

УДК 537.527

И.Р. Урусова, к.ф.-м.н., moon4ik_29@mail.ru,
 КНУ им. Ж.Баласагына
 Т.Э. Урусова, д.ф.-м.н., urusova_tolkun@mail.ru
 НАН КР

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИНТОВОЙ ФОРМЫ ДУГОВОГО РАЗРЯДА. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

В рамках трехмерной нестационарной математической модели выполнен расчет сильноточной электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле. Модель записана с учетом термической и ионизационной неравновесности дуговой плазмы. Проведено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными. Анализ результатов расчета показал удовлетворительное совпадение с экспериментом, что свидетельствует о корректности математической модели.

Ключевые слова: математическое моделирование; внешнее аксиальное магнитное поле; винтовая форма электрической дуги; сравнение с экспериментом.

Введение

Электрическая дуга во внешних магнитных полях находит широкое применение в различных технологических процессах и научных исследованиях [1, 2]. Большой интерес представляют условия формирования винтовой формы электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле [3-7]. Для более глубокого понимания физики процессов необходимы дальнейшие экспериментальные и теоретические исследования, в частности, математическое моделирование и численный эксперимент.

Для моделирования винтовой формы столба дуги авторами [8, 9] предложен схемный аналог флуктуаций температуры электронов. Расчеты проводятся на основе трехмерной нестационарной модели в приближении частичного локального термодинамического равновесия электродуговой плазмы. Рассмотрены физические факторы и процессы, которые обуславливают формирование винтовой формы столба дуги. В настоящей статье проводится тестирование математической модели и алгоритма расчета электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле.

Формулировка задачи и математическая модель

Рассчитывается открытая электрическая дуга постоянной силы тока I , межэлектродным расстоянием L , горящая в аргоне атмосферного давления в однородном внешнем аксиальном магнитном поле H^{Ext} . Расчеты проводятся на основе нестационарных 3-D уравнений электрической дуги в приближении частичного локального термодинамического равновесия плазмы. В декартовой системе координат (x, y, z) уравнения могут быть записаны в виде [1, 8, 9]:

уравнение непрерывности газа тяжелых частиц

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (1)$$

уравнение непрерывности газа электронов

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \text{div}(N_e \mathbf{V}_e) = R_e, \quad (2)$$

уравнение баланса энергии газа электронов

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} k T_e N_e \right) + \text{div} \left(\frac{5}{2} k T_e N_e \mathbf{V}_e \right) = \text{div}(\lambda_e \text{grad} T_e) + \mathbf{j}^2 / \sigma - \psi - B(T_e - T) - U_i R_e, \quad (3)$$

уравнение баланса энергии газа тяжелых частиц

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{3}{2} k T (N_i + N_a) + \text{div} \left(\frac{5}{2} k T (N_i + N_a) \mathbf{V} \right) = [\text{div}(\lambda \text{grad} T) + B(T_e - T)], \quad (4)$$

уравнение баланса импульса газа вдоль осей координат x, y, z

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} u) = \text{div}(\mu \text{grad} u) - \frac{\partial \rho}{\partial x} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_x + s_x + (\rho - \rho_\infty) g, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho V v) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu_0(j \times H)_y + s_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho V w) = \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu_0(j \times H)_z + s_z, \quad (7)$$

уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} E = 0, \operatorname{rot} H = j, \operatorname{div} H = 0, \quad (8)$$

закон Ома в обобщенной форме

$$\mu_0 (V_e \times H) + E = j/\sigma + (\mu_0 (j \times H) - \operatorname{grad} P_e)/q_e N_e, \quad (9)$$

закон Дальтона

$$P/kT = N_i + N_a + N_e T_e/T. \quad (10)$$

Согласно оценкам [1], в математической модели принято, что плазма является однократно ионизованной, квазинейтральной, течение ламинарное, дозвуковое, излучение объемное; вязкая диссипация энергии и приэлектродные процессы не рассматриваются.

