

EISSN 1694-836X
ISSN 1694-5050

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ И АВТОМАТИКИ

ПРОБЛЕМЫ АВТОМАТИКИ И УПРАВЛЕНИЯ

№ 1 (46)



БИШКЕК

2023

ИМА НАН КР

ISSN 1694-5050 (печатная версия)
ISSN 1694-836X (электронная версия)

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

ИНСТИТУТ МАШИНОВЕДЕНИЯ И АВТОМАТИКИ

ПРОБЛЕМЫ АВТОМАТИКИ И УПРАВЛЕНИЯ № 1 (46)

Журнал входит в РИНЦ, а также в перечень
ВАК Кыргызской Республики рецензируемых
научных журналов, в которых должны быть опубликованы
основные результаты диссертаций на соискание
ученых степеней доктора и кандидата наук

Журнал издается с 1996 года.

Зарегистрирован Министерством юстиции
Кыргызской Республики
Свидетельство № 1503 от 24 марта 2020 г.



БИШКЕК

2023

ИМА НАН КР

П 78

Проблемы автоматизации и управления: Научно-технический журнал
/ Национальная академия наук Кыргызской Республики.–Бишкек: ИМА, 2023.– №1 (46). – 107 с.

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР:

д.т.н., профессор Брякин Иван Васильевич 
Институт машиноведения и автоматизации НАН Кыргызской Республики (Бишкек)

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ:

к.т.н., доцент Верзунов Сергей Николаевич 
Институт машиноведения и автоматизации НАН Кыргызской Республики (Бишкек)

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

д.т.н., академик РАН Евтушенко Юрий Гаврилович 
Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" РАН (Москва)

д.т.н, член-кор. АЭН РФ Карандаев Александр Сергеевич 
Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (Челябинск)

д.ф.-м.н. академик НАН РК Калимолдаев Максат Нурадилович
Казахский национальный университет им. Аль-Фараби (Алматы)

д.т.н, член-кор. АЭН РФ Макаричев Юрий Александрович 
Самарский государственный технический университет (Самара)

д.т.н. член-кор. НАН КР Оморов Роман Оморович 
Институт машиноведения и автоматизации НАН Кыргызской Республики (Бишкек))

д.т.н., профессор Храмшин Вадим Рифхатович 
Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова (Магнитогорск)

д.т.н., профессор Еремин Евгений Леонидович 
Тихоокеанский государственный университет (Хабаровск)

д.т.н., профессор Лыченко Наталья Михайловна 
Кыргызско-Российский славянский университет (Бишкек)

д.т.н., профессор Исмаилов Бактыбек Исакович 
Агентство по аккредитации образовательных программ и организаций (Бишкек)

д.т.н., профессор Бочкарев Игорь Викторович 
Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова (Бишкек)

д.т.н., профессор Галбаев Жалалидин Токтобаевич 
Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова (Бишкек)

д.ф.-м.н., профессор Сатыбаев Абдуганы Джунусович 
Ошский технологический университет им. акад. М.М. Адышева (Ош)

д.т.н., профессор Бакасова Айна Бакасовна 
Институт машиноведения и автоматизации НАН Кыргызской Республики (Бишкек)

д.т.н. Янко Дмитрий Владимирович 
ОАО «Кыргызтелеком» (Бишкек)

к.ф.-м.н., с.н.с. Керимкулова Гулсаат Кубатбековна 
Институт машиноведения и автоматизации НАН Кыргызской Республики (Бишкек)

к.т.н. Аскалиева Гулзада Орозобаевна 
Институт машиноведения и автоматизации НАН Кыргызской Республики (Бишкек)

В журнале публикуются статьи по информационным технологиям и обработке информации, математическому и компьютерному моделированию динамических систем и процессов, автоматическому управлению динамическими системами и процессами

Контакты редакции:

720071, Бишкек, проспект Чуй, 265.

Институт машиноведения и автоматизации Национальной академии наук КР.

Телефон: +996 553 72-20-30.

E-mail: verzunov@hotmail.com

Полная электронная версия журнала: <http://imash.kg/jrn/index.php/pau>

ISSN 1694-5050, 1694-836X © Институт машиноведения и автоматизации НАН КР, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ И ПРОЦЕССАМИ

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ АВТОНОМНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

М.М. Пашан, С.А. Айсагалиев 5-11

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

ДВУХТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А. Сакенкызы, С.А. Айсагалиев 12-22

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ МИНИМИЗАЦИИ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛА

А.К. Керимбеков, А.К. Кадириббетова 23-28

ВОЗБУЖДЕНИЕ СЛОЕВ ОКЕАНА ПОДВОДНЫМ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕМ В СПЕКТРЕ ЧАСТОТ ЦУНАМИ

Г.Ч. Тукембаева, Б.К. Темиров 29-34

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО АКСИАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПОТОКА ГАЗА

И.Р. Урусова, Т.Э. Урусова 35-45

УСТРОЙСТВА И СИСТЕМЫ АВТОМАТИКИ

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ОПЕРАТИВНОГО КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ТРАНСФОРМАТОРНОГО МАСЛА

И.В. Брякин, И. В. Бочкарев, М.Г. Гунина, А.Ж. Иззатов 46-58

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНО-ОПРЕДЕЛЯЕМОЙ РАДИОСИСТЕМЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕОМАТЕРИАЛОВ

А.У. Касимова, С.Н. Верзунов 59-64

ДАТЧИКИ РЕГИСТРАЦИИ КНЧ И ОНЧ-ИЗЛУЧЕНИЯ

М.К. Олжабаев, К.Ж. Исабаев, С.А. Фомичев, Б.Б. Имансакипова 65-73

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СРЕДНЕСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ИНДЕКСА КАЧЕСТВА ВОЗДУХА Г. БИШКЕК

Л.И. Великанова, Н.М. Лыченко 74-82

АДАПТИВНЫЙ НЕЙРО-НЕЧЕТКИЙ ПОДХОД ОЦЕНКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА

А. Б. Бакасова, Аскат Асан уулу 83-95

ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ ЦИФРОВОЙ ВАЛЮТЫ И ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ В КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКЕ

Д.А. Саяков 96-105

АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ И ПРОЦЕССАМИ

ГРНТИ 27.29.17

УДК 517.925.42

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ АВТОНОМНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

М.М. Пашан, pmmakpal@gmail.com

С.А. Айсагалиев, Serikbai.Aisagaliev@kaznu.kz

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Предлагается новый метод исследования периодических решений автономных динамических систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями. Получены необходимые и достаточные условия существования периодического решения, и разработан алгоритм построения периодического решения по предельным точкам минимизирующих последовательностей. Путем введения управляющей функции исходная задача приводится к интегральному уравнению Фредгольма первого рода. На основе построения общего решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода построение периодического решения сводится к решению специальной начальной задачи оптимального управления.

Ключевые слова: периодическое решение, существование решения, интегральное уравнение, минимизирующие последовательности, оптимальное управление.

Введение

Основными методами исследования периодических решений процессов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, являются: метод малого параметра [1-3], асимптотические методы [4-6], метод фазового пространства [7-12], метод гармонической линеаризации [13].

В настоящее время наиболее полно изучены периодические движения в линейных и квазилинейных системах, а также особо нелинейные системы, содержащие малый параметр. К сожалению, проблема существования и методы построения периодических решений обыкновенных дифференциальных уравнений остаются малоизученной областью качественной теории. Поэтому разработка методов построения периодических решений обыкновенных дифференциальных уравнений общего вида является актуальной проблемой.

Результаты, полученные в статье, являются продолжением научных исследований по интегральному уравнению [14-16], качественной теории дифференциальных уравнений [17-22], по оптимальному управлению [23-28].

Постановка задачи

Рассмотрим нелинейную автономную систему

$$\dot{x} = Ax + Bf(x), \quad t \in I_* = [0, T_*] \quad (1)$$

$$x(0) = x_0 \in S \subset R^n, \quad (2)$$

здесь A, B – постоянные матрицы порядков $n \times n, n \times m$ соответственно, m – мерная вектор - функция $f(x)$ определена и непрерывна по переменной $x \in D$ и удовлетворяет условиям

$$|f(x) - f(y)| \leq l|x - y|, \quad \forall x, y \in D, \quad l = \text{const} > 0,$$

$$|f(x)| \leq c_0, \quad x \in D, \quad c_0 = \text{const} > 0,$$

где $D \subset R^n$ – ограниченное замкнутое множество, S – заданное выпуклое замкнутое множество.

Задача 1. Найти необходимые и достаточные условия существования периодического решения в системе (1), (2).

Задача 2. Построить периодическое решение в системе (1), (2). Найти период T_* .

Интегральное уравнение. Линейная управляемая система

Для решения задач 1,2 необходимы следующие теоремы о разрешимости и построению общего решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода с фиксированным параметром из работ [14 -16].

Рассмотрим интегральное уравнение:

$$Ku = \int_{t_0}^{t_1} K(t_0, t)u(t)dt = a, \quad t \in I = [t_0, t_1], \quad (3)$$

где $K(t_0, t) = \|K_{ij}(t_0, T)\|, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, K_{ij}(t_0, t) \in L_2(I, R^1), u(t) \in L_2(I, R_m)$ искомая функция, $a \in R^n$ – заданный вектор, $t \in [t_0, t_1]$ – заданная точка.

Теорема 1. Интегральное уравнение (3) при любом векторе $a \in R^n$ имеет решение тогда и только тогда, когда матрица

$$W(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} K(t_0, t)K^*(t_0, t)dt \quad (4)$$

порядка $n \times n$ является положительно определенной, где $(*)$ – знак транспонирования, $t_1 > t_0$.

