

УДК 517.962.2

Ю.В. Анищенко, А.Дж. Сатыбаев

Ошский технологический университет

programm85@gmail.com, abdu-satybaev@mail.ru

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ И КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧ УРАВНЕНИЯ ГЕОЭЛЕКТРИКИ

Актуальность описанных в статье результатов исследования заключается в необходимости обоснования и создания устойчивого численного метода решения одномерных прямых и обратных задач уравнения геоэлектрики, а также в компьютерной реализации данных задач. Цель достигнута путем рассмотрения и построения численного решения определения коэффициентов уравнения. Разработан алгоритм решения задачи на основе конечно-разностного метода. Проведена компьютерная реализация решения для различных тестовых модельных функций. Получены результаты в виде графиков. Полученные в ходе исследования результаты и выводы могут быть использованы при рассмотрении аналогичных задач. Программа для компьютерной реализации решения была составлена на языке Object Pascal (Delphi XE7). В программе вводятся данные для построения сеточной области, выбираются модельные значения для коэффициентов уравнения геоэлектрики, и вычисление производится по описанному в статье алгоритму.

Ключевые слова: прямая задача, обратная задача, уравнение геоэлектрики, конечно-разностный метод, сходимость решения, алгоритм, одномерная, компьютерная реализация, электропроводимость среды, диэлектрическая и магнитная проницаемость.

Введение. Определение коэффициентов обратных задач уравнения геоэлектрики, которые описывают свойства среды и параметры объекта (например, электромагнитные), по некоторой дополнительной информации имеют большое практическое значение при интерпретации геофизических данных. Рассматриваемая в работе задача относится к обратной динамической задаче для гиперболических уравнений. В таких задачах в качестве дополнительной информации задается след решения соответствующей прямой задачи на некоторой времениподобной поверхности.

Динамические обратные задачи для гиперболических уравнений были исследованы М.М. Лаврентьевым и В.Г. Романовым [1, 2], А.С. Благовещенским [3], А.С. Алексеевым [4]. А развитая В.Г. Романовым методика доказательства локальных теорем существования и единственности решения обратных динамических задач, а также теорем единственности и условной устойчивости в «целом» применяется в исследовании широкого круга обратных задач С.И. Кабанихиным и их учениками.

Разные типы задач, трудности, связанные с некорректностью постановок, различные варианты задания дополнительной информации — всё это обуславливает наличие широкого класса численных методов решения обратных задач.

В данной работе для численного решения поставленной задачи используется метод обращения разностной схемы [5, 6]. Он заключается в замене обратной задачи конечно-разностным аналогом. Затем, решив полученную систему нелинейных алгебраических уравнений, можно получить приближённое решение исходной обратной задачи.

Постановка задачи. Необходимо определить электропроводимость среды $\sigma_0(x_3)$ в одномерной обратной задаче уравнения геоэлектрики [7]:

$$\frac{\partial^2 u_0(x_3, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)} \left[\frac{\partial^2 u_0(x_3, t)}{\partial x^2} + \frac{\mu'_{0x_3}(x_3)}{\mu_0(x_3)} \cdot \frac{\partial u_0(x_3, t)}{\partial x_3} \right] - \frac{\sigma_0(x_3)}{\varepsilon_0(x_3)} \cdot \frac{\partial u_0(x_3, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

$$x_3 \in (0, d), \quad t \in (0, T),$$

$$u_0(x_3, t)|_{t < 0} \equiv 0, \quad u'_{0x_3}(x_3, t)|_{x_3=0} = -\frac{1}{2}\delta(t) + \tau_0\theta(t), \quad (2)$$

$$u_0(x_3, t)|_{x_3=0} = f(t), \quad t \in [0, T], \quad (3)$$

где $\varepsilon_0(x_3)$, $\mu_0(x_3)$ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, $u_0(x_3, t)$ – распространение электромагнитных волн в среде, $\delta(t), \theta(t)$ – дельта-функция Дирака и тета-функция Хевисайда, $f(t)$ – заданная дополнительная функция для обратной задачи, τ_0, T – заданные положительные постоянные.

Для решения обратной задачи относительно коэффициентов предположим, что выполнено условие [7]

$$(\mu_0(x_3), \varepsilon_0(x_3), \sigma_0(x_3)) \in \Lambda_0, \quad (4)$$

где $\Lambda_0 = \sigma_0(x_3) \in C^6(\mathbb{R}_+), \sigma'_{0x_3}(+0) = 0, 0 < M_1 \leq \sigma_0(x_3) \leq M_2, \|\sigma_0(x_3)\|_{C^2} \leq M_3$, здесь M_1, M_2, M_3 – положительные постоянные.