При записи уравнений (1–10) использованы следующие обозначения: t – время, ρ , λ_e , λ , μ , σ , ψ – соответственно плотность газа, теплопроводность электронного газа и газа тяжелых частиц, вязкость, электропроводность, излучение; m – масса атома плазмообразующего газа; N_i , N_a , N_e – концентрации ионов, атомов и электронов соответственно; $R_e = N_e(N_a K_i - N_e N_i K_r)$ – скорость генерации электронов, где K_i , K_r – константы ударной ионизации и трехчастичной рекомбинации соответственно; U_i – потенциал ионизации плазмообразующего газа; $P_e = N_e k T_e$ – парциальное давление электронов, k – постоянная Больцмана; $B = 3m_e/mk_B \nu_e N_e$ – коэффициент обмена энергией между электронами и тяжелыми частицами при упругих столкновениях, m_e – масса электрона, ν_e – частота столкновений; $\mathbf{g}$ – вектор ускорения свободного падения; q_e – элементарный заряд; μ_0 – магнитная постоянная; $\mathbf{V}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{H}$ – соответственно векторы скорости, напряженности электрического поля, плотности электрического тока, напряженности собственного магнитного поля дуги; T , T_e – температура тяжелых частиц и электронов; P – давление; u , v , w – соответственно компоненты вектора скорости в направлениях осей координат x , y , z ; $\mathbf{V}_d$, $\mathbf{V}_t$, $\mathbf{V}_a$ – векторы скоростей дрейфа электронов, термо- и амбиполярной диффузии, определяемые по формулам: $\mathbf{V}_d = \mathbf{j}/(q_e N_e)$, $\mathbf{V}_t = -D_a/T_e \operatorname{grad} T_e$, $\mathbf{V}_a = -D_a/N_e \operatorname{grad} N_e$, где D_a – коэффициент амбиполярной диффузии; $\mathbf{V}_e = \mathbf{V} + \mathbf{V}_d + \mathbf{V}_t + \mathbf{V}_a$ – суммарная скорость электронов; s_x , s_y , s_z – дополнительные к $\operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u)$, $\operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v)$, $\operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w)$ вязкие слагаемые.

Коэффициенты переноса и теплофизические свойства неравновесной аргоновой плазмы атмосферного давления рассчитываются в соответствии с методикой [1].

Электромагнитная часть задачи решается в переменных φ , $\mathbf{A}$, где φ – скалярный потенциал электрического поля $\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \varphi$, $\mathbf{A}$ – векторный потенциал магнитного поля. Температура неплавящихся графитовых электродов определяется из уравнения теплопроводности.

Метод решения уравнений, постановка граничных и начальных условий

В соответствии с методикой [10] систему уравнений (1–10) можно представить в виде обобщенного дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial \alpha \rho \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \beta \rho u \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \beta \rho v \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \beta \rho w \Phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \delta, \quad (11)$$

здесь Φ является одной из рассчитываемых неизвестных (N_e , T_e , T , u , v , w , φ , A_x , A_y , A_z). Для каждой переменной Φ коэффициенты α , β , γ , δ имеют свой вид.

Численное решение уравнения (11) проводится методом контрольного объема на основе конечных разностей. Полученная система алгебраических уравнений решается итерационным методом Зейделя–Гаусса с использованием нижней релаксации.

Отметим, что в вычислительном алгоритме сеточный шаг во всех направлениях по координатам x, y, z принят равным 1 мм, временной шаг равен 10^{-4} с.

Для рассчитываемых переменных постановка граничных условий проведена по периметру расчетной области $ABCDEFGH$ (рис. 1). Начальные условия задаются в некоторый условный момент времени $t = 0$.

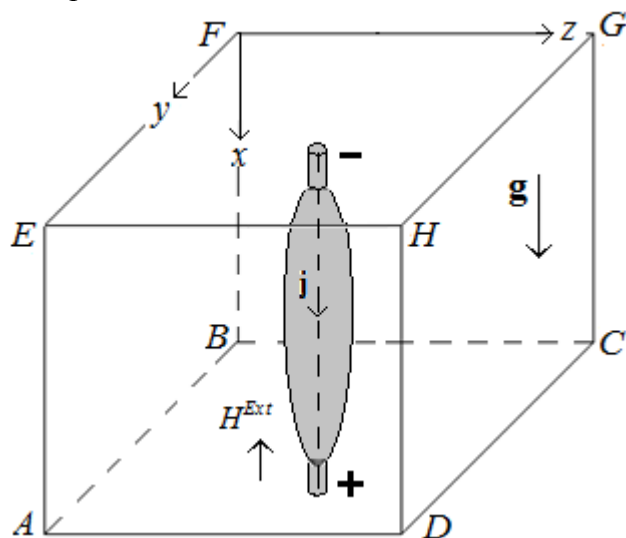


Рисунок 1 – Схема расчетной области в декартовых координатах x, y, z .
Пунктирная линия столба дуги – центральная ось

На внешних границах прямоугольной расчетной области значения температуры и концентрации электронов равны значениям температуры $T_e^{\min}$ и концентрации $N_e^{\min}$ холодного не ионизованного газа: $T_e = T_e^{\min} = 3$ кК, $N_e = N_e^{\min} = 10^{17} \text{ м}^{-3}$. Температура тяжелых частиц принята равной температуре холодного газа $T = 300$ К.

