

УДК 519.85+538.9+550.3

Г. Ч. Тукембаева, аспирант, e-mail: tukembaeva.g@gmail.com

Б. К. Темиров, д.ф.-м.н., профессор

КНУ им. Ж. Баласагына

ИССЛЕДОВАНИЕ АСТЕНОСФЕРЫ НА ПЕРВОЙ ГАРМОНИКЕ РЕЗОНАНСА ШУМАНА

Резонанс Шумана проявляется в диапазоне крайне низких частот – КНЧ (3 ... 30 Гц), а именно на частотах: 7.83, 14.1, 20.3, 26.4, 32.4 (Гц), практически вложенных в диапазон КНЧ. Ранее резонанс Шумана объясняли сферическим резонатором между земной поверхностью и ионосферой так, что ЭМ-волна первой гармоники, описав один оборот вокруг Земли, совпадает с собственной фазой, что вызывает резонанс. Такие задачи описываются сложными уравнениями магнитогидродинамики, которые анализируются методом осцилляций решений операторно-разностных уравнений. Анализ выявил, что ЭМ-волна на частоте 7.83 Гц распространяется по внутренней окружности радиуса $r = 6101$ км, вложенной в окружность с полярным радиусом $R = 6357$ км. Это обусловлено электропроводящим расплавом в астеносфере и распространением сверхдлинных радиоволн вдоль силовых линий геомагнитного поля. Тем самым на основе частоты 7.83 Гц вычислен показатель преломления расплава горных пород астеносферы. Показатель выражается условием Леонтовича–Щукина на границе раздела двух сред, ранее применяемый для подводной радиосвязи на сверхдлинных волнах. Использование резонанса Шумана охватывает поиск углеводородов, полезных ископаемых, прогноз землетрясений и геофизические исследования, а также изучение фазовых переходов в астеносфере.

Ключевые слова: подводная радиосвязь, крайне низкие частоты, электропроводность и границы астеносферы, фазовые переходы

На крайне низких частотах (КНЧ от 3 до 30 Гц, ELF – extremely low frequency) в волноводе между поверхностью Земли и ионосферой на высоте $H=80$ км образуются стоячие электромагнитные (ЭМ) волны, обнаруженные В.О. Шуманом в 1952–1954 годах и называемые резонансом Шумана [1]–[4]. Изучение природы ЭМ-волн в диапазоне КНЧ позволяет прежде всего увеличить глубину подводного радиоприема и актуально для поиска полезных ископаемых, прогноза землетрясений и геофизических исследований [5]–[7]. Проникновение сверхдлинных волн вглубь океана определяется граничным условием Леонтовича–Щукина на границе воздух – вода [8]–[10]. В силу сложности уравнений магнитогидродинамики, описывающих изучаемые процессы, исследование опирается на метод осцилляций решений операторно-разностных уравнений школы Я.В. Быкова [11], так как, например, операторы Лапласа выражаются простыми соотношениями.

Цель настоящей статьи заключается в обосновании резонанса Шумана на базе геотектоники, магнитного поля Земли и фазовых переходов в астеносфере.

В резонансе Шумана волновод заполнен слабоэлектропроводящей средой, в которой ЭМ-волна после огибания земного шара снова совпадает с собственной фазой, поэтому возникает резонанс на экспериментально обнаруженных пиках частот [4]: 7.83 Гц, 14.1, 20.3, 26.4, 32.4 Гц (рис.1). Первые 5 гармоник, вычисляемые по формуле: $f=ck/L \approx 7.5n$, дают ряд: 7.5; 15.0; 22.5; 30.0; 37.5 (Гц), где f – частота, c – скорость распространения ЭМ-волн, равная 300 000 км/с, $L=40$ 000 км – длина окружности Земли, k – номер гармоники. В основополагающей статье [1] Шуман вывел формулу, согласно которой получил ряд: 8.5; 14.7; 20.8; 26.8; 32.9 (Гц), для которого средняя скорость распространения ЭМ-волны u зависит от проводимости σ , но отличается на 20%. Формула Шумана имеет вид

$$f_k = \frac{u(\sigma)}{L} \sqrt{k(k+1)} \approx 6.0 \sqrt{k(k+1)} \text{ Гц.}$$