Теорема 2. Пусть матрица $W(t_0, t_1)$, определяемая по формуле (4), положительно определенная. Тогда общее решение интегрального уравнения (3) при любом $a \in R^n$ определяется по формуле:

$$u(t) = v(t) + K^*(t_0, t)W^{-1}(t_0, t_1)a - K^*(t_0, t_1) \int_{t_0}^{t_1} K(t_0, \eta)v(\eta)d\eta. \quad t \in I.$$

Наряду с дифференциальным уравнением (1) с условием (2) рассмотрим линейную управляемую систему:

$$\dot{y} = Ay + Bw(t), \quad t \in I = [0, T], \quad (5)$$

$$(y(0) = x_0, \quad y(T) = x_T) \in S, \quad (6)$$

$$w(t) \in L_2(I, R^m). \quad (7)$$

Заметим, что при $w(t) = f(x(t)), t \in I$, функция $x(t) = y(t), t \in I$. Определим следующие векторы и матрицы

$$a = e^{-AT}x_0 - x_1, \quad W(0, T) = \int_0^T e^{-At}BB^*e^{-A^*t}dt. \quad (8)$$

Теорема 3. Пусть матрица $W(0, T)$, определяемая по формуле (8), положительно определенная. Тогда управление $w(t) \in L_2(I, R^m)$ переводит траекторию системы (5)-(7) из любой заданной точки $x_1 = x(t_0) \in S$ в момент времени t_0 , в любое желаемое конечное состояние $x_1 = x(T) \in S$ в момент времени T тогда и только тогда, когда

$$w(t) \in U = \{w(t) = v(t) + \Lambda_1(t, x_0, x_1) + M_1(t)z(T, v), \quad \forall v, v(t) \in L_2(I, R^m), t \in I\}, \quad (9)$$

где $v(t) \in L_2(I, R^m)$ - любая функция, $\Lambda_1(t, x_0, x_1) = B^*\Phi^*(0, T)W^{-1}(0, T)a, M_1(t) + -B^*\Phi^*(0, t)W^{-1}(0, T)\Phi(t, \tau) = e^{A(t-\tau)}, t, \tau \in I, a$ функция $z(t, v), t \in I_*$ – решение дифференциального уравнения

$$\dot{z} = Az + Bv(t), \quad z(0) = 0, \quad v(t) \in L_2(I, R^m). \quad (10)$$

Доказательство теоремы следует из теоремы 2. В самом деле, решение дифференциального уравнения (5) имеет вид

$$y(t) = e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}B(\tau)w(\tau)d\tau, \quad t \in I. \quad (11)$$

Отсюда с учетом того, что $y(T) = x_1$, имеем

$$\int_0^T e^{-At}Bw(t)dt = a. \quad (12)$$

Интегральное уравнение (12) совпадает с (3) при $t_0 = 0, t_1 = T, K(t_0, t) = e^{-At}B, t_0 = 0 \in I$. Теорема доказана.

Теорема 4. Пусть выполнены условия теоремы 3. Тогда решение дифференциального уравнения (5), соответствующее управлению $w(t) \in U$, определяется по формуле

$$y(t) = z(t, v) + \Lambda_2(t, x_0, x_1) + M_2(t)z(t, v), t \in I_*, \quad (13)$$

где $\Lambda_2(t, x_0, x_1) = e^{At}W(t, T)W^{-1}(0, T)x_0 + e^{At}W(t, T)W^{-1}(0, T)e^{-At}x_1$,
 $M_2(t) = -e^{At}W(0, t)W^{-1}(0, T)e^{-AT}$, $W(0, t) = \int_0^t e^{-A\tau}BB^*e^{-A_*\tau}d\tau$, $W(t, T) = W(0, T) - W(0, t)$, $t \in I$, функция $z(t, v)$, $t \in I$ – решение дифференциального уравнения (10).

Доказательство теоремы следует из (11), где $w(t) \in U$ определяется по формуле (9).

Существование и построение периодического решения

Из теорем 3,4 следует, что существование периодического решения может быть найдено из решения следующей задачи оптимального управления: минимизировать функционал

$$J(v, x_0, T) = \int_0^T |v(t) + \Lambda_1(t, x_0, x_0) + M_1(t)z(T, v) - f(y(t))|^2 dt \rightarrow \inf \quad (14)$$

при условиях

$$\dot{z} = Az + Bv(t), z(0) = 0, t \in I, v(t) \in L_2(I, R^m), I = [0, T], \quad (15)$$

$$x_0 \in S, T \in R^1, \quad (16)$$

где функция $y(t)$, $t \in I$ – определяется по формуле (13). Обозначим через $\theta = (v, x_0, T) \in L_2(I, R^m) \times S \times R^1 = X \subset H = L_2(I, R^m) \times R^n \times R^1$.

Теорема 5. Пусть матрица $W(0, T_*) > 0$. Для того чтобы краевая задача (1), (2) имела решение, необходимо и достаточно, чтобы значение $J(\theta_*) = J(v_*, x_{0*}, T_*) = 0$, где $\theta_* = (v_*, x_{0*}, T_*)$ – решение оптимизированной задачи (14) – (16).

Доказательство. Значение $J(\theta_*) = 0$ тогда и только тогда, когда $v_*(t) + \Lambda_1(t, x_{0*}, x_{1*}) + M_1(t)z(T_*, v_*) - f(y_*(t)) = 0$, $x_{0*} = x_{1*}$, $t \in I_* = [0, T_*]$. Тогда $y_*(t) = y_*(t) = z(t, v_*) + \Lambda_2(t, x_{0*}, x_{1*}) + M_2(t)z(T_*, v_*)$, $t \in I_*$. Теорема доказана

Построение периодического решения

Пусть функция

$$F_0(q, t) = |v + \Lambda_1(t, x_{0*}, x_{0*}) + M_1(t)z(T, v) - f(y)|^2, q = (v, x_0, T, z, z(T)).$$

Тогда частные производные равны:

$$\begin{aligned} F_{0v}(q, t) &= 2[w - f(y)], \\ F_{0z(T)}(q, t) &= [2M_1^* - 2M_2^*f_x(y)][w - f(y)], \\ F_{0x_0}(q, t) &= [2\bar{\Lambda}_1^*(t, x_0, T) - 2\bar{\Lambda}_2^*(t, x_0, T)f_x(y)][w - f(y)], \\ \bar{F}_{0T}(q, T) &= F_0(q, T) + \int_0^T \frac{\partial}{\partial T} F_0(q, t) dt, \\ F_{0z}(q, t) &= -2f_x(y)[w - f(y)], \end{aligned}$$

где $\bar{\Lambda}_1^*(t, x_0, T) = B^*e^{-A^*t}W^{-1}(0, T)(e^{-AT} - I_n)$,

$$\bar{\Lambda}_2^*(t, x_0, T) = e^{At}W(0, T)W^{-1}(0, T) + e^{At}W(0, T)W^{-1}(0, T)e^{-AT}.$$

Теорема 6. Пусть матрица $W(0, T) > 0$, функция $f(x)$ определена и непрерывно дифференцируема по x . Тогда функционал (14) при условиях (15), (16) дифференцируем по Фреше, градиент

$$J'(\theta) = (J'_v(\theta), J'_{x_0}(\theta), J'_T(\theta)) \in H$$

в любой точке $\theta = (v, x_0, T) \in X$ вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} J'_v(\theta) &= F_{0v}(q, t) - B^*\psi(t) \in L_2(I, R^m), \\ J'_{x_0}(\theta) &= \int_0^T F_{0x_0}(q, t) dt \in R^n, \\ J'_T(\theta) &= \bar{F}_{0T}(q, T) \in R^1, \end{aligned} \quad (17)$$

где $q(t) = (v(t), x_0, T, z(t), z(T))$, $z(t, v)$, $t \in I$ – решение дифференциального уравнения (15), а функция $\psi(t)$, $t \in I$ – решение сопряженной системы

$$\dot{\psi} = F_{0z}(q(t), t) - A^*\psi(t), \psi(T) = -\int_0^T F_{0z(t)}(q(t), t) dt. \quad (18)$$

Кроме того, градиент $J'(\theta) \in H$ удовлетворяет условию Липшица

$$\|J'(\theta_1) - J'(\theta_2)\| \leq l_0 \|\theta_1 - \theta_2\|, \forall \theta_1, \theta_2 \in X. \quad (19)$$

Доказательство. Пусть $\theta = (v, x_0, T), \theta + \Delta\theta = (v + h, x_0 + \Delta x_0, T - \Delta T)$. Тогда приращение функционала

$$\Delta J = J(\theta + \Delta\theta) - J(\theta) = \int_0^T [h^*(t)[F_{0v}(q(t), t) - B^*\psi(t)] + \Delta x_0^* F_{0x_0}(q(t), t)] dt + \Delta T F_{0T}(q, T) + R, \quad |R| \leq C_1 \|\Delta\theta\|^2.$$

Отсюда следуют формулы (17), (18). Так как

$$\|J'(\theta_1) - J'(\theta_2)\|^2 = \int_0^T |J'(\theta_1) - J'(\theta_2)|^2 dt \leq l_0^2 \|\theta_1 - \theta_2\|^2, \forall \theta_1, \theta_2 \in X,$$

то верно неравенство (19). Теорема доказана.

Теорема 7. Пусть выполнены условия теоремы 6, последовательность $\{\theta_n\} = \{v_n, x_{0n}, T_n\}$ определяется по алгоритму

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= v_n - \alpha_n J'_T(\theta_n), x_{0n+1} = P_s[x_{0n} - \alpha_n J'_{x_0}(\theta_n)], \\ T_{n+1} &= T_n - \alpha_n J'_T(\theta_n), n = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (20)$$

где $\epsilon_0 \leq \alpha_n \leq \frac{2}{l_0 + 2\epsilon_1}, \epsilon_0 > 0, \epsilon_1 > 0, l_0 = \text{const} > 0$ из (19).

Тогда:

1) числовая последовательность $\{J(\theta_n)\}$ строго убывает;

2) $\|\theta_n - \theta_{n+1}\| \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

Если, кроме того, выполнено неравенство $\langle F_{0q}(q_1, t) - F_{0q}(q_2, t), q_1 - q_2 \rangle_{R^{m+n+1}} \geq 0, \forall q_1, q_2 \in R^{m+n+1}$, множество $M(\theta_0) = \{\theta \in X | J(\theta) \leq J(\theta_0)\}$ ограничено, то:

3) последовательность $\{\theta_n\} \subset X$ является минимизирующей $\lim_{n \rightarrow \infty} J(\theta_n) = \inf_{\theta \in X} J(\theta)$;

4) множество $X_* = \{\theta_* \in X | J(\theta_*) = J_* = \inf J(\theta) = \min J(\theta)\}$ не пусто;

5) $v_n \rightarrow v_*, x_{0n} \rightarrow x_{0*}, T_n \rightarrow T_*$ при $n \rightarrow \infty, (v_*, x_{0*}, T_*) \in X_*$;

6) $0 \leq J(\theta_n) - J_* \leq m \backslash n, n = 1, 2, \dots$ (скорость сходимости)

7) Система (1), (2) имеет периодическое решение тогда и только тогда, когда значение $J(\theta_*) = 0$. Периодическое решение $x_*(t) = y_*(t) = z(t, v_*) + \Lambda_2(t, x_{0*}, x_{1*}) + M_2(t)z(T_*, v_*), t \in I_* = [0, T_*], x_{0*} = x_{1*}$.