Потенциал электрического поля φ рассчитывается из условия $\partial\varphi/\partial\mathbf{n} = 0$, где $\mathbf{n}$ – нормаль к поверхности границы. На внешней токоведущей торцевой поверхности катода S_c и анода S_a потенциал электрического поля φ рассчитывается из условия протекания электрического тока I по нормали к поверхности. Такое же условие для переменной φ используется на границе «катод–плазма». Вне катода и анода ток отсутствует. Отметим, что в настоящей работе за направление электрического тока I выбрано направление от катода (–) к аноду (+).

Компоненты векторного потенциала A_x, A_y, A_z магнитного поля определяются из условия равенства нулю первой производной $\partial A/\partial\mathbf{n} = 0$ по нормали к границе.

Давление P полагается равным относительному значению $P = 1$ Па. Компоненты скорости u, v, w определяются из условия равенства нулю $\partial^2 V/\partial n^2 = 0$.

В начальный момент между электродами задается высокотемпературная ($T = 9$ кК) зона с неподвижным газом в форме цилиндра.

Обсуждение результатов расчета

Расчет проводится при значениях внешних параметров разряда, близких к эксперименту [7]: тока разряда $I = 400$ А, межэлектродное расстояние $L = 150$ мм, внешнее аксиальное магнитное поле $H^{\text{Ext}} = 3.2$ кА/м направлено от анода «+» к катоду «-». Диаметр стержневых графитовых электродов равен 16 мм.

До момента времени $t = 1$ мс численный расчет выполняется в отсутствие внешнего магнитного поля, т.е. полагается $H^{\text{Ext}} = 0$. Затем, начиная с момента времени $t = 1$ мс, задается внешнее аксиальное магнитное поле величиной $H^{\text{Ext}} = 3.2$ кА/м.

Отметим, что физика процессов, обуславливающих формирование винтовой формы столба дуги изложена ранее в работах [8, 9] и в настоящей статье не рассматривается.

Результаты расчета приведены на рисунке 2, где показаны форма столба дуги в виде 3D-поверхности, ограниченной изотермой $T = 3$ кК. Для графического изображения столба дуги используется пакет Wolfram Mathematica. Анализ результатов показывает, что цилиндрическая форма столба дуги с момента времени $t = 1$ мс к моменту $t \approx 6$ мс переходит в четко выраженную винтовую форму.