Подбор под экспериментальные пики не отвечает причинно-следственным связям. Необходимо искать такие параметры формулы, которые определяют суть явления, так как

измерения первичны, но расчетные формулы вторичны. Тем самым требуется найти неизвестную по экспериментальным пикам частот, поскольку КНЧ являются средством изучения слабоэлектропроводящей среды, причем чем меньше частота ЭМ-волны, тем глубже она проникает внутрь среды, вглубь земной поверхности. Измерения определяют, какой из предлагаемых методов расчета правильный, т.е. точно отражает суть изучаемого явления. Для этого рассмотрим расчет длины окружности и радиуса Земли, данный др.-греческим географом, математиком Эратосфеном Киренским (276 – 194 до н. э.) [12].

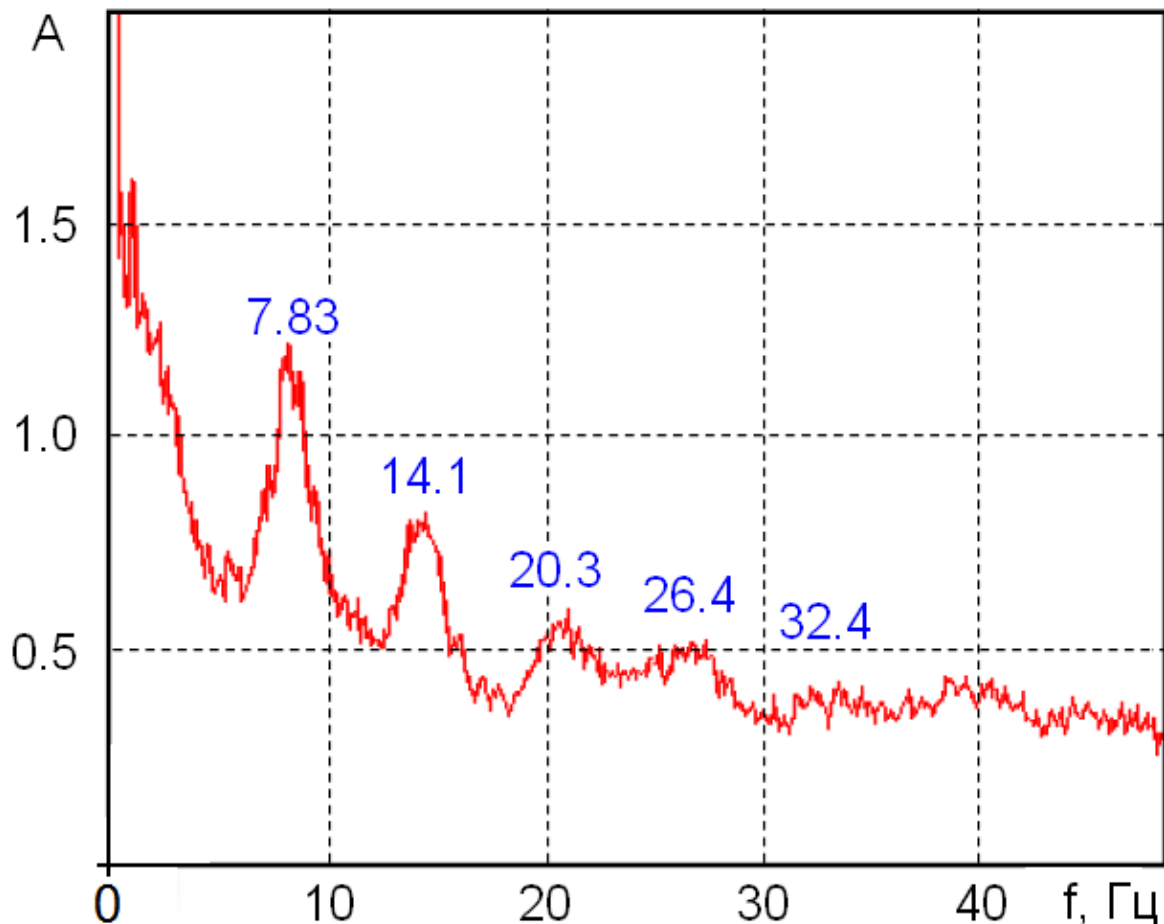


Рисунок 1– Спектр ЭМ-колебаний резонанса Шумана [4]

В полдень 21 июня 240 года до н.э. в Сиене (ныне Асуан) Солнце освещает дно самых глубоких колодцев, т.е. находится в зените. В полдень того же дня Солнце отстает от зенита на угол $\alpha=7.2^\circ$ в Александрии. Расстояние между Сиеной и Александрией $S=787.5$ км (рис. 2), которое, по Эратосфену, равно 5000 египетских стадий, где 1 стадия ≈ 157.5 м. Определить радиус R и длину окружности L Земли.

Эратосфен получил $L=39375$ км, $R=6270$ км, тогда как средний радиус равен 6371 км по современным расчетам. С учетом древних измерительных приборов погрешность в 1.6% считается поразительно точной. Координаты Асуана – $24^\circ 05' 20''$ с.ш., $32^\circ 53' 59''$ в.д., а тропика Рака – $23^\circ 26' 16''$ с.