Доказательство. Поскольку $\theta_{n+1} = P_X[\theta_n - \alpha_n J'(\theta_n)]$, то верно неравенство

$$\langle \theta_{n+1} - (\theta_n - \alpha_n J'(\theta_n)), \theta - \theta_{n+1} \rangle_{L_2} \geq 0, \quad \forall \theta, \theta_n \in X,$$

в силу (20). Отсюда при $\theta = \theta_n$, имеем

$$\langle J'(\theta_n), \theta - \theta_{n+1} \rangle \geq \frac{1}{\alpha_n} \|\theta_n - \theta_{n+1}\|^2. \quad (21)$$

Так как $J(\theta) \in C^{1,1}(X)$, то

$$J(\theta_n) - J(\theta_{n+1}) \geq \langle J'(\theta_n), \theta_n - \theta_{n+1} \rangle - \frac{l_0}{2} \|\theta_n - \theta_{n+1}\|^2. \quad (22)$$

из (21), (22) получим

$$J(\theta_n) - J(\theta_{n+1}) \geq \left(\frac{1}{\alpha_n} - \frac{l_0}{2}\right) \|\theta_n - \theta_{n+1}\|^2 \geq \epsilon_1 \|\theta_n - \theta_{n+1}\|^2.$$

Отсюда следуют утверждения 1), 2) теоремы.

Далее, из выпуклости функционала (14) при условиях (15), (16) и слабой бикомпактности множества $M(\theta_0)$ следуют утверждения 3), 4), 5) теоремы.

Пусть $\alpha_n = J(\theta_n) - J(\theta_*)$. Тогда $\alpha_n - \alpha_{n+1} \geq \epsilon_1 \|\theta_n - \theta_{n+1}\|^2, \alpha_n \leq \epsilon_1 \|\theta_n - \theta_{n+1}\|$.

Отсюда следует утверждение 6) теоремы. Утверждение 7) следует из теоремы 5. Теорема доказана.

Решение модельной задачи

В качестве примера рассмотрим периодическое решение уравнения Дюффинга следующего вида

$$\ddot{x} = w^2 x - \mu x^3 = 0. \quad (23)$$

Из (23) имеем

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -w^2 x_1 + \mu x_1^3. \quad (24)$$

Уравнение (24) в векторной форме запишется так

$$\dot{x} = Ax + Bf(x), x(0) = x_0, t \in I_* = [0, T_*], \quad (25)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -w^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ \mu \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad f(x) = x^3, \quad x_0 = \begin{pmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{pmatrix}$$

Линейная управляемая система

$$\dot{y} = Ay + Bw(0), t \in I = [0, T], y(0) = y(T) = x_0 \in R^2,$$

где

$$e^{At} = \begin{pmatrix} \cos wt & \frac{1}{w} \sin wt \\ -w \sin wt & \cos wt \end{pmatrix}, \quad e^{-At} = \begin{pmatrix} \cos wt & -\frac{1}{w} \sin wt \\ w \sin wt & \cos wt \end{pmatrix}.$$

Матрица

$$W(0, T) = \int_0^T e^{-At} B B^* e^{-A^* t} dt = \frac{\mu^2}{w^3} \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \sin 2wT & -\frac{\mu^2 \sin^2 wT}{w^2 \cdot 2} \\ -\frac{\mu^2 \sin^2 wT}{w^2 \cdot 2} & \frac{\mu^2}{w} \left(\frac{1}{4} \sin 2wT + \frac{1}{2} wT \right) \end{pmatrix} > 0.$$

Легко убедиться в том, что

$$\frac{\mu^2}{w^3} \left(-\frac{1}{4} \sin 2wT + \frac{1}{2} wT \right) > 0, \quad \forall T, T > 0$$

$$|W(0, T)| = \frac{\mu^2}{w^4} \left(\frac{1}{4} w^2 T^2 - \frac{1}{16} \sin^2 2wT - \frac{\sin^4 wT}{4} \right) > 0, \quad \forall T, T > 0,$$

где $|W(0, T)|$ определитель матрицы $W(0, T)$. Обратная матрица

$$W^{-1}(0, T) = \frac{1}{|W(0, T)|} \begin{pmatrix} \frac{\mu^2}{w} \left(\frac{1}{4} \sin 2wT + \frac{1}{2} wT \right) & \frac{\mu^2 \sin^2 wT}{w^2 \cdot 2} \\ \frac{\mu^2 \sin^2 wT}{w^2 \cdot 2} & \frac{\mu^2}{w^3} \left(-\frac{1}{4} \sin 2wT + \frac{1}{2} wT \right) \end{pmatrix} > 0.$$

Вектор

$$a = e^{-AT} x_0 - x_0 = \begin{pmatrix} x_{10} \cos wT + x_{20} w \sin wT - x_{10} \\ \frac{x_{10}}{w} \sin wT + x_{20} w \cos wT - x_{20} \end{pmatrix}, \quad x_0 = \begin{pmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{pmatrix}.$$

Матрицы

$$W(0, t) = \begin{pmatrix} \frac{\mu^2}{w} \left(-\frac{1}{4} \sin 2wt + \frac{1}{2} wt \right) & -\frac{\mu^2 \sin^2 wt}{w^2 \cdot 2} \\ -\frac{\mu^2 \sin^2 wt}{w^2 \cdot 2} & \frac{\mu^2}{w^3} \left(-\frac{1}{4} \sin 2wt + \frac{1}{2} wt \right) \end{pmatrix}$$

$$W(t, T) = W(0, T) - W(0, t), \quad t \in [0, T].$$

По известным матрицам $A, B, e^{At}, W(0, T), W(0, t), W^{-1}(0, T)$ можно найти.

$$\Lambda_1(t, x_0, T) = B^* e^{-A^* t} W^{-1}(0, T) a = T_{11}(t, T) x_{10} + T_{12}(t, T) x_{20},$$

$$M_1(t, T) = B^* e^{-A^* t} W^{-1}(0, T) e^{-AT},$$

$$\Lambda_2(t, x_0, T) = e^{At} W(t, T) W^{-1}(0, T) x_0 + e^{At} W(0, t) W^{-1}(0, T) e^{-AT} x_0,$$

$$M_2(t, T) = -e^{AT} W(0, t) W^{-1}(0, T) e^{-A^* T}.$$

Тогда

$$w(t) = v(t) + T_{11}(t, T) x_{10} + T_{12}(0, T) x_{20} + M_{11}(t, T) z_1(T, v) + M_{12}(t, T) z_2(T, v), \quad (26)$$

$$y_1(t) = z_1(t, v) + \overline{\Lambda_{11}}(t, T) x_{10} + \overline{\Lambda_{12}}(t, T) x_{20} + \overline{M_{11}}(t, T) z_1(T, v) + \overline{M_{12}}(t, T) z_2(T, v),$$

$$y_2(t) = z_2(t, v) + \overline{\Lambda_{21}}(t, T) x_{10} + \overline{\Lambda_{22}}(t, T) x_{20} + \overline{M_{21}}(t, T) z_1(T, v) + \overline{M_{22}}(t, T) z_2(T, v), \quad (27)$$

где

$$M_1(t, T) = (M_{11}(t, T) M_{12}(t, T)),$$

$$\begin{aligned} \Lambda_2(t, T) &= \begin{pmatrix} \overline{\Lambda_{11}}(t, T)x_{10} + \overline{\Lambda_{12}}(t, T)x_{20} \\ \overline{\Lambda_{21}}(t, T)x_{10} + \overline{\Lambda_{22}}(t, T)x_{20} \end{pmatrix}, \\ M_2(t, T) &= \begin{pmatrix} \overline{M_{11}}(t, T)x_{10} + \overline{M_{12}}(t, T)x_{20} \\ \overline{M_{21}}(t, T)x_{10} + \overline{M_{22}}(t, T)x_{20} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

функция $z(t, v)$ решение дифференциального уравнения

$$\dot{z} = Az + Bv, z(0) = 0, v(t) \in L_2(I, R^1). \quad (28)$$

Оптимизационная задача

$$J(v, x_{10}, x_{20}, T) = \int_0^T |w(t) - y_1^3(t)|^2 dt \rightarrow \inf$$

при условиях (28), где $x_{10} \in R^1, x_{20} \in R^1$, функции $w(t), y_1(t), t \in I$ определяются формулами (26), (27) соответственно. Функция

$$\begin{aligned} F_0(q(t), t) &= |w(t, v, x_{10}, x_{20}, z_1(T, v), z_2(T, v)) \\ &\quad - y_1^3(z_1(t, v), z_2(t, v), x_{10}, x_{20}, z_1(T, v), z_2(T, v))|^2. \end{aligned}$$

Решение исходной задачи (23)-(25)

$$\begin{aligned} x_{1*}(t) &= z_1(t, v_*) + \overline{\Lambda_{11}}(t, T_*)x_{10}^* + \overline{\Lambda_{12}}(t, T_*)x_{20}^* + \overline{M_{11}}(t, T_*)z_1(T_*, v_*) + \overline{M_{12}}(t, T_*)z_2(T_*, v_*), \\ x_{2*}(t) &= z_2(t, v_*) + \overline{\Lambda_{21}}(t, T_*)x_{10}^* + \overline{\Lambda_{22}}(t, T_*)x_{20}^* + \overline{M_{21}}(t, T_*)z_1(T_*, v_*) + \overline{M_{22}}(t, T_*)z_2(T_*, v_*), \end{aligned}$$

где

$$v_n \xrightarrow{\text{сл}} v_*, x_{10}^n \rightarrow x_{10}^*, x_{20}^n \rightarrow x_{20}^*, T_n \rightarrow T_*, \text{ при } n \rightarrow \infty, J(v_*, x_{10}^*, x_{20}^*, T_*) = 0.$$

Заключение

Основными результатами в данной работе являются:

- 1) Новый подход к исследованию периодического решения в автономных системах, основанный на сведении исходной задачи к задаче управляемости линейных систем (теоремы 1-3).
- 2) Решение задачи управляемости для линейных систем на основе построения общего решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода (теорема 4).
- 3) Получено необходимое и достаточное условие существования периодического решения в автономной динамической системе (теорема 5).
- 4) Разработан алгоритм построения периодического решения путем сведения к специальной начальной задаче оптимального управления (теоремы 6,7).
- 5) Результаты теоретических исследований показаны на примере путем решения уравнения Дюффинга.

