РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЕ АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ КООРДИНАТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Игамбердиев Х.З., Зарипов О.О., Абдурашидова С.А.
Ташкентский государственный технический университет,
Кыргызско-Узбекский университет

В большинстве процессов управления или многошаговых процедур принятия решения в технических и технологических системах имеют место присущие им неопределенности [1,2]. Эти неопределенности не позволяют точно оценить влияние управляющих воздействий на качество функционирования синтезируемой системы. Неопределенности, существующие как в самой системе, так и в наблюдениях, во многих задачах могут быть представлены как стохастические процессы. К таким задачам применимы методы стохастического управления [3]. Принцип разделимости позволяет задачу оптимального стохастического управления разбить на две независимые подзадачи: подзадачу оптимальной фильтрации или оценивания и подзадачу оптимального детерминированного управления. Это обстоятельство еще раз указывает на важность задачи динамического оценивания в общей теории синтеза и построения оптимальных систем управления.

Оптимальные алгоритмы оценивания, получившие к настоящему времени значительное развитие, являются результатом решения соответствующих модельных задач при наличии полной априорной статистической информации. На практике же встречаются, как правило, такие ситуации, в которых априорная статистическая информация либо известна приближенно, либо полностью отсутствует. В этом случае условия модельных задач оказываются нарушенными, полученные алгоритмы оценивания становятся неоптимальными, а формируемые ими оценки могут стать несостоятельными и, более того, оказаться расходящимися. Вышеотмеченное обусловливает необходимость обеспечения определенной грубости параметров фильтра к отмеченным выше факторам, т.е. адаптации фильтра Калмана.

Рассмотрим систему, описываемую уравнениями

$$x_{i+1} = Ax_i + \tilde{A}w_i , \tag{1}$$

$$z_i = Hx_i + v_i , \tag{2}$$

где x_i – вектор состояния системы размерности n; z_i – вектор наблюдения размерности m; w_i и v_i – векторы шума объекта и помехи наблюдения размерности q и p соответственно, являющиеся последовательностью вида гауссовского белого шума с характеристиками $w_i \sim N(0,Q_i)$, $v_{i+1} \sim N(0,R_{i+1})$, $x_0 \sim N(x_{0|0},P_0)$, $\text{cov}(w_i,w_x)=0$, $\text{cov}(v_i,v_j)=0$, $\text{cov}(x_0,w_i)=\text{cov}(x_0,v_i)=0$; A , $\tilde{A}$ и H – матрицы соответствующих размерностей.

Следуя [2,4], можно показать, что алгоритм фильтрации значений $x_{i+1|i+1} = M(x_{i+1} \mid Y_1^{i+1})$ задается рекуррентными соотношениями

$$x_{i+1|i+1} = x_{i+1|i} + K_{i+1} v_{i+1|i}, \; v_{i+1|i} = z_{i+1} - H x_{i+1|i}, \; K_{i+1} = s^{+} M_v (v_{i+1|i} v_{i+1|i}^T)^{-1},$$

где

$$M_v = \begin{bmatrix} v_{i+1|i} & v_{i+1|i}^T \\ \multicolumn{2}{c}{\dots\dots\dots\dots\dots} \\ v_{i+l|i} & v_{i+l|i}^T \end{bmatrix}, \; L = \begin{bmatrix} H \\ HA \\ HA^{l-1} \end{bmatrix},$$

«+» – индекс квазиобращения.

При этом выражения для алгоритмов экстраполяции и фильтрации можно записать в виде:

$$x_{i+1|i} = A\, x_{i|i}, \; p_{i+1|i} = A\, P_{i|i} A^T + \tilde{A}\, \hat{Q}_i \tilde{A}^T, \; x_{i+1|i+1} = x_{i+1|i} + K_{i+1} v_{i+1}, \; x_{i+1|i} = z_{i+1} - H\; x_{i+1|i},$$

$$K_{i+1} = P_{i+1|i} H^T C_{i+1}^{-1}, \; C_{i+1} = H\; P_{i+1|i} H^T + R_{i+1}, \; P_{i+1|i+1} = \left(I - K_{i+1} H\;\right) P_{i+1|i}.$$

Систему уравнений для нахождения $P_{i+1|i} H^T$ можно записать в виде:

$$M_v = L P_{i+1|i} H^T. \tag{3}$$

Принимая реалистическую точку зрения будем полагать, что правая часть уравнения (3) задана с некоторой погрешностью, обусловленной наличием шума модели объекта и помехи измерений в (1) и (2). Таким образом, вместо (3) будем рассматривать уравнение вида

$$M_v^{\delta} = L P_{i+1|i} H^T, \tag{4}$$

с условием аппроксимации $\left\| \mu_{v,j}^{\delta} - \mu_{v,j} \right\| \le \delta$ для каждого j $(j = 1,2,\dots,m)$ - номера столбцов матрицы M_v^{δ}.