ш. в настоящее время. Разницу $\delta=0^\circ 39' 04''$ относят к точному измерению формы Земли, относительно достижений древних о шарообразности Земли, противопоставляя Эратосфену совершенство математического аппарата и прецизионные инструменты 19–21 веков. Однако с позиций тектоники плит, которую основал А. Вегенер [13], разница δ является не погрешностью измерений или расчета, а следствием надвига Африканской плиты на северо-восток. Ее глубина залегания достигает 2900 км, а скорость движения оценивается в 2.15 см в год, поэтому за прошедшие 2 тысячелетия Асуан сдвинулся севернее тропика Рака так, что угол $\delta=0^\circ 39' 04''$ выражает угловое смещение.

В опытах Эратосфена суть не в расстоянии между Александрией и Асуаном, и не в длине стадий, и не в древности приборов. Главное в опыте то, что 21 июня 240 года до н.э. в Асуане Солнце освещало дно (см. рис. 2) самых глубоких колодцев. Считается, что они вырыты в эпоху фараона Сети I (1290–1279 до н.э.). Это означает, что при Эратосфене Асуан располагался на $23^{\circ}26'16''$ с.ш., поскольку тень отвеса, опущенного в колодец на тонкой нити, проектируется в точку на дне колодца в день солнцестояния, а потому угол $\delta=0^{\circ}$ и смещению Асуана способствовала тектоника плит. В свою очередь, тектонические сдвиги вызывают большие давления p и температуры T внутри громадных объемов V , поэтому астеносфера представляет собой расплав с выделившимися из горных пород газами. Такой расплав отвечает фазовым переходом жидкость+газ, а значит, описывается уравнением Ван-дер-Ваальса или его обобщением, предложенным в работе [14].