Введем обозначение: $\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3) = r^2(x_3)$ отсюда $r(x_3) = \sqrt{\varepsilon_0(x_3)\mu_0(x_3)}$. Применим к задаче (1)–(3) метод выпрямления характеристик [8], введя новую переменную и новые функции:

$$x(x_3) = \int_0^{x_3} \sqrt{\varepsilon_0(\lambda)\mu_0(\lambda)} d\lambda \Rightarrow x(x_3) = \int_0^{x_3} r(\xi) d\xi, \quad (5)$$

$$a(x(x_3)) = \varepsilon_0(x_3), \quad b(x(x_3)) = \mu_0(x_3), \quad d(x(x_3)) = \sigma_0(x_3), \quad u(x(x_3), t) = u_0(x_3, t).$$

Чтобы замена переменной $x(x_3)$ была вырожденной, должно быть выполнено следующее условие [8]:

$$x(0) = 0, \quad x(x_3) > 0, \quad \lim_{x_3 \rightarrow \infty} x(x_3) = 0. \quad (6)$$

Произведем выкладки:

$$x'_{x_3}(x_3) = r(x_3), \quad x''_{x_3x_3}(x_3) = r'_{x_3}(x(x_3)), \quad r'_{x_3}(x(x_3)) = r'_x(x) \cdot x'_3 = r'_x(x) \cdot r(x),$$

$$u_{0t}(x_3, t) = u_t(x, t), \quad u_{0tt}(x_3, t) = u_{tt}(x, t), \quad u'_{0x_3}(x_3, t) = u_x(x_3, t) \cdot x'_{x_3}(x_3),$$

$$\mu_{0x_3}(x_3) = \mu'_x(x) \cdot x'_{x_3}(x_3) = \mu'_x(x) \cdot r(x_3),$$

$$u''_{0x_3x_3}(x_3, t) = u_{xx}(x_3, t) \cdot (x'_{x_3}(x_3))^2 + u_x(x, t) \cdot x''_{x_3x_3}(x_3).$$

В результате получаем следующую обратную задачу:

$$\left. \begin{aligned}
 u_{tt}(x,t) &= \frac{1}{r^2(x)} \left[r^2(x)u_{xx}(x,t) + \left(\frac{r'(x)}{r(x)} u_x(x,t) + \frac{b'(x) \cdot r(x)}{b(x)} u_x(x,t) \right) \cdot r^2(x) \right] - \frac{d(x)}{a(x)} u_t(x,t) = \\
 &= u_{xx}(x,t) + \frac{r'(x)}{r(x)} u_x(x,t) + \frac{b'(x)}{b(x)} u_x(x,t) - \frac{d(x)}{a(x)} u_t(x,t), \quad x \in (0,d), \quad t \in (0,T), \\
 u(x,t)|_{t<0} &\equiv 0, \quad u_x(x,t)|_{x=0} = -\frac{1}{2\sqrt{a(0)b(0)}} [\delta(t) + \tau_0 \theta(t)], \\
 u(x,t)|_{x=0} &= f(t), \quad t \in [0,T]
 \end{aligned} \right\} (7)$$

Выделим особенности решения по методике В.Г. Романова [9], представляя решение задачи (7) в виде

$$u(x,t) = \tilde{u}(x,t) + S(x)\theta(t-|x|) + R(x)\theta_1(t-|x|), \quad t \in R, \quad x \in R, \quad (8)$$

где $\tilde{u}(x,t)$ – непрерывная гладкая функция, $\theta_1(t) = t\theta_1(t)$.

Произведем некоторые выкладки:

$$\begin{aligned}
 u'_t(x,t) &= \tilde{u}'_t(x,t) + S(x)\delta(t-|x|) + R(x)\theta(t-|x|), \\
 u''_{tt}(x,t) &= \tilde{u}''_{tt}(x,t) + S(x)\delta'_t(t-|x|) + R(x)\delta(t-|x|), \\
 u'_x(x,t) &= \tilde{u}'_x(x,t) + S'_x(x)\theta(t-|x|) - S(x)\delta(t-|x|) + R'(x)\theta_1(t-|x|) - R(x)\theta(t-|x|), \\
 u''_{xx}(x,t) &= \tilde{u}''_{xx}(x,t) + S''_{xx}(x)\theta(t-|x|) - 2S'_x(x)\delta(t-|x|) + S(x)\delta'_x(t-|x|) + \\
 &+ R''_{xx}(x)\theta_1(t-|x|) - 2R'(x)\theta(t-|x|) + R(x)\delta(t-|x|).
 \end{aligned}$$

Полученные выкладки подставляем в уравнение (7)

$$\begin{aligned}
 &\tilde{u}''_{tt}(x,t) + S(x)\delta'_t(t-|x|) + R(x)\delta(t-|x|) = \\
 &u''_{xx}(x,t) + S''_{xx}(x)\theta(t-|x|) - 2S'_x(x)\delta(t-|x|) + S(x)\delta'_x(t-|x|) + R''_{xx}(x)\theta_1(t-|x|) - 2R'_x(x)\theta(t-|x|) + \\
 &+ R(x)\delta(t-|x|) + \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} \right] \left[\tilde{u}'_x(x,t) + S'_x(x)\theta(t-|x|) - S(x)\delta(t-|x|) + R'_x(x)\theta(t-|x|) - \right. \\
 &\left. - R(x)\theta(t-|x|) \right] - \frac{d(x)}{a(x)} \left[\tilde{u}'_t(x,t) + S(x)\delta(t-|x|) + R(x)\theta(t-|x|) \right].
 \end{aligned}$$