Литература

1. Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. — М.: Гостехиздат, 1947. — 256с.
2. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.4. 4.2. — 6 изд. — М.: Наука. 1981. — 550с.
3. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. — М.: Физматгиз, 1959. — 403с.
4. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. — М.: Наука, 1969. — 305с.
5. Крылов Н.Н. Введение в нелинейную механику / Н.Н. Крылов, Н.Н. Боголюбов. — Киев, 1937. — 280 с.
6. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. — М.: Наука, 1974. — 309с.
7. Биркгоф Г.Д. (Birrhoff G.D), surface Transformations and their Dinamicae Applications. Acta, Matt. V.43. — 1920, p. 5—20.
8. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. — Изв.вузов. — Радиофизика. — Т.1. — 1958. — Стр. 7—20.

10. Андронов А.А. Теория колебаний / А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин. — М.: Физматгиз, 1959. — 120с.
11. Нелепин Р.А. Об исследовании нелинейных автоматических систем высокого порядка точными математическими методами. Доклады АН СССР. — 1965. — Т.161, \textnumero 4. С. 111—116.
12. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. — М.: Наука, 1964. — 320 с.
13. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнение. —М.: Наука, 1970. —495с.
14. Попов Е.П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. — М. Наука, 1973. —500с.
15. Aisagaliev S.A. Constructive method for solvability of Fredholm equation of the first kind || Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations this (EJQTDE), 2017., No, 72, p. 1-11, DOI: 10.14232/ejqtde.2017.
16. Aisagaliev S.A. To the boundary value problem of ordinary differential Equations || Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equationsthis (EJQTDE), 2015, No. 57, p. 1-17 DOI: 10.14232/ejqtde.2015
17. Aisagaliev S.A. On Periodic solutions of Autonomous systems || Journal of Mathematical Sciences (United States), Volume 229, Issue 4, March, 2018, P. 335-353.
18. Aisagaliev S.A. Aizerman's problem in absolute seability theory for regulated systems || Sbornic Mathematics (SB MATH), 2018, 209, DOI: 10.1070/SM 8998, p. 780-801
19. Aisagaliev S.A. Controllability of differential equation systems || Differential Equations, vol. 27. No. 9. 1991. p. 1037-1047.
20. Aisagaliev S.A. Aisagalieva S.S. A constructive method for solving a controllability problem for ordinary differential equations || Differential Equations, vol. 29, \textnumero 4. 1993, p. 471-482.
21. Aisagaliev S.A., Belogurov A.P. Controllability and speed of the process described by a parabolic equation with bounded control || Siberian Mathematical Journal, 2012. vol. 53, \textnumero 1, p. 13-28.
22. Aisagaliev S.A. Optimal control of linear systems with fixed trajectory end points and bounded control || Differential Equations, -1996. -Vol. 32, No.6, p. 1017—1023.
23. Aisagaliev S.A., Kabidoldanova A.A. On the Optimal Control of linear systems with linear performance criterion and constraints || Differential Equations, 2012. - vol. 48, No. 6, p. 826—836.
24. Aisagaliev S.A. Certain problems of synchronization theory || Journal inverse III Posed Problems - \textnumero 21, 2013. p. 159—175.
25. Aisagaliev S.A., AipanovSh.A. A remark of the global asymptotic stability theory of phase system // Differential Equations (35), 8. 1999. p. 1019—1026.
26. Aisagaliev S.A. Absolute stadility in controlled systems // Differential Equations, vol. 80, \textnumero 5, 1994. p. 687-695.
27. Aisagaliev S.A. To the solution of a boundary value problem with a parameter for ordinary differential equations // ISSN 2074-1863. Ufa Mathematical Journal, vol. 8, No. 3 (2016). p. 3-13.
28. Айсагалиев С.А. Теория краевых задач динамических систем. — Алматы, 2021. —565с.
29. Айсагалиев С.А. Качественная теория интегро-дифференциальных уравнений. — Алматы, 2022. — 272с. Казахский национальный университет имени аль-Фараби \ \ Поступила в редакцию

ГРНТИ27.29.17

УДК 517.927.2

ДВУХТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А. Сакенкызы, aibibisakenkyzy@gmail.com (магистрант 2 курса, специальность математика)

С.А. Айсагалиев, Serikbai.Aisagaliev@kaznu.kz (д.т.н., профессор)

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Разработан новый метод решения двухточечной краевой задачи линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Получены необходимые и достаточные условия существования решения краевой задачи с краевыми условиями и заданных выпуклых и замкнутых множеств. Предлагается метод построения решения краевой задачи путем погружения исходной задачи к специальной начальной задаче оптимального управления. Основой предлагаемого метода решения краевой задачи является разрешимость и построение общего решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода с фиксированным параметром.

Ключевые слова: двухточечная краевая задача, необходимые и достаточные условия, построение решения, минимизирующая последовательность, оптимальное управление.

Введение

Основы теории линейных обыкновенных дифференциальных уравнений содержатся в [1–5]. Решение краевой задачи линейных обыкновенных дифференциальных уравнений сводится к построению n -линейно независимых решений однородного линейного дифференциального уравнения и нахождению функции Грина, удовлетворяющей однородным краевым условиям. Построение функций Грина, удовлетворяющих однородным краевым условиям, с требованиями на произведение n -го порядка – довольно сложная задача. В данной работе предлагается совершенно другой метод решения краевой задачи линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Основой предлагаемого метода решения краевой задачи является разрешимость и построение общего решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода с фиксированным параметром. При таком подходе необходимые и достаточные условия существования решения краевой задачи могут быть получены из условия достижения нижней грани функционала на заданном множестве, а решение исходной краевой задачи определяется по предельным точкам минимизирующих последовательностей.

Результаты, полученные в статье, являются продолжением научных исследований по интегральному уравнению [6–8], качественной теоремы дифференциальных уравнений [9–14], а также по оптимальному управлению [15–20].

Постановка задачи

Рассмотрим следующую краевую задачу

$$\dot{x} = A(t)x + \mu(t), t \in I = [t_0, t_1] \quad 1$$

с краевыми условиями

$$(x(t_0) = x_0, x(t_1) = x_1) \in S \subset R^{2n}. \quad 2$$

Здесь $A(t)$ – матрица порядка $n \times n$ с кусочно-непрерывными элементами $\mu(t) = (\mu_1(t), \dots, \mu_n(t))$,

$t \in I$ – заданная кусочно-непрерывная функция, S – заданное выпуклое замкнутое множество. В частности, множество $S = S_0 \times S_1$, где $x_0 \in S_0, x_1 \in S_1, S_0 \subset R^n, S_1 \subset R^n$. Например:

$S_0 = \{x_0 \in R^n \mid C_1 x_0 = b_0\}, S_1 = \{x_1 \in R^n \mid D_1 x_1 = b_1\}$, где S_1, D_1 – заданные матрицы порядка $m_1 \times n, m_2 \times n$, соответственно, $b_0 \in R^{m_1}, b_1 \in R^{m_2}, b_1 \in R^{m_1}$. В практике часто встречаются множества $S = \{(x_0, x_1) \in R^{2n} \mid Cx_0 + Dx_1 = b\}$. В общем случае $S = \{(x_0, x_1) \in R^{2n} \mid H_j(x_0, x_1) \leq 0, j = \overline{1, s_1}, H_j(x_0, x_1) = \langle d_j, x_0 \rangle + \langle e_j, x_1 \rangle - \alpha_j = 0, j = \overline{s_1 + 1, p_1}\}$,

где $H_j(x_0, x_1), j = \overline{1, s_1}$ – выпуклые функции относительно переменных $x_0, x_1, x_0 = x(t_0)$,

$x_1 = x(t_1), d_j \in R^n, e_j \in R^n, j = \overline{s_1 + 1, p_1}, \alpha_j, j = \overline{s_1 + 1, p_1}$ – заданные числа. Множества

$S_0 = \{x_0 \in R^n \mid |x_0 - x_0|^2 \leq r^2\}, S_1 = \{x_1 \in R^n \mid |x_1 - x_1|^2 \leq R^2\}$ – замкнутые шары с центрами в точках $x_0 \in R^n, x_1 \in R^n$ соответственно.

Определение 1. Краевая задача (1), (2) имеет решение, если решение дифференциального уравнения (1), исходящее из точки $x_0 = x(t_0) \in S_0$ в момент времени t_0 , проходит через точку $x_1 = x(t_1) \in S_1$ в момент времени $t_1, t_1 > t_0$.

Задача 1. Найти необходимые и достаточные условия существования решения краевой задачи (1), (2).

Задача 2. Разработать метод построения решения краевой задачи (1), (2).

Интегральное уравнение

Для решения задачи 1, 2 требуются результаты исследования интегрального уравнения Фредгольма первого рода с фиксированными параметрами следующего вида

$$Ku = \int_a^b K(t_*, \tau) w(\tau) d\tau = \beta, t_* \in [t_0, t_1], \quad (3)$$

Где $K(t_*, \tau)$ – матрица порядка $n \times m$ с элементами из L_2 ,

$t_* \in [t_0, t_1]$ – фиксированная точка, $w(\tau) \in L_2(I, R^m)$ – искомая функция, $\beta \in R^n$.

Теорема 1. Интегральное уравнение (3) для любого вектора $\beta \in R^n$ имеет решение тогда и только тогда, когда матрица

$$W(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} K(t_*, \tau) K^*(t_*, \tau) d\tau \quad (4)$$

порядка $n \times n$ является положительно определенной.