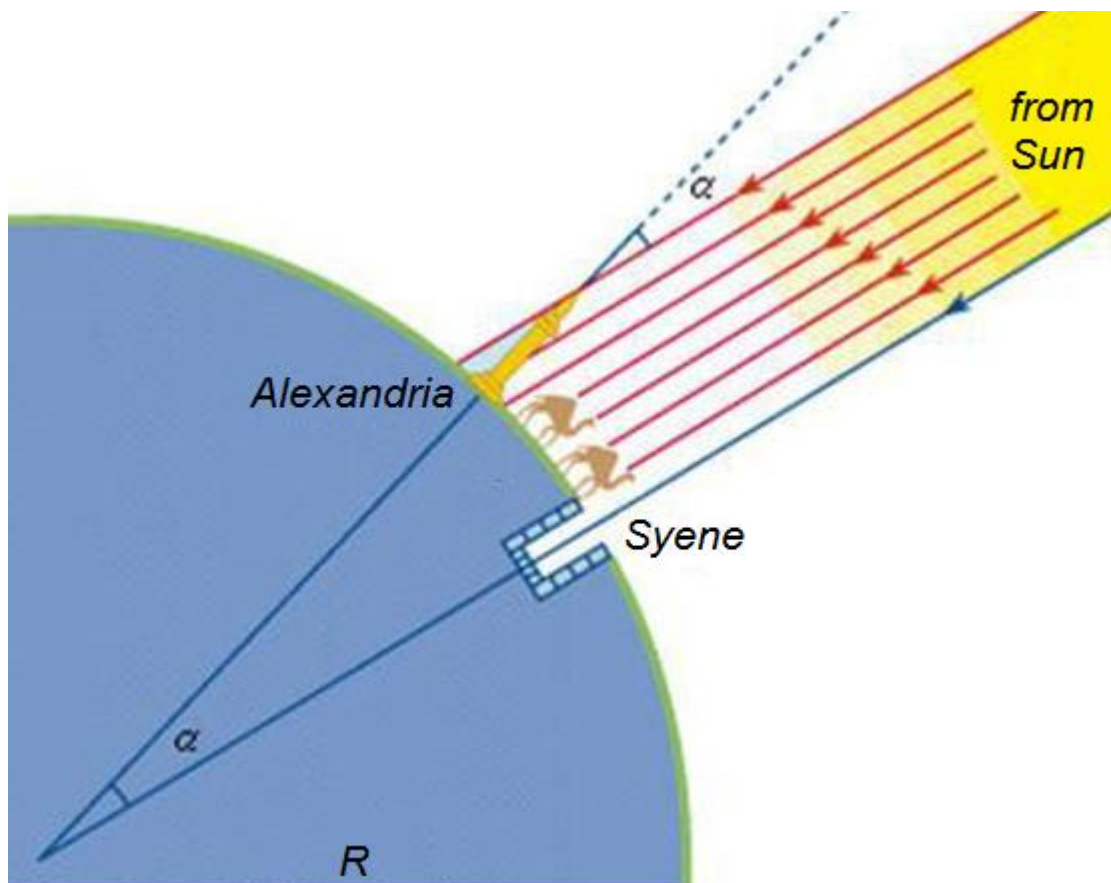


Рисунок 2 – Опыт Эратосфена в 240 г. до н.э.

На основе первичности измерений покажем, что главным в резонансе Шумана является показатель преломления. Считается, КНЧ распространяются между ионосферой и земной поверхностью (рис. 3), т.е. внутри волновода или сферического объемного резонатора. В разрезе имеем тор с радиусами $R=6371$ км и $R_{ish}=6371+80=6451$ км, где R – средний радиус Земли, R_{ish} – ее радиус на высоте ионосферы. Высота ионосферы $H=80$ км меняется в зависимости от солнечной активности в течение суток. Описав один оборот вокруг Земли, ЭМ-волна возвращается в исходную точку, поэтому в случае совпадения фаз возникает резонанс Шумана. Скорость ЭМ-волны $u=c(\mu_0\varepsilon_0\mu\varepsilon)^{-1/2}$, где μ_0 – магнитная постоянная, ε_0 – электрическая постоянная, μ – магнитная проницаемость, ε – электрическая проницаемость среды:

$$n^2 = \mu_0\varepsilon_0\mu\varepsilon, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн} \cdot \text{м}^{-1}, \quad \varepsilon_0 = 8,854\,187\,8128(13) \cdot 10^{-12} \text{ Ф} \cdot \text{м}^{-1}.$$

Для $\mu=1$ и $\varepsilon=1$ получаем скорость света в вакууме $c = 299\,792\,458$ м/с ($\approx 300\,000$ км/с).