Для упрощения дальнейших выкладок перепишем уравнение (4) в виде

$$M_v^{\delta} = L D_i, \tag{5}$$

где $D_i = P_{i+1|i} H^T$.

Практическая реализация параметрически адаптивных алгоритмов оценивания встречает значительные трудности вычислительного характера, связанные с тем обстоятельством, что при их формировании приходится рассматривать задачи, решения которых неустойчивы к малым изменениям исходных данных. Задачи подобного типа, по существу, являются плохо обусловленными. Они принадлежат к классу некорректно поставленных задач [5-7]. В этой связи разработка эффективных регулярных алгоритмов устойчивого оценивания состояния динамических систем при параметрической априорной неопределенности и синтеза вычислительных схем их практической реализации приобретает весьма важное значение.

Для решения уравнения (5) будем использовать итерированный вариант метода регуляризации А.Н.Тихонова:

$$d_{j,r} = \left(I - L^T L g_r\left(L^T L\right)\right) d_{j,0} + g_r\left(L^T L\right) L^T \mu_{v,j}^{\delta}, \; j = 1,\dots,m, \tag{6}$$

где d_j – j-й столбец матрицы D, $g_r\left(L^T L\right) = \left(L^T L + \alpha I\right)^{-1}$ или $g_r(\lambda) = \left(r^{-1} + \lambda\right)^{-1}$, $0 \le \lambda < \infty$ – порождающая система функций, $\alpha = r^{-1}$, $\alpha > 0$ - параметр регуляризации.

Параметр регуляризации r в алгоритме (6) целесообразно выбирать по величине невязки $\left\| Ld_j^r - \mu_{\nu,j}^{\delta} \right\|$. При реализации приближения (6) параметр регуляризации будем выбирать исходя из выполнения неравенства вида

$$b_1\delta \le \left\| Ld_{j,r} - \mu_{\nu,j}^{\delta} \right\| \le b_2\delta,\ b_1 > 1,\ b_2 \ge b_1. \qquad (7)$$

При этом, если $\left\| Ld_{j,0} - \mu_{\nu,j}^{\delta} \right\| \le b_2\delta$, то положим $r = 0$, т.е. за приближенное решение уравнения (5) примем начальное приближение $d_{j,0}$.

Для установления сходимости приближения (6) на основе правила (7) останова итерационного процесс рассмотрим выражения

$$d_{j,r} - d_j^* = \left(I - L^T L g_r\left(L^T L\right)\right)\left(d_{j,0} - d_j^*\right) + g_r\left(L^T L\right) L^T\left(\mu_{\nu,j}^{\delta} - \mu_{\nu,j}\right),$$

$$Ld_{j,r} - \mu_{\nu,j}^{\delta} = L\left(I - L^T L g_r\left(L^T L\right)\right)\left(d_{j,0} - d_j^*\right) - \left(I - L^T L g_r\left(L^T L\right)\right)\left(\mu_{\nu,j}^{\delta} - \mu_{\nu,j}\right),$$

где d_j^* – ближайшее к $d_{j,0}$ решение уравнения (5).

Таким образом, если правило останова (7) при сколь угодно малом $\delta > 0$ выдает $r = 0$, то $\left\| Ld_{j,0} - \mu_{\nu,j}^{\delta} \right\| \le b_2\delta$ и в пределе при $\delta \to 0$ получаем $Sd_{0,r} = y_{\nu,j}$, т.е. $d_{0,r}$ – решение уравнения (5).

Приведенные алгоритмы позволяет регуляризовать рассматриваемую задачу адаптивного координатного оценивания в задачах синтеза систем управления технологическими объектами на основе регулярных методов.

Литература

1. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. –М.: Наука, 1977. – 420с.
2. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. –208 с.
3. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. / Под ред. К. Т. Леондеса. Пер. с англ., – М.: Мир, 1980. – 407 с.
4. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная и оптимальная фильтрация. – М.: Машиностроение, 1982. – 216 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 285 с.
6. Вайникко Г.М., Веретенников А.Ю. Итерационные процедуры в некорректных задачах. –М.: Наука, 1986. –178с.
7. Бакушинский А.Б., Кокурин М.Ю. Итерационные методы решения нерегулярных уравнений.– М.: Ленанд, 2006. – 214 с.