При одинаковых коэффициентах $\delta(t-|x|), \theta(t-|x|), \theta_1(t-|x|)$ имеем следующие уравнения:

$$\begin{aligned}
 \delta(t-|x|): \quad &-2S'(x) + \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} \right] S(x) + \frac{d(x)}{a(x)} S(x) = 0, \\
 &-2\frac{S'(x)}{S(x)} = \frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} + \frac{d(x)}{a(x)}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\theta(t-|x|): \quad S''(x) - 2R'(x) + \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} \right] S'(x) - R(x) - \frac{d(x)}{a(x)} R(x) = 0,$$

$$2R'(x) + \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} + \frac{d(x)}{a(x)} \right] R(x) = S''(x) + \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} \right] S'(x). \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \theta_1(t-|x|): \quad R''(x) + \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} \right] R'(x) &= 0, \\ -\frac{R''(x)}{R'(x)} &= \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Из уравнения (9) получаем:

$$d(x) = \left\{ -2 \frac{S'(x)}{S(x)} - \frac{r'(x)}{r(x)} - \frac{b'(x)}{b(x)} \right\} \cdot a(x) \Rightarrow d(x) = \left\{ -2 \frac{S'(x)}{S(x)} - \frac{\sqrt{a(x)b(x)'}}{\sqrt{a(x)b(x)}} - \frac{b'(x)}{b(x)} \right\} \cdot a(x). \quad (12)$$

Из уравнения (11) имеем:

$$\begin{aligned} T'(x) &= R''(x), \quad T(x) = R'(x), \\ \frac{T'(x)}{T(x)} &= \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} \right]. \end{aligned}$$

Теперь проинтегрируем полученное выше уравнение:

$$\begin{aligned} \ln T(x) &= -\ln r(x) - \ln b(x) = \ln r^{-1}(x) + \ln b^{-1}(x) = \ln \frac{1}{r(x)} + \ln \frac{1}{b(x)} = \ln \frac{1}{r(x)b(x)}, \\ T(x) &= R'(x) = \frac{1}{r(x)b(x)}, \end{aligned}$$

$$R(x) = \int_0^x \frac{1}{r(\lambda)b(\lambda)} d\lambda = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{a(\lambda)b(\lambda)} \cdot b(\lambda)} d\lambda. \quad (13)$$

Подставляем (13) в (10) и получаем:

$$2 \frac{1}{r(x)b(x)} + \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} + \frac{d(x)}{a(x)} \right] \cdot \int_0^x \frac{1}{r(\lambda)b(\lambda)} d\lambda = S''(x) + \left[\frac{r'(x)}{r(x)} + \frac{b'(x)}{b(x)} \right] S'(x).$$

Проинтегрируем уравнение (9):

$$2 \int_0^x \frac{S'(\lambda)}{S(\lambda)} d\lambda + \int_0^x \frac{r'(\lambda)}{r(\lambda)} d\lambda + \int_0^x \frac{b'(\lambda)}{b(\lambda)} d\lambda + \int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda$$

$$2 \ln S(x) + \ln r(x) + \ln b(x) + \ln e^{\int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda} = const$$

$$\ln S^2(x) \cdot r(x) \cdot b(x) \cdot e^{\int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda} = \ln const$$

$$-2 \ln S(x) = \ln r(x) + \ln b(x) + \ln e^{\int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda} \Rightarrow \ln S^{-2}(x) = \ln \left[r(x) \cdot b(x) \cdot e^{\int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda} \right]$$

$$S^2(x) \cdot r(x) \cdot b(x) \cdot e^{\int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda} = 1 \Rightarrow S^2(x) \cdot \sqrt{a(x)b(x)} \cdot b(x) \cdot e^{\int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S^4(x) a(x) b^3(x) e^{2 \int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda} = 1^2 = 1.$$

$$b^3(x) = \frac{1}{S^4(x)a(x)e^{\int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda}} \Rightarrow b(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{S^4(x)a(x)e^{\int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda}}}. \quad (14)$$

Из (14) получаем:

$$S^2(x) = \frac{1}{\sqrt{a(x)b(x)} \cdot b(x) \exp\left[\int_0^x \frac{d(x)}{a(x)} dx\right]} \Rightarrow S(x) = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{a(x)b(x)} \cdot b(x) e^{\int_0^x \frac{d(x)}{a(x)} dx}}}. \quad (15)$$

Таким образом, функцию $S(x)$ определяем по формуле (15), неизвестную функцию $d(x)$ определим по формуле (12), а неизвестную функцию $b(x)$ определим по формуле (14).