Скорость света c – предельная скорость ЭМ-волн, поэтому переменными являются частота f_k , длина окружности Земли $l=2\pi r$ и показатель преломления n . Следовательно, l зависит от произвольной частоты f или циклической частоты $\omega=2\pi f$

$$l = \frac{c}{f\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{nf}, \quad r = \frac{c}{2\pi f\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{n\omega}.$$

На первой гармонике, считая $n=1$, получаем $l=c/7.83\approx 38314$ км, что меньше окружности большого круга 40 075 км (по экватору) и 40 008 км (по меридиану) и тем более для ионосферы. Радиус $r=6101$ км соответствует $f=7.83$ Гц, а он меньше экваториального радиуса 6378 км. Для полярного радиуса ≈ 6357 км с вычетом 6101 км получим слой астеносферы на глубине 256 км, т.е. в пределах известных глубин залегания астеносферы. Для сейсмических волн на частоте 1 Гц (длина волны $\lambda=300000$ км) амплитуда превышает пик 7.83 Гц (см. рис. 1). Частоте 3 Гц отвечает длина волны $\lambda=100\,000$ км, поэтому столь сверхдлинная волна огибает Землю.

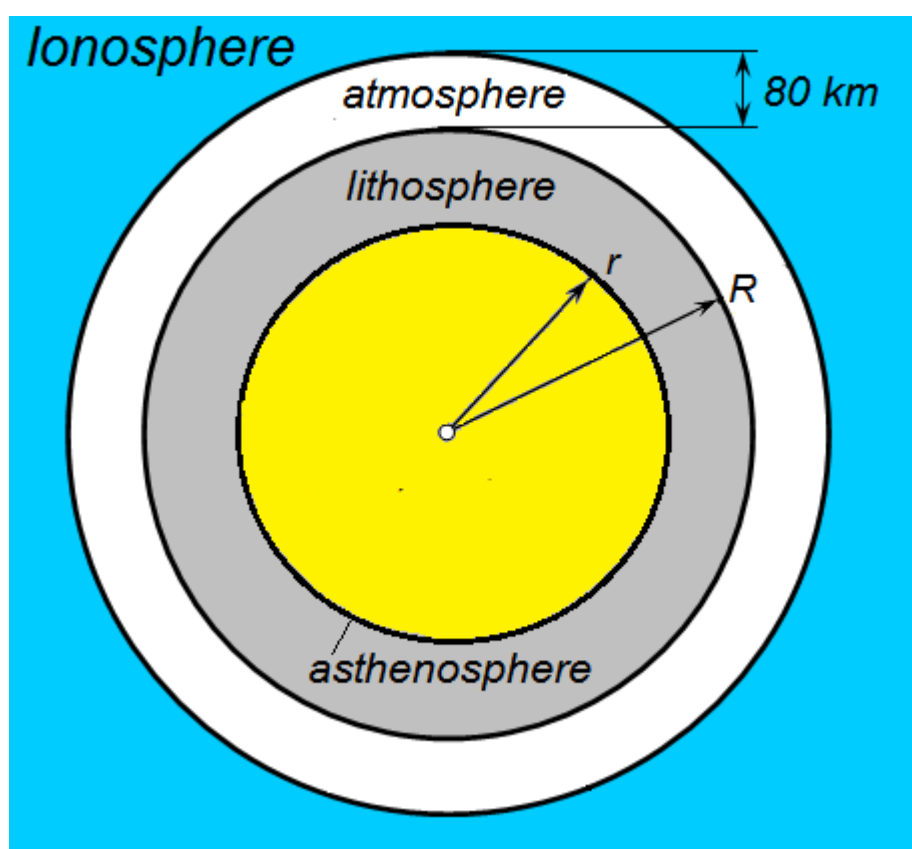


Рисунок 3 – Земля. Радиус астеносферы $r=6101$ км

Кратчайший путь – геодезическая линия на поверхности вращения. Значит, проникновение КНЧ сквозь Землю следует принять за основу согласно силовым линиям магнитного поля (рис. 4) на глубине h залегания астеносферы, равной 256 км, где $r=R-h=6101$ км. Именно в астеносфере наблюдается понижение скорости сейсмических волн и повышенная электропроводность из-за высоких значений p и T , которые плавят горные породы, что способствует скольжению литосферы. Электропроводность астеносферы образует электрический контур внутри Земли для прохождения радиоволн КНЧ. Расплаву отвечает жидкое состояние, что обуславливает применение обобщения уравнения Ван-дер-Ваальса [14] для математического описания состояния астеносферы, поскольку расплав – это жидкость+газ при больших p и T . Для определения коэффициентов уравнений термодинамики по наблюдаемому состоянию астеносферы необходимо исследовать ее

устойчивость, так как неустойчивым состояниям отвечает выброс колоссального объема газов литосферу и атмосферу, т.е. извержение вулканов и землетрясения.