Теорема 2. Пусть матрица $W(t_0, t_1)$, определяемая по формуле (4), положительно определенная.

Тогда общее решение интегрального уравнения (3) равно

$$W(t) = K^*(t)W^{-1}(t_0, t_1)\beta + v(t) - K^*(t)W^{-1}(t_0, t_1) \int_{t_0}^{t_1} K(\eta)v(\eta)d\eta, t \in I, \quad 5$$

где $v(t) \in L_2(I, R^m)$ – любая функция, $\beta \in R^n$ – любой вектор, $(*)$ – знак транспонирования.

Доказательство теорем 1,2 можно найти в [6-8].

Преобразование. Линейная управляемая система

Представим матрицу $A(t), t \in I$ порядка $n \times n$ с кусочно-непрерывными элементами в виде суммы $A(t) = A_1(t) + B_1(t)P(t), t \in I$, так, чтобы матрица

$$W(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t_1)B_1(t)B_1^*(t)\Phi^*(t_0, t_1)dt \quad 6$$

порядка $n \times n$ была положительно определенной, где Φ – фундаментальная матрица решений линейной однородной системы $\dot{\xi} = A_1(t)\xi$. Заметим, что матрица $\kappa(t)$ является решением матричного уравнения $\dot{\kappa}(t) = A_1(t)\kappa(t), \kappa(t_0) = I_n$, где

I_n – единичная матрица порядка $n \times n, B_1(t), P(t), t \in I$ – матрицы порядков $n \times m, m \times n$ соответственно.

Возможность представления матрицы $A(t) = A_1(t) + B_1(t)P(t)$, где $W(t_0, t_1) > 0$, покажем на примере. В работах [1-5] рассматриваются краевые задачи для дифференциального уравнения вида

$$\ddot{x} + g(t)\dot{x} + h(t)x = \mu(t), t \in I = [0, 1]. \quad 7$$

Уравнение (7) можно представить в виде

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -g(t)x_2 - h(t)x_1 + \bar{\mu}(t), t \in I. \quad 8$$

В векторной форме уравнение (8) запишется так

$$\dot{x} = A(t)x + \mu(t), t \in I;$$

Матрицу $A(t)$ можно представить в виде суммы $A(t) = A_1(t) + B_1(t)P(t)$, где

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, A(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -h(t) & -g(t) \end{pmatrix}, \mu(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\mu}(t) \end{pmatrix}.$$

Матрица $\Phi(t, \tau) = \kappa(t)\kappa^{-1}(\tau), \kappa(t) = e^{A_1 t} = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \kappa^{-1}(\tau) = \begin{pmatrix} 1 & -\tau \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Тогда

$$W(0, 1) = \int_0^1 \Phi(0, t)B_1(t)B_1^*(t)\Phi^*(0, t)dt = \int_0^1 e^{-A_1 t} B_1(t)B_1^*(t) e^{-A_1^* t} dt = \begin{pmatrix} 1/3 & -1/2 \\ -1/2 & 1 \end{pmatrix} > 0.$$

После представления матрицы $A(t)=A_1(t)+B_1(t)P(t)$ краевая задача(1),(2) запишется в виде

$$\dot{x} = A_1(t)x + B_1(t)P(t) + \mu(t), t \in I = [0, 1]. \quad 9$$

$$(x(t_0)=x_0, x(t_1)=x_1) \in S, \quad 10$$

где матрица $W(t_0, t_1) > 0$. Наряду(9),(10) рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{y} = A_1(t)y + B_1(t)v(t) + \mu(t), \quad 11$$

$$(y(t_0)=x_0, y(t_1)=x_1) \in S, S + S_0 \times S_1, \quad 12$$

$$u(t) \in L_2(I, R^m). \quad 13$$

Заметим, что если $w(t) = P(t)x(t)$, то $u(t) = x(t), t \in I$.

Теорема 3. Пусть матрица $W(t_0, t_1)$, определяемая по формуле(6), положительно определенная. Тогда управление $u(t) \in L_2(I, R^m)$ переводит траекторию системы(11)-(13) из любой начальной точки $x(t_0)=x_0 \in S_0$ в момент времени t_0 , в любое конечное состояние $x(t_1)=x_1 \in S_1$, в момент времени $t_1, t_1 > t_0$ тогда и только тогда, когда

$$u(t) \in U = \{u(t) \in L_2(I, R^m) \mid u(t) = v(t) + \Lambda_1(t, x_0, x_1) + N_1(t)z(t, v), t \in I, \forall v, v(t) \in L_2(I, R^m)\} \quad 14$$

где

$$\Lambda_1(t, x_0, x_1) = B_1^*(t)\Phi^*(t_0, t)W^{-1}(t_0, t_1)a, a = \Phi(t_0, t_1)x_1 - x_0 - \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, \tau)\mu(\tau)d\tau,$$

$$N_1(t) = -B_1^*(t)\Phi^*(t_0, t)W^{-1}(t_0, t_1)\Phi(t_0, t_1),$$

функция $z(t, v), t \in I$ – решение дифференциального уравнения

$$\dot{z} = A_1(t)z + B_1(t)v(t), z(t_0) = 0, v(t) \in L_2(I, R^m). \quad 15$$

Доказательство. Решение дифференциального уравнения (11) запишется в виде

$$y(t) = \Phi(t, t_0)x_0 + \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t, \tau)B_1(\tau)u(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t, \tau)\mu(\tau)d\tau, t \in I. \quad 16$$

Отсюда при $t = t_1, y(t_1) = x_1$ имеем

$$\int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t) B_1(t) u(t) dt = a = \Phi(t_0, t_1) x_1 - x_0 - \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t) \mu(t) dt. \quad 17$$

Следовательно, искомое управление $u(t) \in L_2(I, R^m)$ является решением интегрального уравнения (17). Интегральное уравнение (17) совпадает с (3) при $K(t_*, t) = \Phi(t_0, t) B_1(t)$, $t_* = t_0 \in I$. Тогда утверждения теоремы следуют из теорем 1, 2. Теорема доказана.

Теорема 4. Пусть выполнены условия теоремы 3. Тогда решение дифференциального уравнения (11), соответствующее управлению $u(t) \in U$, имеет вид

$$y(t) = z(t, v) + \Lambda_2(t, x_0, x_1) + N_2(t) z(t, v), t \in I, \quad 18$$

где

$$\Lambda_2(t, x_0, x_1) = \Phi(t, t_0) W(t, t_1) W^{-1}(t_0, t_1) x_0 + \Phi(t, t_0) W(t_0, t_1) W^{-1}(t_0, t_1) \Phi(t_0, t_1) x_1$$

$$+ \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t, \tau) \mu(\tau) d\tau - \Phi(t, t_0) W(t_0, t) W^{-1}(t_0, t_1) \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t) \mu(t) dt,$$

$$N_2(t) = -\Phi(t, t_0) W(t_0, t) W^{-1}(t_0, t_1) \Phi(t_0, t_1).$$

$$W(t_0, t) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t) B_1(\tau) B_1^*(\tau) \Phi^*(t_0, t) d\tau,$$

$$W(t, t_1) = W(t_0, t_1) - W(t_0, t), t \in I.$$

функция $z(t, v), t \in I$ – решение дифференциального уравнения (15).

Доказательство. Подставляя значение $u(t) \in U(t)$ из (14) в (16) с учетом формул (15), (17), получим формулу (18).

Из теоремы 3, 4 следует, что решения задач 1, 2 могут быть сведены к решению задачи оптимального управления

$$J(v, x_0, x_1) = \int_{t_0}^{t_1} |v(t) + T_1(t) x_0 + T_2(t) x_1 + \mu_1(t) - P(t) y(t)|^2 dt \rightarrow \inf \quad 19$$

при условиях

$$\dot{z} = A_1(t)z + B_1(t)v(t), z(t_0)=0, v(t) \in L_2(I, R^m), t \in I, \quad (20)$$

$$(x(t_0)=x_0=y(t_0), x(t_1)=x_1=y(t_1)) \in S. \quad (21)$$

где

$$T_1(t) = -B_1^*(t)\Phi^*(t_0, t)W^{-1}(t_0, t_1), \quad T_2(t) = B_1^*(t)\Phi^*(t_0, t)W^{-1}(t_0, t_1)\Phi(t_0, t_1)$$

$$\mu_1(t) = -B_1^*(t)\Phi^*(t_0, t)W^{-1}(t_0, t_1) \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t)\mu(t)dt,$$

$$y(t) = z(t, v) + C_1(t)x_0 + C_2(t)x_1 + f(t) + N_2(t)z(t, v),$$

$$C_1(t) = \Phi(t, t_0)W(t_0, t_1)W^{-1}(t_0, t_1), \quad C_2(t) = \Phi(t, t_0)W(t_0, t)W^{-1}(t_0, t_1)\Phi(t_0, t_1),$$

$$f(t) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t, \tau)\mu(\tau)d\tau - \Phi(t, t_0)W(t_0, t)W^{-1}(t_0, t_1) \int_{t_0}^{t_1} \Phi(t_0, t)\mu(t)dt,$$

Теорема доказана.

Теорема 5. Пусть матрица $W(t_0, t_1) > 0$. Для того, чтобы краевая задача (1), (2) имела решения, необходимо и достаточно, чтобы значение $J(v_*, x_{0*}, x_{1*}) = 0$, где $(v_*, x_{0*}, x_{1*}) \in X_* \subset X$ — решение оптимизационной задачи (19)–(21).

