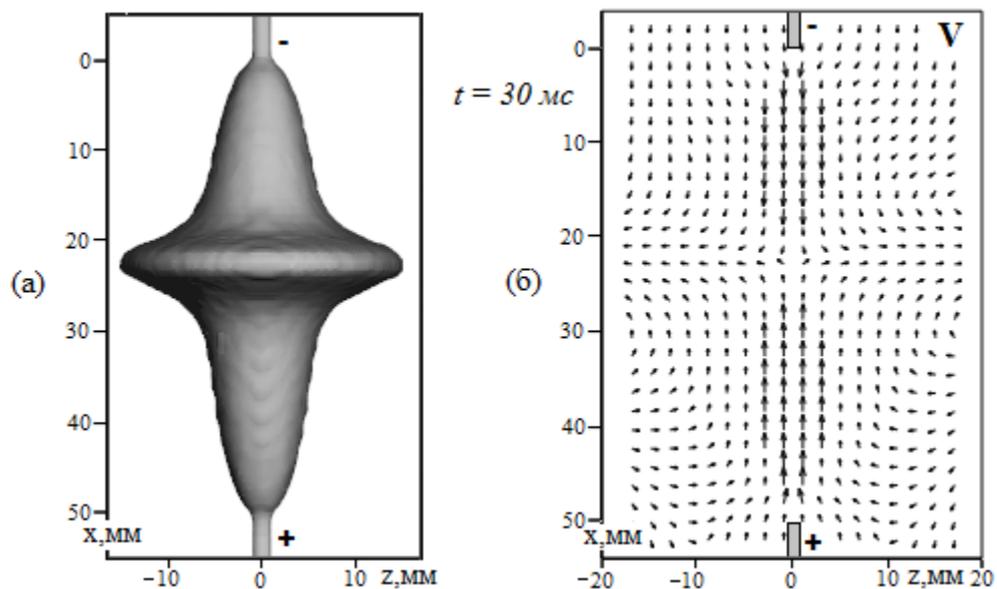


Рисунок 2 – Расчетные данные после выхода на стационарный режим при $t = 30$ мс: (а) – 3D-поверхность столба дуги, (б) – векторное поле скорости \mathbf{V} (масштаб векторов не выдержан). $L = 50$ мм, $I = 40$ А, $u^{Ext} = 0$, $H^{Ext} = 0$

Поясним, что на рисунке 2 (и последующих рисунках) форма дуги является 3D-поверхностью, ограниченной изотермой $T = 3$ кК. Направление обзора столба дуги

перпендикулярно плоскости $x-z$, отсчет в направлении оси x ведется от поверхности катода (-), отсчет в направлениях осей y, z ведется от центральной оси дуги (см. рис.2).

Из рисунка 2а видно, что без внешнего обдува газа и магнитного поля столб дуги является практически осесимметричным. Подобная форма столба дуги является хорошо известной и обусловлена особенностями гидродинамики плазмы [1, 2].

Картина течения плазмы в вертикальном среднем (т.е. при $y = Y/2$) сечении $x-z$ показана на рисунке 2б. Окружающий газ вовлекается в столб дуги вблизи катода и анода, прогревается и движется в аксиальном направлении. В результате воздействия собственных электромагнитных сил в местах сужения столба дуги вблизи катода и анода формируются потоки плазмы, направленные навстречу друг другу.

В среднем сечении $x \approx 25$ мм потоки плазмы сталкиваются и растекаются в радиальном направлении в окружающее пространство. Температура плазмы в приосевой области достигает значений около 12 кК. Скорость аксиальных потоков плазмы в приосевой области достигает около 22 м/с.

Начиная с момента времени $t = 30$ мс принято, что дуга горит во внешнем аксиальном магнитном поле $H^{Ext} = 5$ кА/м. Эволюция пространственной формы столба дуги показана на рисунке 3. Видно, что уже через несколько миллисекунд после наложения ВАМП при $t = 33$ мс столб дуги становится неустойчивым и принимает винтовую форму. Винтовая форма наблюдается по всей длине дуги и меняется во времени.