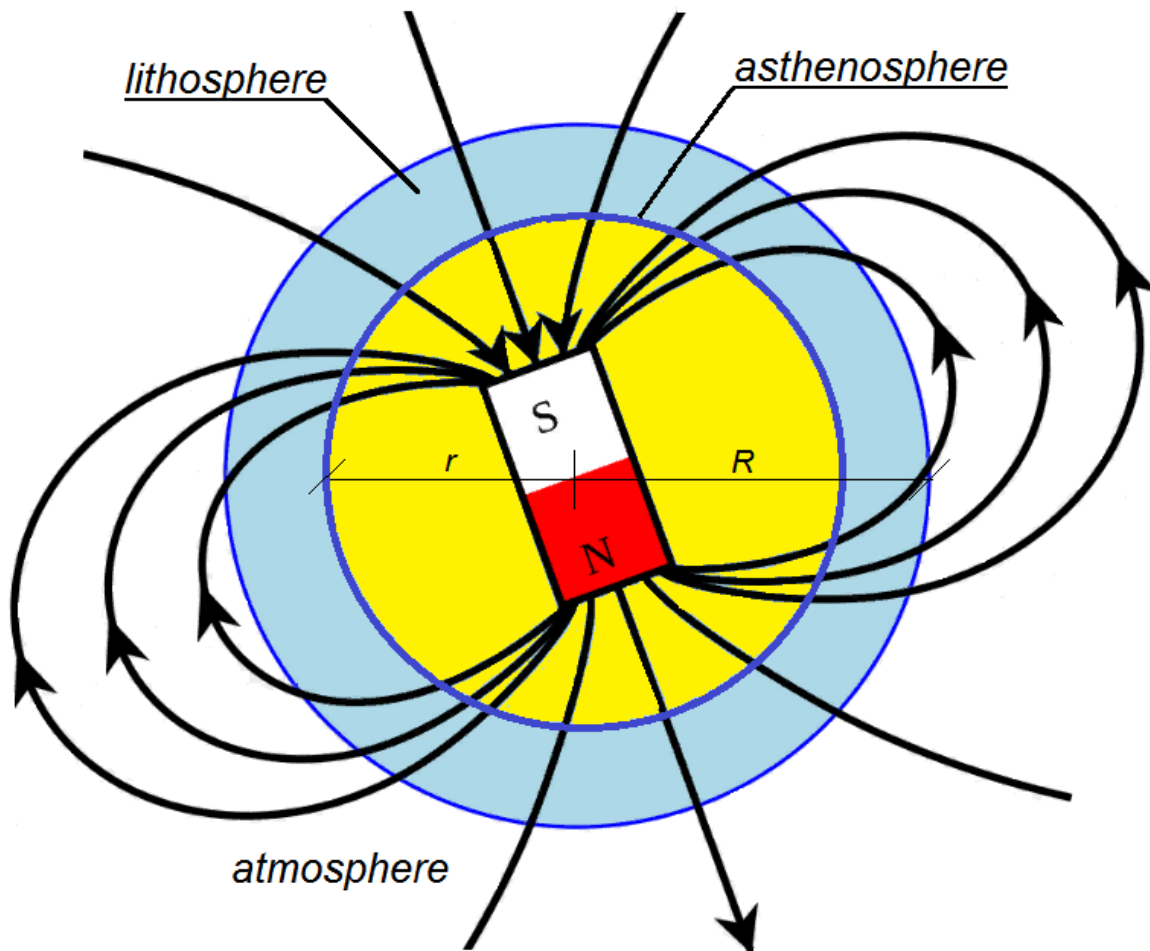


Рисунок 4 – Силовые линии магнитного поля Земли

Расчет по формуле $nf=c/L$ показывает, что для экваториального $L=40\,075$ км произведение $nf\approx 7.486$ Гц. Поскольку основной тон резонанса Шумана равен 7.83 Гц, то показатель преломления $n=0.956<1$. Для окружности по меридиану $L=40\,008$ км, поэтому $nf\approx 7.4985$ Гц, но $n=0.9577<1$. Показатель преломления n меньше нуля может быть для фазовой скорости или в плазме. В плазме n и плазменная частота ω_p :

$$n = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}, \quad \omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_e / m_e},$$

e – заряд электрона, m_e – его масса, n_e – электронная плотность. Газ, выделяющийся в результате плавления горных пород, может быть плазмой, поскольку расплав астеносферы находится в состоянии жидкость+газ, т.е. в метастабильном состоянии. Фазовая скорость в эффекте Шумана такая, что ЭМ-волна, обогнув земную поверхность, совпадает с собственной фазой. Однако по мере увеличения номера гармоники для совпадения требуется новая подгонка. Поэтому значимым путем прохождения ЭМ-волн является повышенная электропроводность астеносферы [6]–[7], где показатель n определяется условием Леонтовича–Щукина на границе раздела двух сред [8]–[10], что требует геофизического изучения комплексной диэлектрической проницаемости, которая зависит от проводимости σ астеносферы. В этом плане астеносфера требует математического описания для определения коэффициентов уравнений термодинамики.

Очевидно, показателю n в большей степени отвечает электрическая проницаемость астеносферы ϵ , но магнитная проницаемость μ , практически, как для света, равна 1. Значит, электропроводящие свойства астеносферы обуславливают прохождение ЭМ-волн КНЧ, поэтому по радиусу Земли R , известной глубине залегания астеносферы h и частоте Шумана f_k на соответствующей k -й гармонике показатель n вычисляется по формуле