Если учесть все выше изложенное, то из обратной задачи (7) имеем следующую обратную задачу с данными на характеристиках относительно $S(x)$.

$$\left. \begin{aligned} u_{tt}(x,t) = u_{xx}(x,t) - \left[2 \frac{S'(x)}{S(x)} + \frac{d(x)}{a(x)} \right] u_x(x,t) - \frac{d(x)}{a(x)} u_t(x,t), \\ u(x,t)|_{t=|x|} = S(x), \quad x \in [0, T], \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

$$u(x,t)|_{x=0} = f(t), \quad t \in [0, T]. \quad (17)$$

Обратная задача заключается в определении функции $d(x)$ — электропроводности среды при известных функциях $b(x), a(x)$. В силу гиперболичности уравнения и от того, что динамическая дополнительная информация $f(t)$ задана на $[0, 2T]$, наша задача рассматривается в области

$$\Delta(T) = (x, t) : x \in (0, T), |x| < t < 2T - |x|. \quad (18)$$

Конечно-разностное решение. Для численного решения обратной задачи (15) введем сеточную область:

$$\Delta_h(2T) = x_i = ih, t_k = kh, h = T / 2N, i = \overline{0, N}, ih \leq kh \leq T - ih, \quad (19)$$

и построим разностный аналог дифференциальной обратной задачи (16)–(17):

$$\frac{V_{i+1}^k - 2V_i^k + V_{i-1}^k}{h^2} = \frac{V_i^{k+1} - 2V_i^k + V_i^{k-1}}{h^2} - \left[2 \frac{S_i - S_{i-1}}{hS_{i-1}} + \frac{d_i}{a_i} \right] \cdot \left[\frac{V_i^k - V_{i-1}^k}{h} \right] - \frac{d_i}{a_i} \cdot \left[\frac{V_i^k - V_i^{k-1}}{h/2} \right], \quad (20)$$

$(x_i, t_k) \in \Delta_h(2T)$,

$$V_i^i = S_i, \quad ih \in (0, Nh), \quad (21)$$

$$V_0^k = f^k, \quad kh \in (0, 2Nh). \quad (22)$$

Также составим разностный аналог формулы (14) для определения неизвестной функции:

$$b_i = \sqrt[3]{\frac{1}{S_i^4 a_i e^{2 \cdot \text{int}(i)}}}, \quad i = \overline{0, N}. \quad (23)$$

где $\text{int}(i)$ – численное решение интеграла $\int_0^x \frac{d(\lambda)}{a(\lambda)} d\lambda$.

Напишем разностный аналог для определения функций $S(x), d(x)$

$$S_i = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{a_i b_i} \cdot b_i e^{\text{int}(i)}}}, \quad i = \overline{0, N}, \quad (24)$$

$$d_i = \left\{ -2 \frac{S_i - S_{i-1}}{h S_{i-1}} - \frac{\sqrt{a(x)b(x)'}}{\sqrt{a_i b_i}} - \frac{b_i - b_{i-1}}{h b_{i-1}} \right\} \cdot a_i, \quad i = \overline{0, N}. \quad (25)$$

Обозначим через $r_i = \frac{\sqrt{a(x)b(x)'}}{\sqrt{a_i b_i}}$, получим:

$$d_i = \left\{ -2 \frac{S_i - S_{i-1}}{h S_{i-1}} - \frac{r_i - r_{i-1}}{h r_{i-1}} - \frac{b_i - b_{i-1}}{h b_{i-1}} \right\} \cdot a_i, \quad i = \overline{0, N}.$$

Компьютерная реализация. Для реализации были заданы разные модельные функции $\mu_0 x_3$, $\sigma_0 x_3$, $\varepsilon_0 x_3$, которые приведены в таблице 1.

Таблица 1

№ п/п	№ Рис.	Функции			Шаг сетки	Относит. погреш.	Абсолют. погреш.
		σx	μx	εx			
1.	Рис.1	$0.05*(1 + \cos^2 3.14x)$	$4\pi*(1 + \cos^2 3.14x)$	$8.854*(1 + \cos^2 3.14x)$	0.01	0,629238	1,548525
2.	Рис.2	Ступенчатая функция	$4\pi*(1 + \cos^2 3.14x)$	$8.854*(1 + \cos^2 3.14x)$	0.0025	11,335828	8,810785
3.	Рис.3	$0.5*(1 + \cos^2 6.28x)$	$4\pi*(1 + \cos^2 3.14x)$	$8.854*(1 + \cos^2 3.14x)$	0.005	4,681961	2,169048
4.	Рис.4	$0.006*(1 + \cos^2 6.28x)$	$4\pi*(1 + \cos^2 6.28x)$	$8.854*(1 + \cos^4 3.14x)$	0.01	0,007108	0,321754
5.	Рис.5	$0.5*(1 + \cos^4 6.28x)$	$4\pi*(1 + \cos^4 3.14x)$	$8.854*(1 + \cos^2 3.14x)$	0.005	10,022345	1,947920

Далее по (5) перешли на новые переменные и получили новые функции $d(x) = \sigma_0 x_3$, $b(x) = \mu_0(x_3)$, $a(x) = \varepsilon_0(x_3)$.