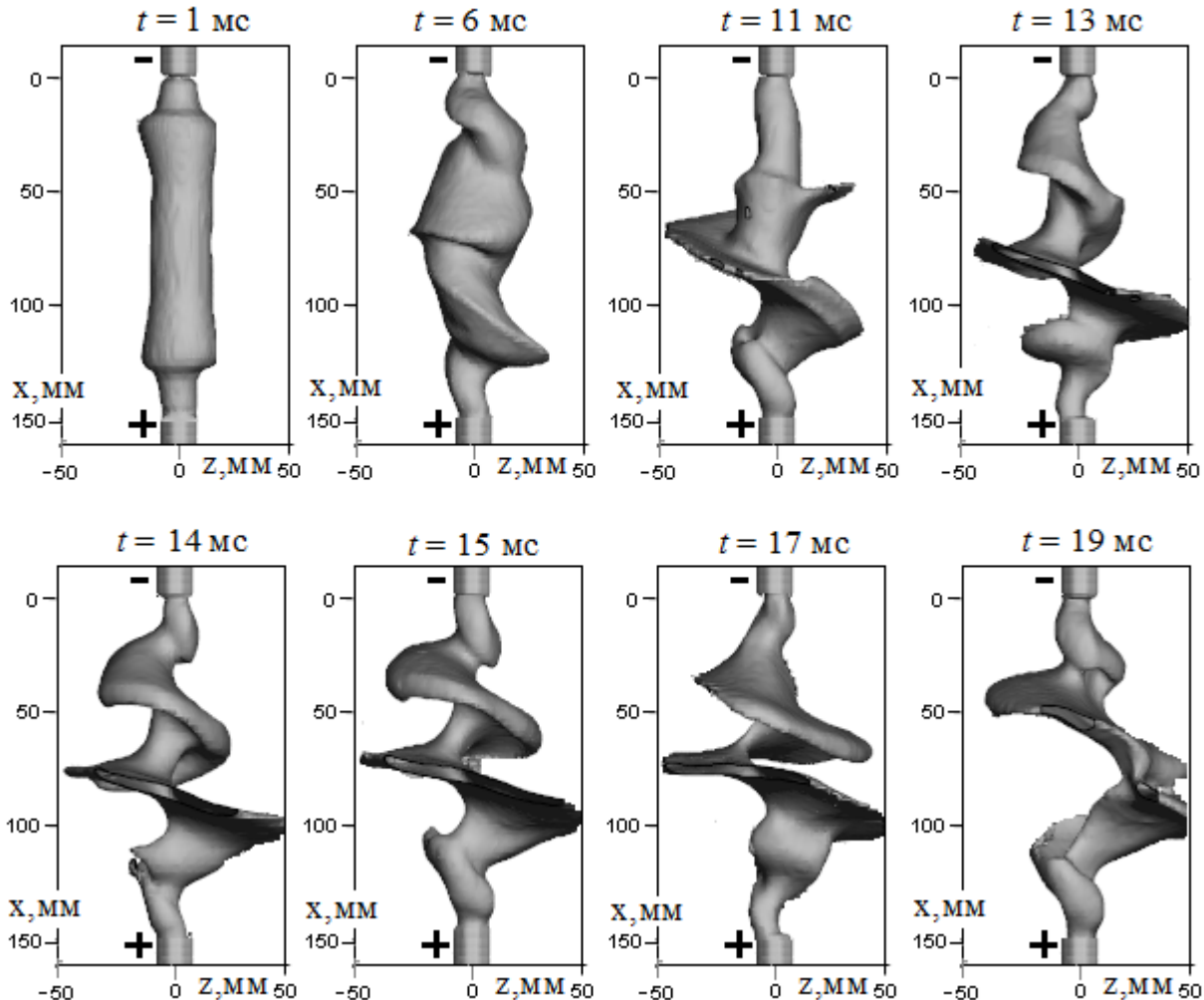


Рисунок 2 – Временная ($t = 1 \div 19$ мс) эволюция формы столба электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле

Видно, что форма столба дуги является левовинтовой, т.е. против часовой стрелки. В дальнейшем на интервале времени $t \approx 6 \div 18$ мс столб дуги продолжает деформироваться, при этом винтовая форма столба дуги сохраняется. Затем с момента времени $t \approx 19$ мс наблюдается разрушение винтовой формы дуги.

На рисунке 3 показаны видеокadres формирования и распада винтовой формы дуги, полученные в ходе эксперимента [7]. В частности, в работе [7] проведено экспериментальное исследование устойчивости электродугового разряда между стержневыми графитовыми электродами в воздухе. Изучено влияние внешнего аксиального магнитного поля на устойчивость и пространственную форму протяженного дугового разряда. В экспериментах зажигание дуги обеспечивалось смыканием электродов с последующим их раздвижением до заданного межэлектродного расстояния L за время $0,2 \div 0,3$ с. Продолжительность разрядных пусков составляла 1–3 с.

Результаты эксперимента [7] показывают, что на определенном этапе горения дуги во внешнем аксиальном магнитном поле столб дуги принимает винтовую форму, при этом

форма столба дуги является левовинтовой (см. рис.3, момент времени t_1). В дальнейшем происходит разрушение винтовой структуры столба дуги (рис.3, моменты времени t_1, t_2).

Результаты численного расчета (см. рис.2) показывают качественно аналогичное поведение столба электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле.