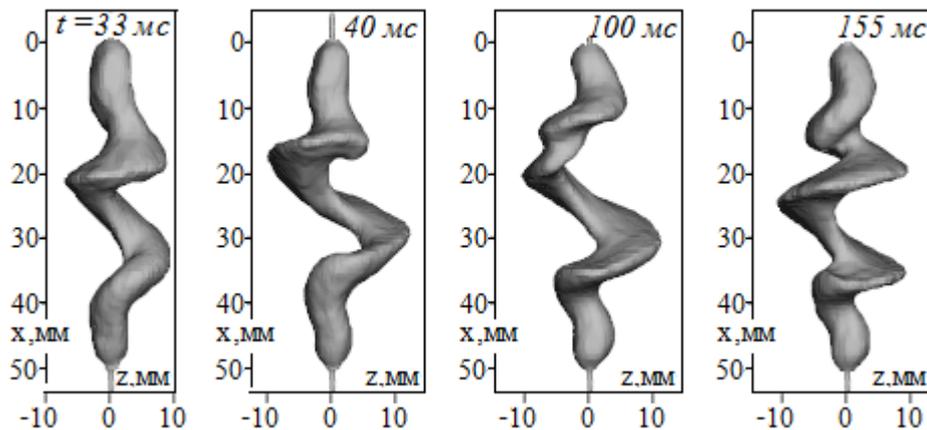


Рисунок 3 – Форма столба дуги без аксиального обдува газом, $u^{Ext} = 0$, $H^{Ext} = 5$ кА/м

Далее рассмотрим дугу в условиях аксиального обдува со скоростью $u^{Ext} = 2$ м/с. Поясним, что до момента $t = 30$ мс расчет проводился без внешнего магнитного поля и обдува ($H^{Ext} = 0, u^{Ext} = 0$). Затем на интервале времени $t = 30 \div 60$ мс для скорости обдува принято $u^{Ext} = 2$ м/с, а после момента $t = 60$ мс задано внешнее магнитное поле $H^{Ext} = 5$ кА/м. На рисунке 4 показана эволюция пространственной формы столба дуги.

Видно, что до момента времени $t = 60$ мс столб дуги без магнитного поля в целом обладает осевой симметрией, однако после наложения ВАМП устойчивость дуги нарушается. Уже через несколько миллисекунд (см. $t = 63$ мс на рис. 4) во всем межэлектродном пространстве формируется винтовая форма столба дуги, которая изменяется во времени.

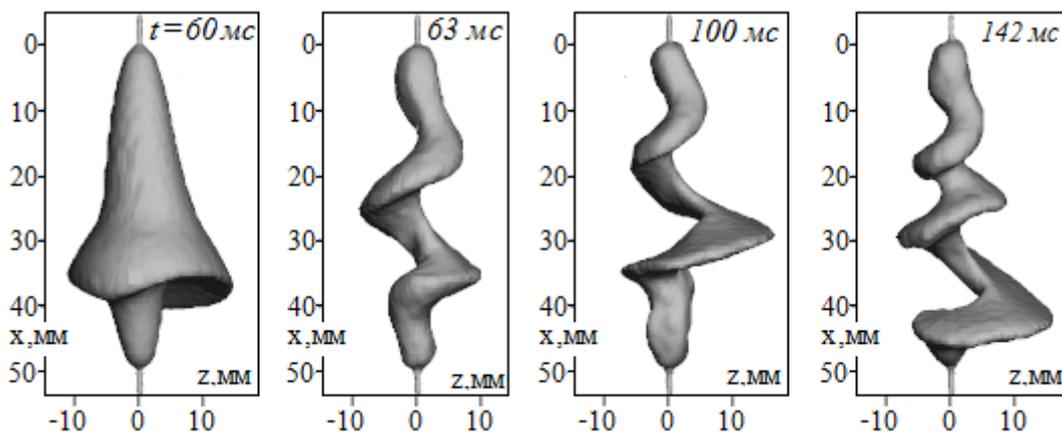


Рисунок 4 – Эволюция во времени формы столба дуги в условиях аксиального обдува,
 $u^{Ext} = 2 \text{ м/с}, H^{Ext} = 5 \text{ кА/м}$

На рисунке 5 для потоков дуговой плазмы показано векторное V и скалярное поле скорости $V = \sqrt{u^2 + w^2}$ в среднем (т.е. при $y=Y/2$) вертикальном сечении ($x-z$) для момента времени $t = 142 \text{ мс}$. Из рисунка видно, что течение плазмы имеет достаточно сложный вихревой характер. В результате воздействия электромагнитных сил дуги аксиальная компонента скорости плазмы вблизи электродов достигает $\approx 22 \text{ м/с}$.