Прямая задача. Определяем по (24) S_i , $i = \overline{0, N}$ – задачу с данными на характеристиках. Значения S_i присваиваем V_i^i , $i = \overline{0, N}$, т.е. определяем значения V на характеристиках. По формуле Тэйлора определяем V_i^{i+1} , а затем вычисляем V_i^{k+1} – прямая задача.

Обратная задача. Из решения прямой задачи V_i^k определяем дополнительную информацию для обратной задачи: $f^k = V_0^k$, $k = 0, 2N$ – это нулевой слой.

Первый слой вычисляем по формуле $V_1^k = f^{k+1} + f^{k-1} / 2$. Начиная со второго слоя $k = 2$ обратная задача вычисляется по (20).

При определении последующего слоя обратной задачи каждый раз мы по (21) определяем значение $S_i, \quad i = \overline{0, N}$, в исходном коде программы они обозначены через $Sp_i, \quad i = \overline{0, N}$.

Так как приближенная сеточная функция $Sp_i, \quad i = \overline{0, N}$ определена, то по (23) и (25) можно вычислить сеточные приближенные функции $bp_i, dp_i, \quad i = \overline{0, N}$, неизвестные функции μ_i, σ_i - соответственно.

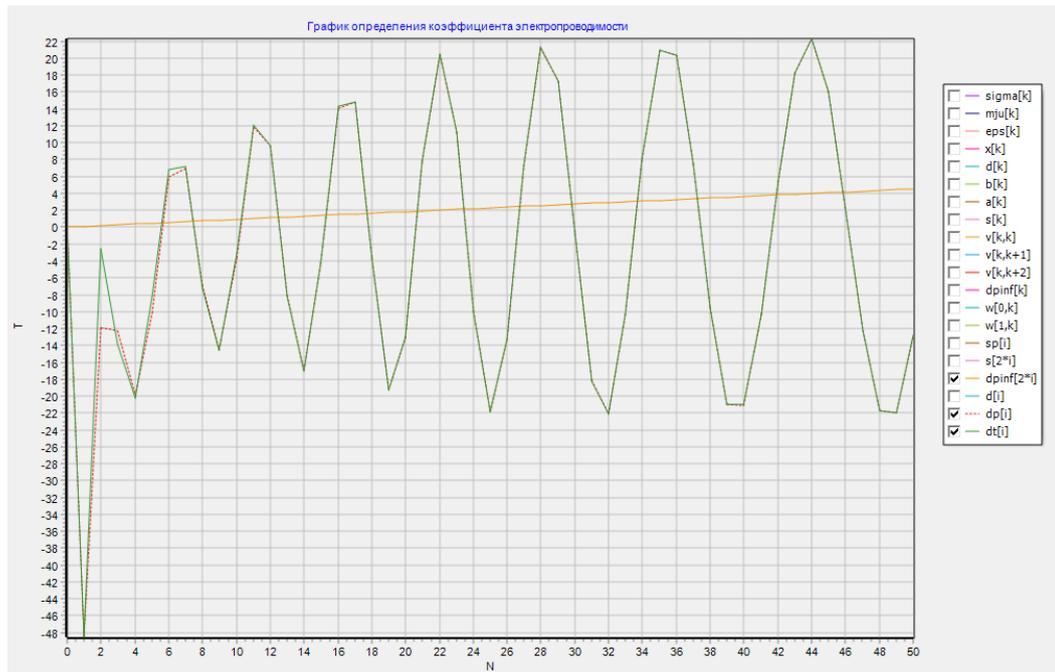


Рисунок 1 – Графики функций $dpinf(x)$ – дополнительная информация для обратной задачи; $\sigma x = 0.05 * (1 + \cos^2 3.14x)$; при $\mu x = 4\pi * (1 + \cos^2 3.14x)$; $\varepsilon x = 8.854 * (1 + \cos^2 3.14x)$; $\tau = 0.01$

Одномерная обратная задача для уравнения геоэлектрики (1)-(3) реализована для функций, указанных в таблице 1, определена функция σx .

На рис. 1. – рис. 5. приведены графики $f t = V(0,t)$ – дополнительная информация для обратной задачи, dp_i, dt_i – приближенная и точная определяемая функция.

Были заданы различные шаги сетки (см. таблицу 1). В двух последних столбцах приведены результаты относительной погрешности, т.е. $\max 1 = Sp_i - S_i * 100\% / Sp_i, \quad i = \overline{0, N}$ – данные на характеристиках, где Sp_i – приближенные, S_i – точные сеточные функции и результаты абсолютной погрешности неизвестной функции σx , т.е. $\max 2 = |dp_i - dt_i|; \quad i = \overline{0, N}$, где dp_i – приближенно вычисленные сеточные функции, dt_i – точные сеточные функции.