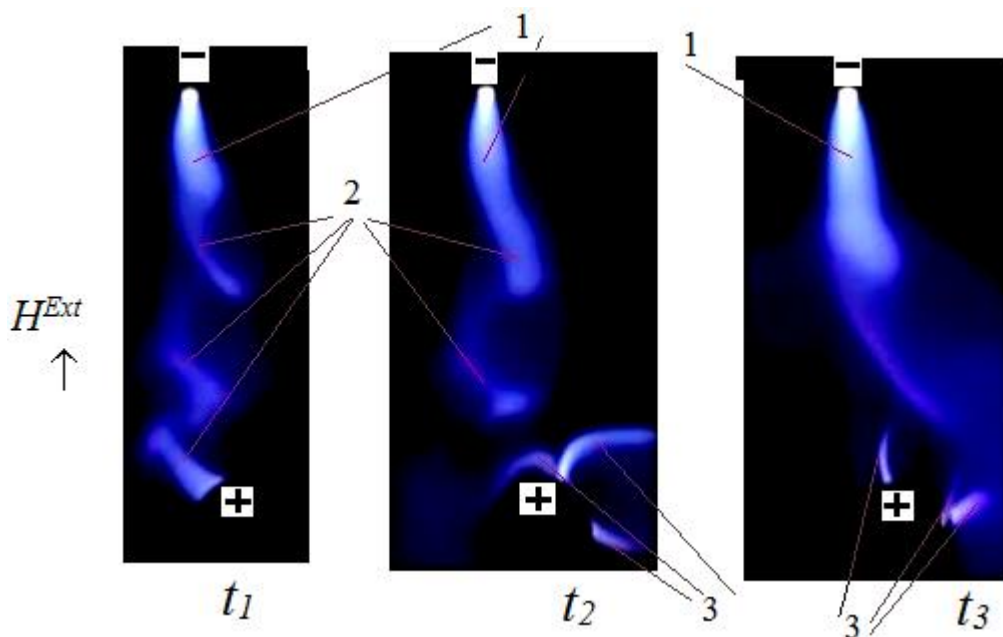


Рисунок 3 – Экспериментальные данные [7]. Видеокадры (t_1 – t_3) формирования и распада винтовых структур канала дуги во внешнем аксиальном магнитном поле H^{Ext} .

$t_3 > t_2 > t_1$ – моменты времени, соответствующие этим кадрам. 1 – области основного дугового канала, совпадающие с зоной катодного факела; 2 – витки спиральной структуры; 3 – анодные плазма-газо-пылевые факелы.

Заключение

Сравнение результатов численного моделирования настоящей работы с экспериментальными данными [7] показывает в целом удовлетворительное качественное согласие. Это свидетельствует о корректной математической модели и алгоритме расчета, которые могут быть использованы для проведения численных исследований электрических дуг во внешнем аксиальном магнитном поле.

Литература

1. Лебедев А.Д., Урюков Б.А., Энгельшт В.С. и др. Низкотемпературная плазма. –Т. 7. – Сильноточный дуговой разряд в магнитном поле. – Новосибирск: Наука, 1992. – 267 с.
2. Чередниченко В.С., Аньшаков А.С., Кузьмин М.Г. Плазменные электротехнологические установки. – Новосибирск: НГТУ, 2005. – 508 с.
3. Ментель Ю. Магнитная неустойчивость электрической дуги. В кн. Теория электрической дуги в условиях вынужденного теплообмена. – Новосибирск: Наука, 1977. – 182 с.
4. Новиков О.Я. Устойчивость электрической дуги. – Л.: Энергия, 1978. – 160 с.
5. Синкевич О.А. Нелинейная теория винтовой неустойчивости электрической дуги во внешнем магнитном поле // ДАН. – 1985. – Т. 280. № 1. – С. 99.
6. Асиновский Э.И., Кузьмин А.К., Пахомов Е.П. Измерение геометрических параметров винтовой дуги // ТВТ. – 1980. – Т. 18. № 1. – С. 9.
7. А. П. Глинов, А. П. Головин, К. В. Шалеев. Влияние внешнего магнитного поля на устойчивость протяженного дугового разряда и формирование

- многоканальных токовых структур // Прикладная физика, 2018. – № 2. – С.21–28.
8. Урусов Р.М., Урусова И.Р. О механизмах формирования винтовой формы электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле // Теплофизика высоких температур, 2019. Т. 57, № 3. – С. 328–337.
 9. R. M. Urusov and I. R. Urusova «Shunting the electric arc helical spiral turns (numerical simulation)», Phys. Plasmas 27, 103510 (2020). <https://doi.org/10.1063/5.0012469>
 10. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 146 с.