$$n = \frac{c}{2\pi f_k(R - h)} = \frac{c}{2\pi f_k r}$$

Глубину залегания h электропроводящего расплава горных пород астеносферы оценивают по понижению скорости сейсмических волн. Это обуславливает прохождение ЭМ-волн резонанса Шумана по контуру с радиусом r астеносферы, который вложен в окружность меридионального круга Земли радиуса $R=6356,8$ км, где геомагнитная силовая линия служит направляющей ЭМ-волны КНЧ.

Выводы

Экспериментально обнаруженные пики резонанса Шумана необходимы для расчета показателя преломления электропроводящего слоя астеносферы в диапазоне КНЧ, так как в этом диапазоне радиоволны распространяются вдоль силовых линий геомагнитного поля и электропроводящего контура, образованного астеносферой. Первая гармоника резонанса Шумана на частоте 7.83 Гц служит для определения нижней границы астеносферы. Вычисления показывают, что нижняя граница залегает на глубине 256 км, чему соответствует внутренний радиус $r=6101$ км, вложенный в полярный радиус $R=6357$ км. Характерной особенностью астеносферы является расплав горных пород при больших давлениях и температуре, поэтому к ней применимы уравнения термодинамики в рамках геофизических исследований для определения коэффициентов уравнения и устойчивости, так как неустойчивым состояниям отвечает выброс громадных объемов газов в литосферу и далее в атмосферу, что порождает извержения вулканов и землетрясения. В этом плане исследование устойчивости астеносферы становится новым инструментом для прогноза сейсмических событий, а метод осцилляции операторно-разностных уравнений позволяет корректно оценить наблюдаемые процессы с помощью его простых соотношений без привлечения численного расчета уравнений магнитогидродинамики.