Из этих данных можно заметить, что при $T=4$ и при шаге $\tau = 0,01$ восстановление неизвестной функции лучше, чем при $T=2$ с шагом $\tau = 0,005$.

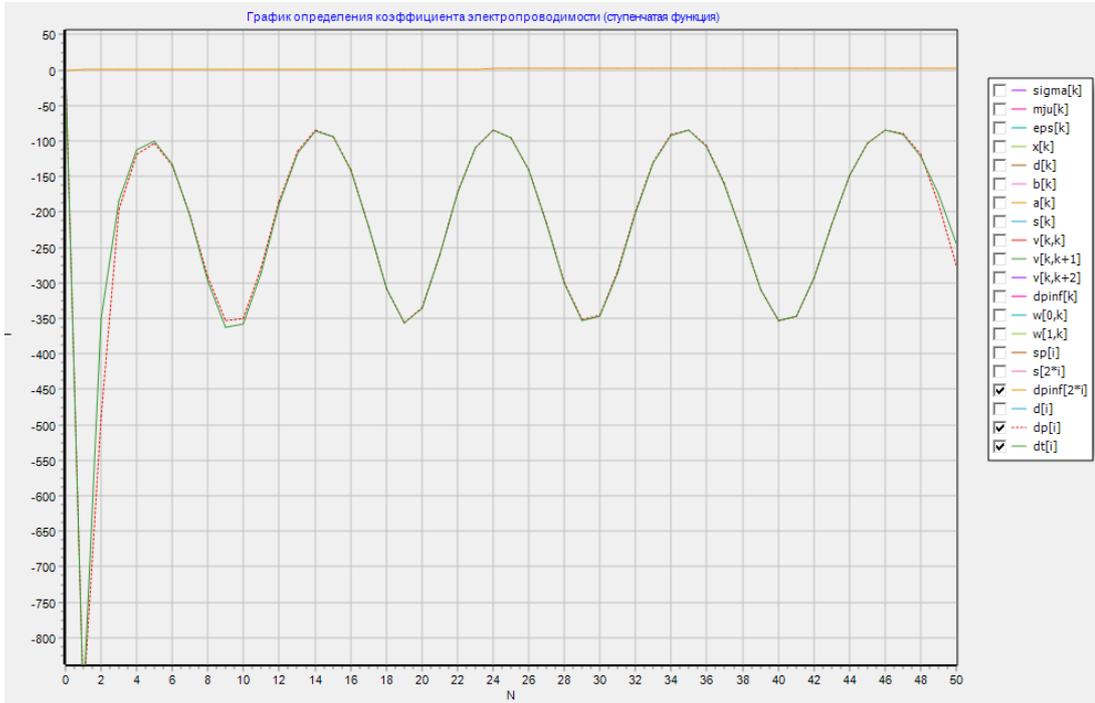


Рисунок 2 – Графики функций $dpinf(x)$ – дополнительная информация для обратной задачи; σx =Ступенчатая функция; при $\mu x = 4\pi*(1 + \cos^2 3.14x)$; $\varepsilon x = 8.854*(1 + \cos^2 6.28x)$; $\tau = 0.0025$