Доказательство. Значение $J(v_*, x_{0*}, x_{1*}) = 0$ тогда и только тогда, когда

$$x_*(t) = y_*(t) = z(t, v_*) + \Lambda_2(t, x_{0*}, x_{1*}) + N_2(t)z(t, v_*), t \in I.$$

Теорема 6. Пусть матрица $W(t_0, t_1) > 0$, функция

$$F_0(q, t) = |\Delta_0(q, t)|^2, \quad \Delta_0(q, t) = v(t) + T_1(t)x_0 + T_2(t)x_1 + \mu_1(t) - P(t)y(t), \quad q = (v, x_0, x_1, z, z(t_1)).$$

Тогда функционал (19) при условиях (20), (21) непрерывно дифференцируем по Фреше, градиент

$$J'(v, x_0, x_1) = (J'_v(v, x_0, x_1), J'_{x_0}(v, x_0, x_1), J'_{x_1}(v, x_0, x_1))$$

определяется по формуле

$$J'_{\nu}(v, x_0, x_1) = 2\Delta_0(q, t) - B_1^*(t)\Psi(t) \in L_2(I, R^m), \quad (22)$$

$$J'_{x_0}(v, x_0, x_1) = \int_{t_0}^{t_1} [2T_1^*(t) - 2C_1^*(t)P^*(t)]\Delta_0(q, t)dt.$$

$$J'_{x_1}(v, x_0, x_1) = \int_{t_0}^{t_1} [2T_2^*(t) - 2C_2^*(t)P^*(t)]\Delta_0(q, t)dt.$$

где функция $z(t, v), t \in I$ – решение дифференциального уравнения (20), а функция $\psi(t), t \in I$ – решение сопряженной системы

$$\begin{aligned} \dot{\psi} &= -2P^*(t)\Delta_0(q, t) - A^*(t)\psi(t); \\ \psi(t_1) &= - \int_{t_0}^{t_1} [2N_1^*(t) - 2N_2^*(t)P^*(t)]\Delta_0(q, t)dt \end{aligned} \quad (23)$$

кроме того, градиент $J'(\theta), \theta = (v, x_0, x_1) \in X$ удовлетворяет условию Липшица

$$\|J'(\theta_1) - J'(\theta_2)\| \leq K \|\theta_1 - \theta_2\|, \quad \forall \theta_1, \theta_2 \in X. \quad (24)$$

Доказательство. Пусть

$$\theta(t) = (v(t), x_0, x_1) \in X, \theta(t) + \Delta\theta(t) = (v(t) + h(t), x_0 + \Delta x_0, x_1 + \Delta x_1).$$

Тогда приращение функционала

$$\begin{aligned} \Delta J &= J(\theta + \Delta\theta) - J(\theta) = \\ &= \int_{t_0}^{t_1} \{h^*(t)[F_{0v}(q, t) - B_1^*(t)\psi(t)] + \Delta x_0^* F_{0x_0}(q, t) + \Delta x_1^* F_{0x_1}(q(t), t)\} dt + R \\ |R| &\leq C_0 \|\Delta\theta\|^2, \Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = (h, \Delta x_1, \Delta x_2). \end{aligned}$$

Отсюда следует (22). Так как в силу (23)

$$\|J'(\theta_1) - J'(\theta_2)\|^2 = \int_{t_0}^{t_1} |J'(\theta_1) - J'(\theta_2)|^2 dt \leq K \|\theta_1 - \theta_2\|,$$

то верно неравенство(24).Теорема доказана.

Теорема7. Пусть выполнены условия теоремы 6 последовательности

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= v_n - \alpha_n J'_n(\theta_n), x_{0n+1} = P_{S_1} [x_{0n} - \alpha_n J'_{x_0}(\theta_n)], \\x_{1n+1} &= P_{S_1} [x_{1n} - \alpha_n J'_{x_1}(\theta_n)], \\n &= 0, 1, 2, \dots, \alpha_n > 0, 0 \leq \varepsilon_0 \leq \alpha_n \leq \frac{2}{K + 2\varepsilon_1}, \varepsilon_1 > 0,\end{aligned}$$

Где $K = \text{const} > 0$ – постоянная Липшица из(24).Тогда

- 1) числовая последовательность $\{J(\theta_n)\}, \theta_n = (v_n, x_{0n}, x_{1n}) \in X$, строго убывает;
- 2) $\|v_n - v_{n+1}\| \rightarrow 0, |x_{0n} - x_{0n+1}| \rightarrow 0, |x_{1n} - x_{1n+1}| \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$;
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \{J(\theta_n)\} = J_* = \inf_{\theta \in X} J(\theta)$;
- 4) $v_n \rightarrow v_*, x_{0n} \rightarrow x_{0*}, x_{1n} \rightarrow x_{1*}$ при $n \rightarrow \infty, (v_*, x_{0*}, x_{1*}) = \theta_* \in X_* \subset X$
- 5) $J(\theta_n) - J(\theta_*) \leq \frac{m_0}{n}, n = 1, 2, \dots, m_0 = \text{const} > 0$;
- 6) Краевая задача(1),(2)имеет решение тогда и только тогда, когда значение $J(v_*, x_{0*}, x_{1*}) = 0$.Решение краевой задачи(1),(2)функция

$$x_*(t) = z(t, v_*) + \Lambda_2(t, x_{0*}, x_{1*}) + N_2(t)z(t, v_*), t \in I$$

Решение модельной задачи

Рассмотрим краевую задачу

$$\ddot{\eta} + \eta = \cos t, t \in [0, \pi], \eta(0) = 0, \eta(\pi) = 0.$$

Пусть $x_1 = \eta, \dot{\eta} = x_2$. Тогда

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 P x + \mu(t), x(0) = \begin{pmatrix} x_1(0) = 0 \\ x_2(0) = x_{2_0} \end{pmatrix}, x(\pi) = \begin{pmatrix} x_1(\pi) = 0 \\ x_2(\pi) = x_{2_1} \end{pmatrix},$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, P(0,1).$$

Легко убедиться в том, что

$$W(0, \pi) = \begin{pmatrix} \frac{\pi^3}{3} & -\frac{\pi^2}{2} \\ -\frac{\pi^3}{3} & \pi \end{pmatrix} > 0, W^{-1}(0, \pi) = \begin{pmatrix} \frac{12}{\pi^3} & \frac{6}{\pi^2} \\ \frac{6}{\pi^2} & \frac{4}{\pi} \end{pmatrix},$$

$$a = \Phi(0, \pi)x(\pi) - x(0) - \int_0^\pi \pi \Phi(0, t)\mu(t) dt = \begin{pmatrix} -\pi x_{2_1} & -2 \\ x_{2_1} & -x_{2_0} \end{pmatrix}$$

Линейная управляемая система

$$\dot{y} = A_1 y + B_1 u(t) + \mu(t), y(0) = x(0) \in S_0, y(\pi) = x(\pi) \in S_1, u(t) \in L_2(I, R^1),$$

$$S_0 = \{(x_1(0), x_2(0)) \in R^2 \mid x_1(0) = 0, x_2(0) = x_{2_0} \in R^1\},$$

$$S_1 = \{(x_1(\pi), x_2(\pi)) \in R^2 \mid x_1(\pi) = 0, x_2(\pi) = x_{2_1} \in R^1\}.$$

Оптимизационная задача

$$J(v, x_{2_0}, x_{2_1}) = \int_0^\pi |u(t) + y_1(t)|^2 dt \rightarrow \inf,$$

$$\dot{z} = A_1 z + B_1 v(t), z(t_0) = 0, v(t) \in L_2(I, R^1).$$

Решение оптимизационной задачи:

$$x_{1*}(t) = y_{1*}(t) = \frac{1}{2} t \sin t - \frac{\pi}{4} \sin t,$$

$$x_{2*}(t) = y_{2*}(t) = \frac{1}{2} \sin t + \frac{1}{2} t \cos t - \frac{\pi}{4} \cos t, t \in I = [0, \pi].$$

Заключение

Основные результаты:

- получены необходимые и достаточные условия разрешимости исходной краевой задачи;
- путем преобразования исходная краевая задача сводится к линейной управляемой системе;
- разработан метод построения решения краевой задачи;
- найдено решение модельной задачи;
- создана теория линейных управляемых систем;
- приведен пример для иллюстраций теоретических результатов;
- полученные результаты являются весомым вкладом в теорию краевых задач динамических систем.

Литература

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1970. – 332с.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1965. – 272с.
3. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. III. – Ч. 2. – М.: Наука, 1974. – 672с.
4. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Минск, "Высшая школа", 1974 – 766с.
5. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 475с.
6. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1985. – 232с.
7. Aisagaliev S.A. Constructive method for solvability of Fredholm equation of the first kind // Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations (EJQTDE), 2017, No.72, DOI: 10.14232/ejqtde.2017.
8. Aisagaliev S.A. To the boundary value problem of ordinary differential equations // Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations (EJQTDE), 2015, No.57, p.1-17 DOI: 10.14232/ejqtde.2015.
9. Aisagaliev S.A. On Periodic Solutions of Autonomous Systems // Journal of Mathematical Sciences (United States), Volume 229, Issue 4, March, 2018, p.335-353.
10. Aisagaliev S.A. Aizerman's problem in absolute stability theory for regulated systems // Sbornik Mathematics (SB MATH), 2018, 209, DOI: 10.1070/SM 8948, p.780-801.
11. Aisagaliev S.A. Controllability of differential equations systems // Differential Equations. Vol.27, No.9, 1991, p.1037-1047.
12. Aisagaliev S.A., Aisagalieva S.S. A constructive method for solving the controllability problem for ordinary differential equations // Differential Equations, Vol.29, XXX4.1993, p.471-482.
13. Aisagaliev S.A., Belogurov A.P. Controllability and Speed of the process described by a

- parabolic equation with bounded control*//Siberian Mathematical Journal,2012. Vol.53, XXX1,p.13-28.
14. Aisagaliev S.A. Optimal control of linear systems with fixed trajectory end points and bounded control//Differential Equations,-1996.-vol.32,XXX5.p.1017-1023.
 15. Aisagaliev S.A., Kaidoldanova A.A. On the Optimal Control of linear systems with linear performance criterion and constraints//Differential Equations,2012.-vol.48,XXX6, p.826-836.
 16. Aisagaliev S.A. Certain problems of synchronization (непонятно) theory//Journal inverse [I] Posed Problems.-XXX21,2013.-p.159-175.
 17. Aisagaliev S.A. Aioanov Sh.A. A remark of the global asymptotic stability theory of phase system// Differential Equations (35), 8,1999,p. 1019-1025.
 18. Aisagaliev S.A. Absolute stability in controlled systems // Differential Equations,vol.30,XXX5,1994.p.687-695.
 19. Aisagaliev S.A. To the solution of a boundary value problem with a parameter for ordinary differential equations//ISSN2074-1863.Ufa Mathematical Journal.vol.8,No.3(2016).p.3- 13.
 20. Айсагалиев С.А. Теория краевых задач динамических систем. –Алматы,2021. –565с.
 21. Айсагалиев С.А. Качественная теория интегро-дифференциальных уравнений. – Алматы, 2022. –272с.