Примерно такие же значения радиальной компоненты скорости наблюдаются на витках спирали дуги. Таким образом, скорость потоков плазмы, генерируемых электрической дугой, существенно выше скорости внешнего аксиального потока газа. Этим, по-видимому, объясняется, почему внешний аксиальный поток газа со скоростью $u^{Ext} = 2 \text{ м/с}$ не оказывает существенного влияния на форму дуги.

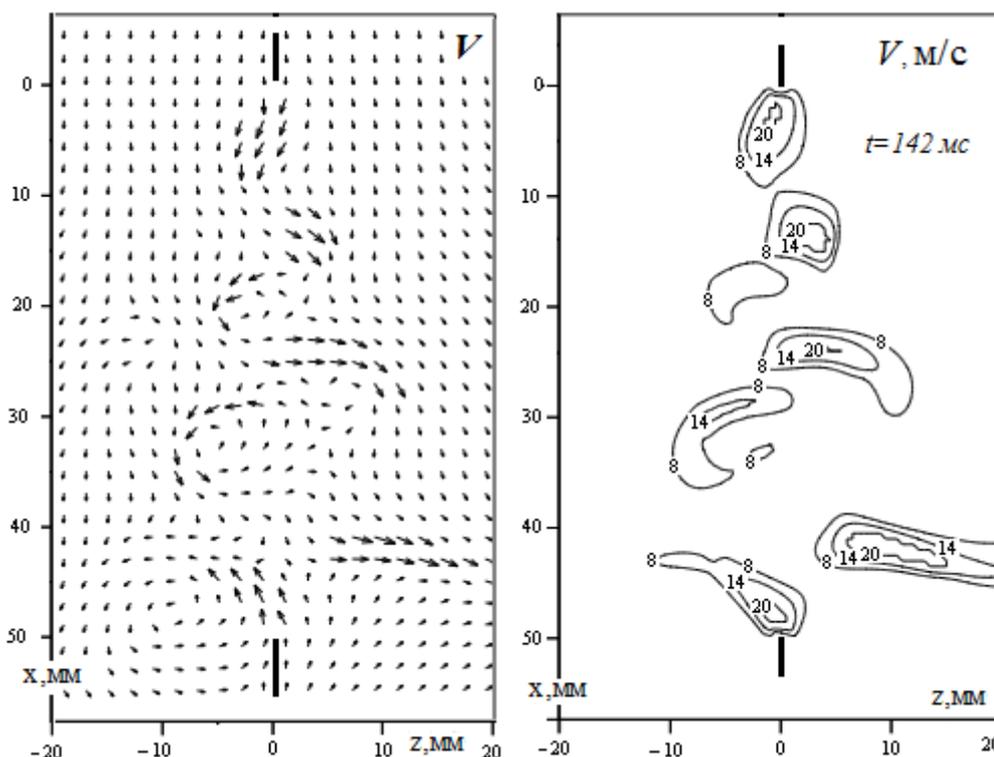


Рисунок 5 – Векторное V и скалярное поле скорости V в среднем вертикальном сечении ($x-z$) для момента времени 142 мс, $u^{Ext} = 2 \text{ м/с}, H^{Ext} = 5 \text{ кА/м}$

Далее, для предыдущего варианта расчета увеличена скорость обдува газа с 2 до $u^{Ext} = 5$ м/с, и численный расчет продолжен при остальных неизменных параметрах. Анализ показывает, что в этом случае наблюдаются заметные изменения формы дуги.

На рисунке 6 показана эволюция формы столба дуги на интервале времени $t = 400 \div 500$ мс. Видно, что со стороны набегающего потока газа верхняя половина столба дуги принимает форму, близкую к цилиндрической форме, которая практически не меняется во времени. При этом другая половина столба дуги вниз по потоку имеет винтовую форму, которая изменяется с течением времени.

Таким образом, в данном случае аксиальный обдув стабилизирует и препятствует формированию винтовой формы только верхней части столба дуги.