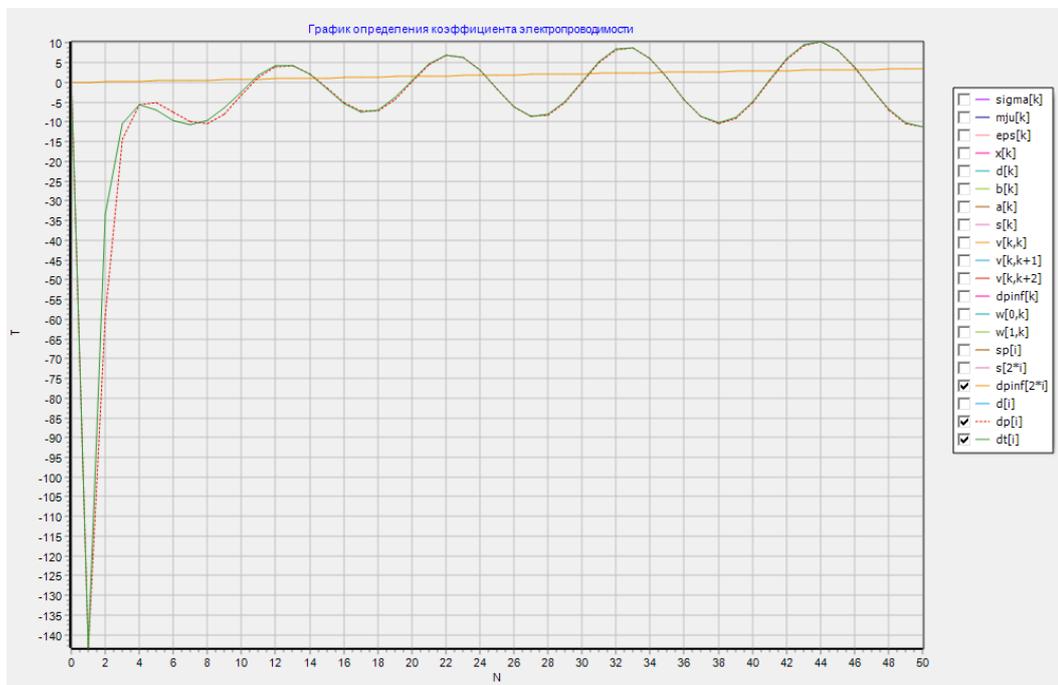


Рисунок 3 – Графики функций $dpinf(x)$ – дополнительная информация для обратной задачи; $\sigma x = 0.5*(1 + \cos^2 6.28x)$; при $\mu x = 4\pi*(1 + \cos^2 3.14x)$; $\varepsilon x = 8.854*(1 + \cos^2 3.14x)$; $\tau = 0.005$

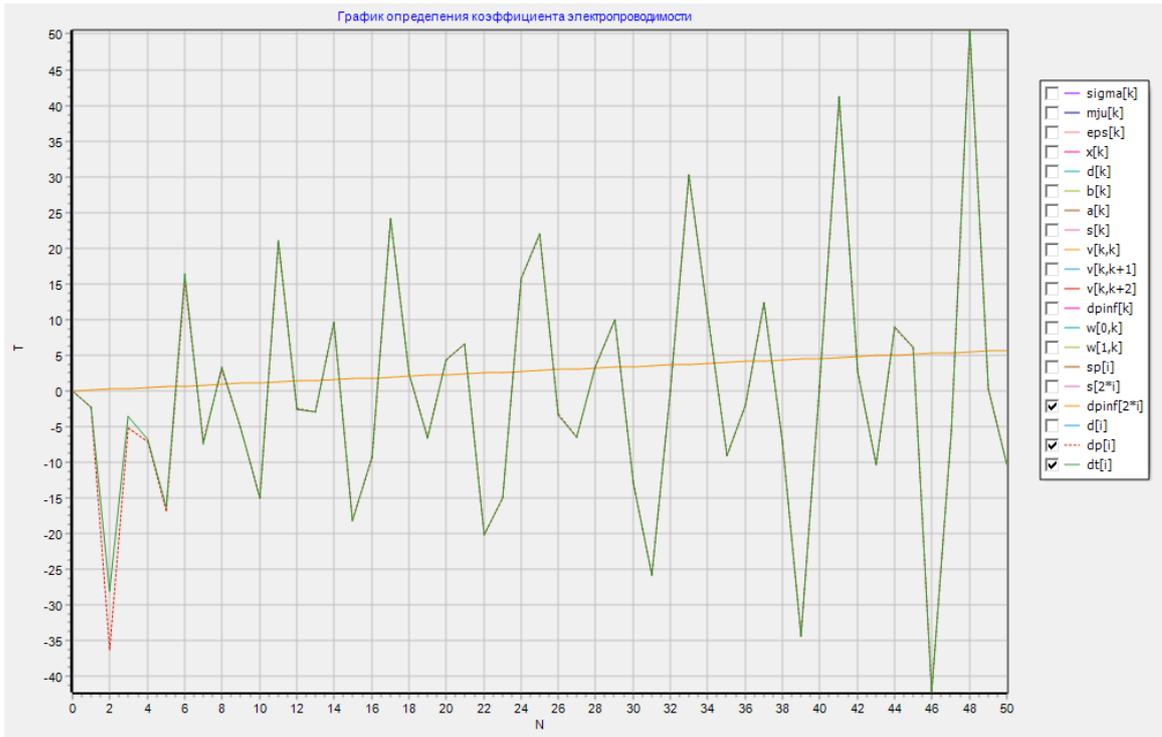


Рисунок 4 – Графики функций $dpinf(x)$ – дополнительная информация для обратной задачи; $\sigma x = 0.006 \cdot (1 + \cos^2 6.28x)$; при $\mu x = 4\pi \cdot (1 + \cos^2 6.28x)$; $\epsilon x = 8.854 \cdot (1 + \cos^4 3.14x)$; $\tau = 0.01$