УДК 517.977.5 (575.2)

О РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ МИНИМИЗАЦИИ КУСОЧНО – ЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛА

Керимбеков А.К., Кадириимбетова А.К.*Кыргызско-Российский Славянский университет*

В статье исследованы вопросы разрешимости задач нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых интегро-дифференциальными уравнениями в частных производных с интегральным оператором Фредгольма при минимизации кусочно-линейного функционала. Исследование проводилось с использованием понятия обобщенного решения краевой задачи управляемого процесса. Выявлено влияние интегрального оператора на существование единственности обобщенного решения. Задача минимизации кусочно-линейных функционалов имеет специфические особенности и мало изучена. На основе принципа максимума для систем с распределенными параметрами получены условия оптимальности искомого управления. Далее установлено, что, согласно условиям оптимальности, искомое оптимальное управление следует находить как решение нелинейного интегрального уравнения и удовлетворяющего дифференциальному неравенству и при этом решение должно быть определенного знака, т.е. положительного или отрицательного на всем промежутке времени. Разработан алгоритм построения такого решения нелинейной задачи оптимизации.

Ключевые слова: Краевая задача, интегро-дифференциальные уравнения, оператор Фредгольма, кусочно-линейный функционал, минимизация, управление.

Введение

В теории оптимального управления системами с распределенными параметрами задачи минимизации кусочно-линейного функционала мало исследованы, в частности, не достаточно разработаны конструктивные методы их решения. В статье исследованы вопросы разрешимости задач нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых интегро-дифференциальными уравнениями в частных производных с интегральным оператором Фредгольма при минимизации кусочно-линейного функционала в случае, когда функция граничного воздействия нелинейно зависит от параметров управления. Исследование проводилось с использованием понятия обобщенного решения краевой задачи управляемого процесса [1, 2]. Выявлены условия и единственности обобщенного решения при наличии интегрального оператора Фредгольма в уравнении. Задача нелинейной оптимизации исследована на основе принципа максимума для систем с распределенными параметрами [1]. Установлено, что, согласно условиям оптимальности, искомое оптимальное управление следует находить как решение нелинейного интегрального уравнения и удовлетворяющего дифференциальному неравенству и при этом решение должно быть определенного знака, т.е. положительного или отрицательного на всем промежутке времени. Это обстоятельство существенно усложняет вопросы разрешимости задачи нелинейной оптимизации. Найдены классы функций граничных воздействий, где задача нелинейной оптимизации при минимизации кусочно-линейного функционала разрешима и разработан алгоритм построения ее решения.

Обобщенное решение краевой задачи управляемого процесса

Рассмотрим тепловой процесс описываемый функцией $v(t, x)$, которая в области $Q = \{0 < x < 1; 0 < t < T\}$ удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению:

$$v_t = v_{xx} + \lambda \int_0^T K(t, \tau) v(\tau, x) d\tau + g(t, x), 0 < x < 1; 0 < t < T; \quad (1)$$

а на границе области Q начальному

$$v(0, x) = \psi(x), 0 < x < 1; \quad (2)$$

и граничным

Условием, где ядро интегрального оператора Фредгольма $K(t, \tau) \in H(D)$, $D = \{0 < t, \tau < T\}$, функция начального состояния $\psi(x) \in H_1(0, 1)$, функция граничного воздействия $f[t, u(t)] \in H(0, T)$ считаются известными; $u(t) \in H(0, T)$ является функцией управления; λ – параметр; T – фиксированный момент времени; $H(Y)$ – гильбертово пространство квадратично-суммируемых функций, определенных на множестве Y ; $H_1(0, 1)$ – соболево пространство первого порядка.

Поскольку в краевой задаче (1)-(3) заданные функции могут быть разрывными, то существование классического решения является мало вероятным. Поэтому будем пользоваться понятием обобщенного решения краевой задачи, которое более-менее адекватно описывает реально происходящий процесс.

Определение: Под обобщенным решением краевой задачи (1) – (3) будем понимать функцию $V(t, x) \in H(Q)$, которая имеет обобщенные производные, удовлетворяет $V_x(t, x) \in H(Q)$ и интегральному тождеству

$$\int_0^1 (v(t, x) \phi(t, x))_{t_1}^{t_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} \int_0^1 v(t, x) \phi_t(t, x) - v_x(t, x) \phi_x(t, x) dx dt + \\ + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^1 \left(\lambda \int_0^T K(t, \tau) V(\tau, x) d\tau \right) \phi(t, x) dx dt - \int_{t_1}^{t_2} \phi(t, 1) (-\alpha V(t, 1) + f(t, u(t))) dt$$

при любых t_1 и t_2 ($0 < t_1 < t < t_2 < T$) и для любой функции $\phi(t, x) \in H_1(Q)$, а также в слабом смысле начальным и граничным условиям, т.е.

$$\lim_{t \rightarrow +0} \int_0^1 [v(t, x) - \psi(x)] \phi_0(x) dx = 0, \\ \lim_{x \rightarrow 1} \int_0^T [v_x(t, 1) - \alpha v(t, 1) - f[t, u(t)]] \phi_1(t) dt = 0$$

$\phi_0(x) \in H(0, 1)$, $\phi_1(t) \in H(0, T)$ – произвольные функции. Установлено, что обобщенное решение краевой задачи (1)-(3) имеет вид [Ошибка! Источник ссылки не найден., 2]

$$v(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\lambda \int_0^T R_n(t, s, \lambda) a_n ds + a_n(t) \right] z_n(x) \quad (4)$$

где $R_n(t, s, \lambda)$ – резольвента ядра

$$K_n(t, s) = \int_0^t e^{-\lambda_n^2(t-\tau)} K(\tau, s) d\tau, \\ a_n(t) = e^{-\lambda_n^2 t} \psi_n + \int_0^t e^{\lambda_n^2(t-\tau)} z_n(1) f[\tau, u(\tau)] d\tau,$$

которая существует лишь при значениях параметра λ , удовлетворяющих неравенству

$$|\lambda| < \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{K_0 T}} \lambda_1, K_0 = \int_0^T \int_0^T K^2(t, \tau) d\tau dt. \quad (5)$$

Здесь $\{z_n(x)\}$ полная ортонормированная система собственных функций краевой задачи

$$z_n'' + \lambda_n^2 z_n(x) = 0, z_n'(1) + \alpha z_n(1) = 0,$$

а

$$\{\lambda_n\} : \lambda_n < \lambda_{n+1}, \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = \infty, ((n-1)\pi < \lambda_n < \frac{\pi}{2}(\lambda_n - 1))$$

система собственных значений.

В[Ошибка! Источник ссылки не найден.] доказано, что $v(t, x) \in H_1(Q), \forall u(t) \in H(0, T)$.

Отметим, что между элементами пространства управлений $\{u(t)\} = H(0, T)$ и пространства состояний $\{v(t, x)\}$ взаимно-однозначное соответствие имеет место лишь при выполнении условия

$$f_u[t, u(t)] \neq 0, \forall t \in (0, T), \quad (6)$$

т.е. когда функция $f[t, u(t)]$ является монотонной относительно функциональной переменной $u(t)$.

Постановка задачи нелинейной оптимизации и условия оптимальности

В задаче нелинейной оптимизации требуется минимизировать кусочно-линейный функционал

$$J[u(t)] = \int_0^1 [v(T, x) - \xi(x)]^2 dx + 2\beta \int_0^T |u(t)| dt, \beta > 0, \quad (7)$$

на множестве обобщенных решений краевой задачи (1)-(3). Здесь $\xi(x) \in H(0, 1)$ – заданная функция.

В работе [2] установлено, что при выполнении условия (6), применяя принцип максимума [1] для систем с распределенными параметрами, искомое управление следует определить из соотношений

$$2\beta f_u^{-1}[t, u(t)] \text{sign } u(t) = \omega(t, 1), \quad (8)$$

$$\frac{f_{uu}[t, u(t)]}{f_u[t, u(t)]} \text{sign } u(t) < 0, \quad (9)$$

которые называются условиями оптимальности для искомого управления. Здесь $\omega(t, x)$ является решением сопряженной краевой задачи [2]

$$\begin{aligned} \omega_t + \omega_{xx} + \lambda \int_0^T K(\tau, t) \omega(\tau, x) d\tau &= 0, 0 < x < 1, 0 \leq t < T, \\ \omega(T, x) + 2[v(T, x) - \xi(x)] &= 0, 0 < x < 1 \\ \omega_x(t, 0) = 0, \omega_x(t, 1) + \alpha \omega(t, 1) &= 0, 0 \leq t < T, \end{aligned}$$

и имеет вид

$$\omega(t, x) = -2 \sum_{n=1}^{\infty} [v_n(T) - \xi_n] \left(e^{-\lambda_n^2(T-t)} + \lambda \int_0^T R_n(s, t, \lambda) e^{-\lambda_n^2(T-s)} ds \right) z_n(x), \quad (10)$$

где $R_n(s, t, \lambda)$ – резольвента ядра

$$B_n(s, t) = \int_t^T e^{-\lambda_n^2(T-\tau)} K(s, \tau) d\tau$$

$v(t, x)$ – обобщенное решение краевой задачи (1)-(3).