Литература

1. Schumann W.O. Über die strahlungslosen Eigenschwingungen einer leitenden Kugel, die von einer Luftschicht und einer Ionosphärenhülle umgeben ist // Zeitschrift Naturforschung Teil A. 1952. Vol. 7, No. 2. P. 149–154.
2. Schumann W.O. Über die Dämpfung der elektromagnetischen Eigenschwingungen des Systems Erde - Luft - Ionosphäre // Zeitschrift Naturforschung Teil A. 1952. Vol. 7. P. 250–252.
3. Гончаров Е.С. Трехмерные численные модели Шумановского резонанса для исследования нижней ионосферы : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук: специальность 25.00.29 Физика атмосферы и гидросферы / Гончаров Егор Сергеевич. – М., 2022. – 22 с.
4. Alrais A.F., Alfadeel E.A.A., Hamouda S.A. Schumann Resonances and Their Potential Applications: a Review Article. Vestnik Mordovskogo universiteta // Mordovia University Bulletin. 2017. 4(27). P. 476–489. DOI: 10.15507/0236-2910.027.201704.476–489.
5. Кононов Ю.М., Щорс Ю.Г. Научные проблемы связи с подводными лодками // Роль российской науки в создании отечественного подводного флота // Ред. акад. А.А. Саркисов; РАН. – М.: Наука, 2008. – С. 409–412.

6. Поспеева Е.В. Геоэлектрические неоднородности литосферы Сибирской и Архангельской алмазоносных провинций и их связь с проявлениями кимберлитового магматизма: диссертации на соискание ученой степени доктора геолого-минералогических наук: специальность 25.00.10 Геофизика, геофизические методы поисков полезных ископаемых / Поспеева Елена Валентиновна. – Новосибирск, 2012. – 298 с.
7. Поспеева Е.В. Природа глубинной электропроводности и связь коровых аномалий с месторождениями полезных ископаемых / VIII Всероссийская школа-семинар по электромагнитным зондированиям Земли имени М.Н. Бердичевского и Л.Л. Ваньяна (ЭМЗ-2021) (г. Москва, 4-9 октября 2021 г.): Тезисы докладов. – М., 2021. – С. 1–6.
8. Чигирь В.В. Антенны подводных лодок. Принципы построения, история создания // Роль российской науки в создании отечественного подводного флота // Ред. акад. А.А. Саркисов; РАН. – М.: Наука, 2008. – С. 423–422.
9. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц / Под. ред. Л. П. Питаевского. – 5-е изд. – М.: Физматлит, 2016. – 656 с.
10. Семенов Н. А. Техническая электродинамика / Учебное пособие для вузов. – М., «Связь», 1973. – 480 с.
11. Темиров Б.К. Осцилляция решений операторно-разностных уравнений с конечными разностями четного порядка: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук: специальность 01.01.02 Дифференциальные уравнения / Темиров Бекжан Кайыпбекович – Бишкек, 1995. – 15 с.
12. Левитская Т.И. Основы геодезии. 2-е изд. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2017.– 88 с.
13. Кокс А., Харт Р. Тектоника плит. – М.: Мир, 1989. – 427 с.
14. Тукембаева Г.Ч., Темиров Б.К. Обобщение уравнения Ван-дер-Ваальса в пределах кубической функции // Проблемы автоматизации и управления. – 2023. – № 3(48). – С. 35– 40.