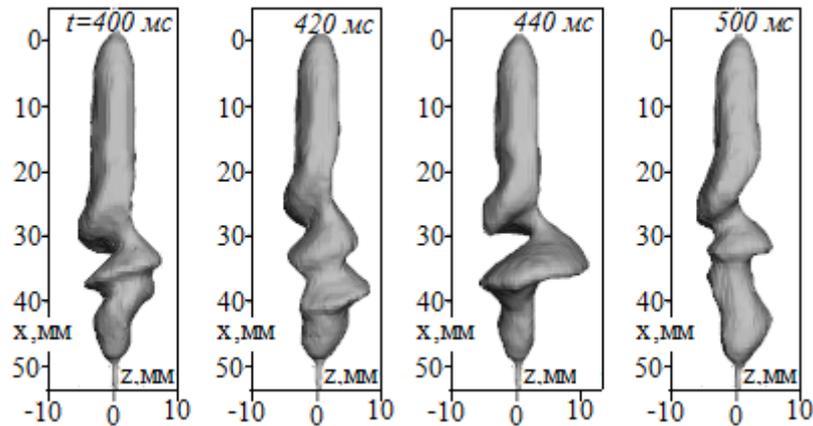


Рисунок 6 – Эволюция во времени формы столба дуги при $u^{Ext} = 5$ м/с. $H^{Ext} = 5$ кА/м

Далее расчет предыдущего варианта продолжен с увеличением скорости обдува газа от 5 до $u^{Ext} = 10$ м/с. Как показывает анализ результатов, в этом случае формируется форма столба дуги, близкая к цилиндрической форме и которая не изменяется во времени (рис. 7). Винтовая структура столба дуги отсутствует.

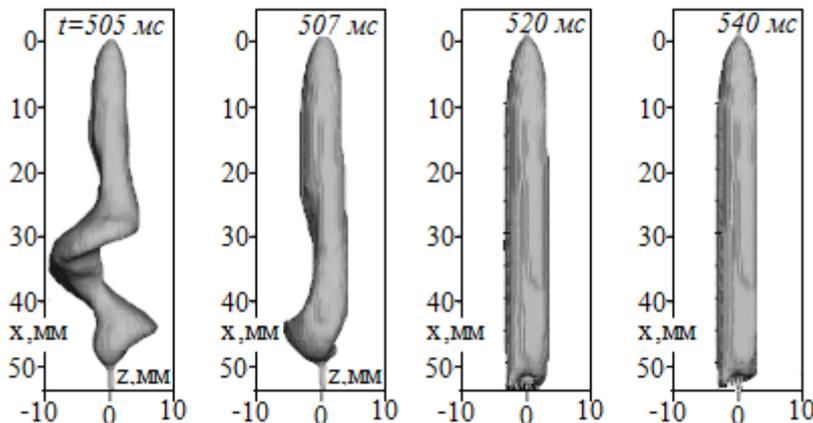


Рисунок 7 – Эволюция во времени формы столба дуги при $u^{Ext} = 10$ м/с. $H^{Ext} = 5$ кА/м

Однако увеличение для предыдущего варианта величины ВАМП с 5 до $H^{Ext} = 10$ кА/м (при неизменном значении $u^{Ext} = 10$ м/с) приводит к нарушению цилиндрической формы столба дуги, как это показано на рисунке 8.

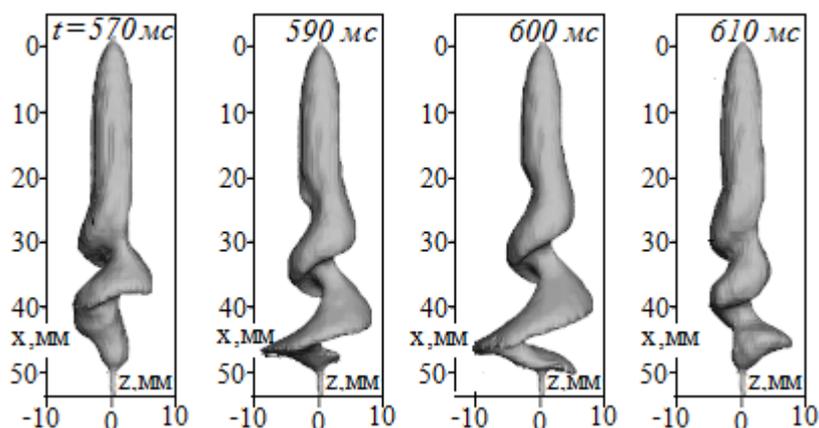


Рисунок 8 – Эволюция во времени формы столба дуги при $u^{Ext} = 10$ м/с, $H^{Ext} = 10$ кА/м

Видно, что со стороны набегающего потока газа верхняя половина столба дуги принимает форму, близкую к цилиндрической, которая практически не изменяется во времени. При этом половина столба дуги вниз по потоку имеет винтовую форму.