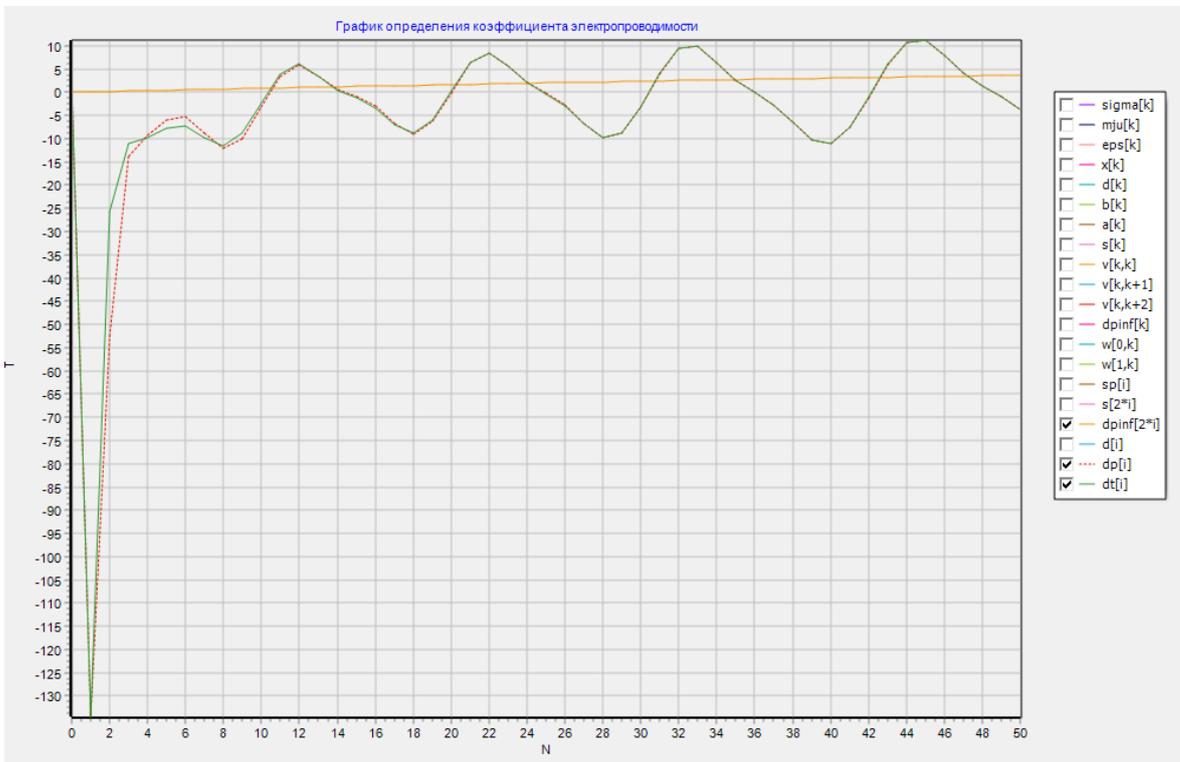


Рисунок 5 – Графики функций $dpinf(x)$ – дополнительная информация для обратной задачи; $\sigma x = 0.5 \cdot (1 + \cos^4 3.14x)$; при $\mu x = 4\pi \cdot (1 + \cos^4 3.14x)$; $\epsilon x = 8.854 \cdot (1 + \cos^2 3.14x)$; $\tau = 0.005$

Заключение. Составлен конечно-разностный алгоритм решения одномерной прямой и обратной задач и разработана численная компьютерная реализация на языке Object Pascal (Delphi XE7), результаты которой получены в виде графиков. Проведен анализ численного решения определения неизвестных коэффициентов в обратной задаче геоэлектрики.

Литература

1. Лаврентьев, М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики [Текст] / М.М. Лаврентьев. – Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1962. – 92 с.
2. Лаврентьев, М.М. О трех линеаризованных обратных задачах для гиперболических уравнений [Текст] / М. М. Лаврентьев, В. Г. Романов // Докл. АН СССР. – Т. 171. – № 6. – 1966. – С. 1279–1281.
3. Благовещенский, А.С. Об обратной задаче теории распространения сейсмических волн [Текст] / А.С. Благовещенский // Тр. Ленингр. ун-та. – Вып. 1. – 1966. – С. 68–81.
4. Алексеев, А.С. Обратные динамические задачи сейсмологии [Текст] / А.С. Алексеев // Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных. – М.: Наука. 1967. – С. 9–84.
5. Алексеев, А.С. Некоторые вопросы практического использования обратных динамических задач сейсмологии [Текст] / А.С. Алексеев, В.И. Добринский // Математические проблемы геофизики. АН СССР. Сиб. отд-ние. Вычислительный центр. Новосибирск. – 1975. – Т. 6. – № 2. – С. 7–53.
6. Кабанихин, С.И. Исследование проекционно-разностного метода решения прямой и обратной задачи геоэлектрики [Текст] / С.И.Кабанихин, С.В.Мартаков; ИМ СО АН СССР.– Новосибирск, 1989.–52с.– Препр., №13.
7. Анищенко, Ю.В. Об одном конечно-разностном алгоритме определения магнитной проницаемости в одномерной задаче уравнения геоэлектрики с мгновенными и шнуровыми источниками [Текст] / Ю. В. Анищенко. – Известия ВУЗов (Кыргызстан). – 2015. – № 11. – С. 12–18.
8. Кабанихин, С.И. Обратные и некорректные задачи [Текст] / С.И.Кабанихин. – Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. – 457 с.
9. Романов, В.Г. Устойчивость в обратных задачах [Текст] / В.Г. Романов. – М.: Научный мир, 200. – 304 с.