Таким образом, изменяя соотношение между значениями u^{Ext} и H^{Ext} , можно реализовать электрическую дугу, участки которой имеют различную форму. Так, например, если для предыдущего варианта (см. рис.8) увеличить скорость обдува u^{Ext} с 10 до 15 м/с (при неизменном $H^{Ext} = 10$ кА/м), тогда наблюдается переход от винтовой формы столба дуги к цилиндрической форме, как показано на рисунке 9а. Подобная форма столба дуги является аналогичной форме, рассмотренной выше на рисунке 7.

Если в предыдущем варианте при неизменном значении $u^{Ext} = 15$ м/с увеличить значение H^{Ext} от 10 до 15 кА/м, тогда цилиндрическая форма столба дуги вновь нарушается. Верхняя половина столба дуги сохраняет цилиндрическую форму, а половина столба дуги вниз по потоку принимает винтовую форму (рис. 9б). В данном случае поведение дуги является аналогичным варианту, показанному на рисунке 8.

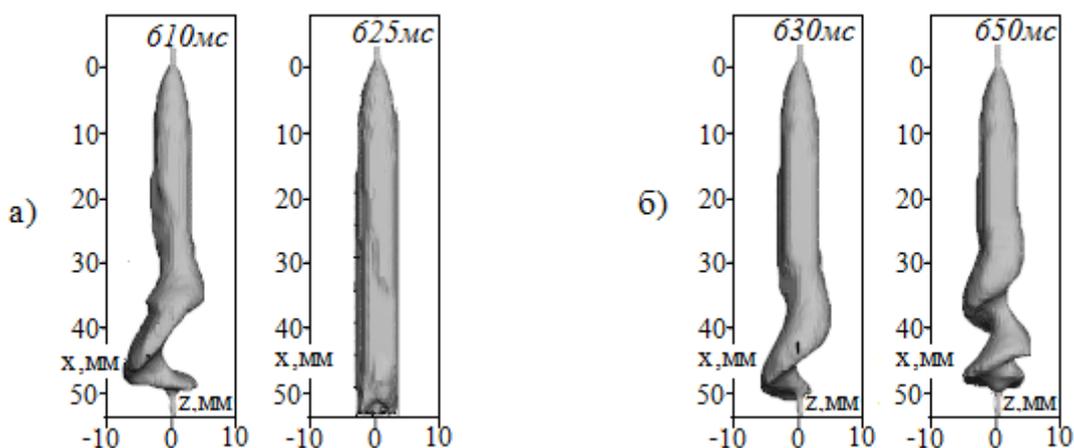


Рисунок 9 – Характерная форма столба дуги при значениях:
а) $u^{Ext} = 15$ м/с и $H^{Ext} = 10$ кА/м, б) $u^{Ext} = 15$ м/с и $H^{Ext} = 15$ кА/м

Форма столба дуги может разделяться на цилиндрическую часть и винтовую часть не только в середине межэлектродного промежутка. На рисунке 10 показана характерная форма дуги при значениях $u^{Ext} = 20$ м/с и $H^{Ext} = 20$ кА/м. Видно, что примерно 2/3 части столба дуги вверх по потоку обладают цилиндрической формой, и только 1/3 часть столба дуги вниз по потоку имеет винтовую форму.

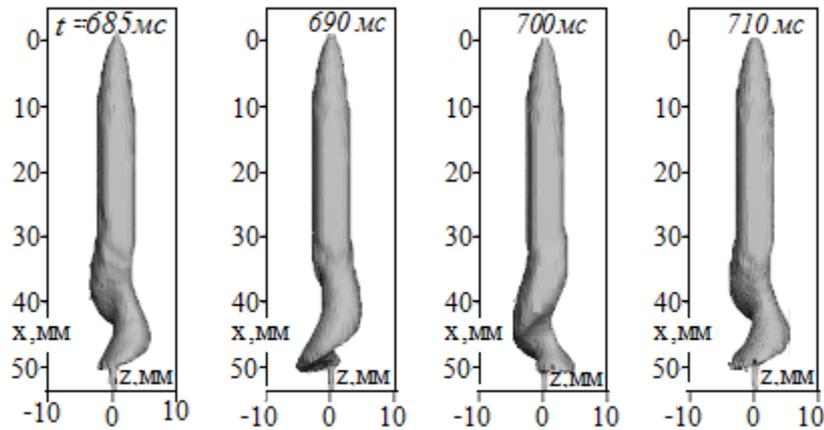


Рисунок 10 – Характерная форма столба дуги при значениях $u^{Ext} = 20$ м/с и $H^{Ext} = 20$ кА/м

Однако форма столба дуги заметно меняется, если при неизменном значении $u^{Ext} = 20$ м/с увеличить значение ВАМП от 20 до $H^{Ext} = 50$ кА/м. На рисунке 11 показана характерная форма дуги при значениях $u^{Ext} = 20$ м/с и $H^{Ext} = 50$ кА/м. Видно, что только примерно 1/3 часть столба дуги вверх по потоку обладает цилиндрической формой, а 2/3 части столба дуги вниз по потоку имеют винтовую форму.

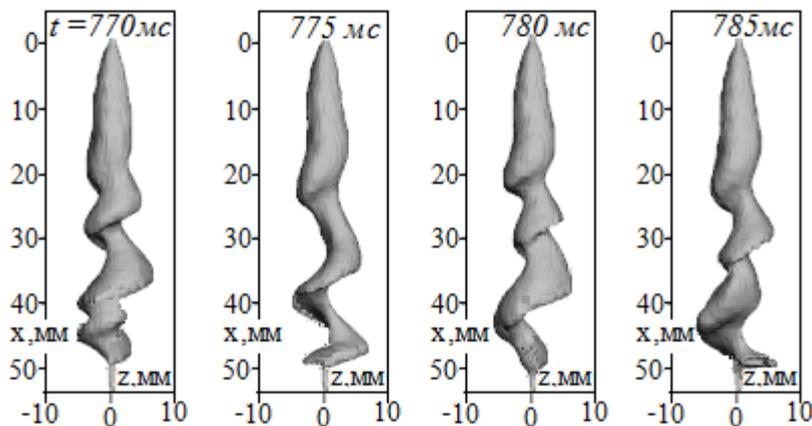


Рисунок 11 – Характерная форма столба дуги при значениях $u^{Ext} = 20$ м/с и $H^{Ext} = 50$ кА/м

Заключение

Проведено численное моделирование открытой электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле в условиях аксиального обдува. Расчеты выполнены на основе системы нестационарных трёхмерных уравнений электрической дуги в приближении частичного локального термодинамического равновесия плазмы.

Установлено, что в зависимости от соотношения между численными значениями скорости внешнего аксиального потока газа и внешнего аксиального магнитного поля часть столба дуги вверх по потоку остается устойчивой и сохраняет цилиндрическую форму, при этом часть дуги вниз по потоку принимает винтовую форму.

Результаты расчетов показали, что аксиальный обдув стабилизирует столб дуги и препятствует формированию винтовой формы столба дуги. Полученный результат качественно согласуется с результатами эксперимента, полученными для электрической дуги в цилиндрическом канале [15-17].

Представленные новые данные позволяют расширить знания о протекающих процессах в открытой электрической дуге при совместном воздействии внешнего аксиального магнитного поля и внешнего аксиального потока газа и могут быть использованы с целью оптимизации управления плазменными процессами и разработки новых плазменных технологий.

Литература

1. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. – М.: Иностранная литература, 1961. –370 с.
2. Лебедев А.Д., Урюков Б.А., Энгельшт В.С. и др. Низкотемпературная плазма. – Т. 7. – Сильноточный дуговой разряд в магнитном поле. – Новосибирск: Наука, 1992.– 267 с.
3. Чередниченко В.С., Аньшаков А.С., Кузьмин М.Г. Плазменные электро-технологические установки. – Новосибирск: НГТУ, 2005.– 508 с.
4. Размышляев, О.Д. Характеристики столба дуги при TIG-сварке с действием продольного магнитного поля /О.Д. Размышляев, М.В. Агеева// Автоматическая сварка.–2021.–№ 11.– С. 12–18.
5. [Wang, X.](#) Pinching arc plasmas by high-frequency alternating longitudinal magnetic field / [X. Wang, A. Harrison, Y. Chang](#), and J. Liu// *Physics of Plasmas* 29, 073506 (2022)
6. Jing, S.Characteristic Analysis of Plasma Arc Adjusted by a Magnetic Field /S.Jing, Wenji X. and Chunyan W.// *Applied Mechanics and Materials* Vols. 44-47 (2011) pp. 1812-1816.
7. Qiuqin, S.Parameter estimation of extended free-burning electric arc within 1 kA / Qiuqin S., Hao L., Feng W., She C., Yujia Z.// *Physics of Plasmas* 25, 052117 (2018);
8. Qiuqin, S.Investigation on Volt-Ampere Characteristics of Secondary Arc Burning in Atmospheric Air / Qiuqin S., Hao L., Zhibin X., She C., Feng W., Lipeng Z. // *Physics of Plasmas* 25, 093513 (2018)
9. Jin, M. Three-Dimensional Modeling of Arc Root Rotation by External Magnetic Field in Nontransferred Thermal Plasma Torches / Jin M., Keun S., Tae H., Sang H.// *IEEE Transactions on plasma science*, vol. 32, № 2. –2004.
10. Урусов, Р.М. О механизмах формирования винтовой формы электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле / Р.М.Урусов, И.Р. Урусова// ТВТ.– 2019. –Т. 57. –№ 3. – С. 328–337.
11. Urusov, R. M. Shunting the electric arc helical spiral turns (numerical simulation)/ R. M. Urusov, I. R. Urusova // *Phys. Plasmas* 27, 103510 (2020).
12. Меккер, Г. Причины движения и смещения дуги /Г. Меккер// ТИИЭР. – 1971.–Т. 59, № 4. – С. 4–12.
13. Ментель Ю. Магнитная неустойчивость электрической дуги. В кн. Теория электрической дуги в условиях теплообмена. – Новосибирск: Наука, 1977. –182 с.
14. Синкевич, О. А. Неустойчивости, волны и неравновесные структуры в плотной низкотемпературной плазме /О.А. Синкевич// ТВТ, 51:3 (2013), 345–374.
15. Асиновский, Э.И. Измерение геометрических параметров винтовой дуги /Э.И. Асиновский, А.К. Кузьмин, Е.П. Пахомов// ТВТ. –1980. –Т. 18. № 1. – С. 9–15.
16. Асиновский, Э. И. Исследование границ винтовой неустойчивости дугового столба/ Э.И. Асиновский, А.А. Афанасьев, Е.П. Пахомов//ТВТ.–1977. –Т. 15. № 4.– С.712–715.
17. Пахомов, Е.П. Пролетная модель влияния расхода газа на развитие винтовой неустойчивости дуги/ Пахомов Е.П.// ТВТ.–1980. –Т. 18. № 2. – С. 206 – 207.

18. Энгельшт В.С., Гурович В.Ц., Десятков Г.А. и др. Низкотемпературная плазма. – Т. 1. Теория столба электрической дуги. –Новосибирск: Наука, 1990. –374 с.
19. Урусов, Р.М. Нестационарная трехмерная модель электрической дуги. Ч.1. Математическая модель и результаты тестирования / Р.М. Урусов, И.Р. Урусова // Теплофизика и аэромеханика. – Новосибирск, 2014. – № 1. – С. 121– 129.
20. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. –146 с.
21. Смагулов Ш., Сироченко В.П., Орунханов М.К. Численное исследование течений жидкости в нерегулярных областях. –Алматы: Гылым, 2001. –276 с.
22. Урусов, Р.М. Применение метода фиктивных областей для расчета характеристик электрической дуги /Р.М. Урусов, Т.Э. Урусова// ТВТ.–2004. –Т. 42. № 3. – С. 374–382.
23. Урусов, Р.М. Численное моделирование винтовой формы электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле / Р.М. Урусов, И.Р. Урусова// ТВТ.– 2017. – Т. 55. № 5. – С. 661– 669.
24. Урусова, И.Р. Компьютерное моделирование винтовой формы электрической дуги при различных значениях сеточного шага/ И.Р. Урусова, Т.Э. Урусова, Э.М. Бакирова, А.Н. Сапаралиева// Проблемы автоматки и управления. – 2021.– №2 (41). – С. 4–10.