С учетом (4) имеем соотношение

$$v_n(T) - \xi_n = -h_n + \int_0^T G_n(\tau, \lambda) f[\tau, u(\tau)] d\tau, \quad (11)$$

где

$$h_n = \xi_n - \psi_n \left(e^{-\lambda_n^2 T} + \lambda \int_0^T R_n(T, s, \lambda) e^{-\lambda_n^2 s} ds \right),$$

$$G_n(t, \lambda) = z_n(1) \left[e^{-\lambda_n^2 (T-t)} + \lambda \int_t^T R_n(T, \tau, \lambda) e^{-\lambda_n^2 (\tau-t)} d\tau \right],$$

Подставляя (11) в (8), получим нелинейное интегральное уравнение

$$Bf_u^{-1}[t, u(t)] \text{sign } u(t) + \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t, \lambda) \int_0^T G_n(s, \lambda) f[s, u(s)] ds = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t, \lambda) h_n, \quad (12)$$

которое следует рассматривать вместе с условием (9). Эта задача в зависимости от знака значений функции $u(t)$ может иметь тот или иной вид. В области, где $u(t) > 0$ уравнение (12) примет вид

$$Bf_u^{-1}[t, u(t)] + \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t, \lambda) \int_0^T G_n(\tau, \lambda) f[s, u(s)] ds = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t, \lambda) h_n \quad (13)$$

и получим задачу, где искомое управление $u^0(t)$ следует находить как решение уравнения (13), удовлетворяющее дифференциальному неравенству

$$f_u[t, u(t)] f_n^{-1}[t, u(t)]_u < 0, \forall t \in [0, T]. \quad (14)$$

В области, где $u(t) < 0$ уравнение (12) примет вид

$$-Bf_u^{-1}[t, u(t)] + \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t, \lambda) \int_0^T G_n(\tau, \lambda) f[s, u(s)] ds = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t, \lambda) h_n \quad (15)$$

и получим задачу, где искомое управление $u^0(t)$ следует находить как решение уравнения (15), удовлетворяющее дифференциальному неравенству

$$f_u[t, u(t)] f_n^{-1}[t, u(t)]_u > 0, \forall t \in [0, T]. \quad (16)$$

Эти задачи обладают специфическими свойствами, т.е. они могут иметь решение лишь определенного знака (положительного или отрицательного) на всем промежутке $[0, T]$. Это связано с тем, что (14) и (16) являются уравнениями Фредгольма 2-го рода, у которого решение не обладает свойством продолжаемости [5, 6].

Сначала рассмотрим случай $u(t) > 0$, т.е. задачу (13)-(14). В нелинейном интегральном уравнении (13) положим

$$\beta f_u^{-1}[t, u(t)] = p(t). \quad (17)$$

В силу условия оптимальности (14) и согласно теореме о неявных функциях [7-10], это равенство однозначно разрешается относительно управления, т.е. имеет место соотношение

$$u(t) = \varphi[t, p(t), \beta], \quad (18)$$

где $\varphi(\bullet)$ – известная однозначная функция. Далее, согласно (18), уравнение (13) перепишем в виде

$$p(t) + \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t, \lambda) \int_0^T G_n(\tau, \lambda) f[s, \varphi[s, p(s), \beta]] ds = \sum_{n=1}^{\infty} G_n(t, \lambda) h_n \quad (19)$$

Это уравнение подробно исследовано в работе [Ошибка! Источник ссылки не найден.], где найдены достаточные условия существования единственного решения $p^0(t) \in H(0, T)$ и указан алгоритм его построения. Предположим, что функция $p^0(t)$ найдена. Ее подставляя в (18), получим управление

$$u^0(t) = \varphi[t, p^0(t), \beta], \quad (20)$$

которое при выполнении условий

$$\varphi[t, p^0(t), \beta] > 0, \forall t \in [0, T], \quad (21)$$

и

$$f_u[t, \varphi[t, p^0(x), \beta]] - f_u^{-1}(t, \varphi[t, p^0(t), \beta])_u < 0, \forall t \in [0, T] \quad (22)$$

является решением задачи (13)-(14). Как следует из неравенства (22), где $p^0(t)$, как решение нелинейного интегрального уравнения (13) носит независимый характер и разрешимость задачи оптимизации зависит от свойства функции $f[t, u(t)]$. Это обстоятельство усложняет вопросы разрешимости рассматриваемой нелинейной задачи оптимизации в целом. Однако можно указать класс функций $M = \{f[t, u(t)]\}$ такой, что задача (13)-(14) имеет решение при любом решении $p^0(t)$ интегрального уравнения (13). Приведем простой пример, что множество M не пусто.

Пусть $f[t, u(t)] = [u(t)]^{\frac{2k+1}{2}}, k=1, 2, 3, \dots, u(t) > 0$. Она монотонно возрастающая функция. Непосредственными вычислениями находим, что

$$\begin{aligned} f_u[t, u(t)] &= \frac{2k+1}{2} [u(t)]^{\frac{2k-1}{2}}; \\ f_u^{-1}[t, u(t)] &= \frac{2}{2k+1} [u(t)]^{\frac{2k-1}{2}}; \\ \beta f_u^{-1}[t, u(t)] &= \beta \frac{2}{2k+1} [u(t)]^{\frac{2k-1}{2}} = p(t); \\ u(t) = \varphi[t, p(t), \beta] &= \left[\frac{2\beta}{(2k+1)p(t)} \right]^{\frac{2}{2k-1}} > 0, \forall k=1, 2, 3, \dots \\ f_u^{-1}[t, u(t)]_u &= \frac{2}{2k+1} \left(u(t)^{-\frac{2k-1}{2}} \right)_u = -\frac{2}{2k+1} \frac{(2k-1)[u(t)]^{\frac{2k-3}{2}}}{[u(t)]^{2k-1}}; \\ f_u[t, u(t)] - f_u^{-1}[t, u(t)]_u &= \frac{2k+1}{2} [u(t)]^{\frac{2k-1}{2}} \left(-\frac{2}{2k+1} \right) \frac{(2k-1)[u(t)]^{\frac{2k-3}{2}}}{[u(t)]^{2k-1}} = \\ &= -\frac{2k-1}{2} \left[\frac{2\beta}{(2k+1)p(t)} \right]^{\frac{2}{2k-1}} < 0, \forall k=1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

Этот пример показывает, что существуют функции $f[t, u(t)] \in M$, для которых условия (21) и (22) выполняются независимо от вида функции $p(t)$, т.е. для элементов класса M задача (13)-(14) всегда имеет решение.

Аналогичным образом для задачи (15)-(16) можно указать класс $N = \{f[t, u(t)]\}$, где она всегда имеет решение. На основе вышеизложенного получим следующий результат.

Теорема

Пусть функция $f[t, u(t)]$ является элементом множества M или N и удовлетворяет условию монотонности (6). Тогда задача нелинейной оптимизации (1)-(3), (7) всегда имеет решение.

Отметим, что задача нелинейной оптимизации (1)-(3), (7) может иметь решение и тогда, когда функции $f[t, u(t)]$ не являются элементом множеств M или N . Однако этот случай требует дополнительных исследований.

Заключение

В заключение отметим, что задача минимизации кусочно-линейного функционала обладает специфическими свойствами и является одной из трудных проблем теории оптимального управления. Недостаточно разработаны методы ее решения. Поэтому

полученные в статье результаты представляют научный интерес. Разработанный алгоритм построения решения нелинейной задачи (1)-(3), (7) является конструктивным и может оказаться полезным при разработке методов решения нелинейных задач теории оптимального управления системами с распределенными параметрами, а также при решении практических задач.

Литература

1. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. – М.: Наука, 1978. – 500с.
2. Евтушенко, Ю. Г. Оптимальное управление тепловыми процессами с фазовыми переходами / Ю. Г. Евтушенко, В. И. Зубов, А. Ф. Албу. – М.: ООО "МАКС Пресс", 2021. – 248 с. – ISBN 978-5-317-06677-2. – DOI 10.29003/m2449.978-5-317-06677-2. – EDN PNAKVX.
3. Кадиримбетова А.К. УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫМ ПРОЦЕССОМ, ОПИСЫВАЕМЫМ ФРЕДГОЛЬМОВО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ / А.К. Кадиримбетова // Вестник КРСУ. 2015. Т. 15. № 5. С. 74-76.
4. Керимбеков, А. О сходимости приближенных решений задачи нелинейной оптимизации теплового процесса / А. Керимбеков, З. С. Кабаева, Э. Ф. Абдылдаева // Проблемы автоматизации и управления. – 2022. – № 1(43). – С. 72–83. – EDN WWODFV.
5. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. – М.: Наука, 1975. – 303с.
6. Верлань, А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы : справочное пособие / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков ; Верлань А.Ф., Сизиков В.С.. – Киев : Наукова думка, 1986. – 544 с. – EDN VZPJJP.
7. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. – М.: Наука, 1965. – 520 с.
8. Иосида К. Функциональный анализ. /Пер. с англ. — М.: Мир, 1967. – 624 с.
9. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1984.
10. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — Изд. четвертое, переработанное. — М.: Наука, 1976. — 544 с.

УДК 534.26+550.34

*Г. Ч. Тукембаева, аспирант, e-mail: tukembaeva.g@gmail.com**Б. К. Темиров, д.ф.-м.н., профессор**КНУ им. Ж. Баласагына*

ВОЗБУЖДЕНИЕ СЛОЕВ ОКЕАНА ПОДВОДНЫМ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕМ В СПЕКТРЕ ЧАСТОТ ЦУНАМИ

В статье исследован ряд новых волновых явлений как предвестников цунами и подводных землетрясений или извержений вулканов. Показано, что *IS*-волны на частотах инфразвука и *FGSS*-волны (Free Gravity waves excited in the ocean by Seismic Surface waves) являются частным случаем акустико-гравитационных волн, распространяющихся в подводном звуковом канале. Землетрясение порождает ультразвук, вызывающий кавитацию H_2O на частоте 22 кГц, что ведет к насыщению атомарным водородом и росту pH вдоль трассы цунами, поэтому океаническая трасса становится плазмоподобной средой. Изучаемые волны обуславливают дифракцию в акустическом волноводе, где ширина русла реки соизмерима с длиной волны λ главной гармонике инфразвука. Следовательно, в устье реки возникает дифракционная картина в виде функции $\sin x/x$, а это первый замечательный предел и возможность описания солитонном, что в целом позволяет изучать данные природные явления уравнениями математической физики и моделями сложных систем.

Ключевые слова: акустико-гравитационные волны, цунами, кавитация, плазмоподобная среда.

Введение

Землетрясения происходят преимущественно в Срединном океаническом хребте, где на подводные вулканы приходится 80% действующих вулканов. Интерес к сейсмическому и вулканическому механизмам возникновения цунами связан с гидроакустическим (*ГА*) полем. Разрушительное действие принуждает к изучению и обнаружению цунами на частотах инфразвука по подводному звуковому каналу – ПЗК [1–3], где скорость звука на оси ПЗК равна 1461 м/с [4].

Скорость продольных *P*-волн (5000 м/с в граните) вдвое выше скорости поперечных *S*-волн и в 3.3 раза – скорости звука в океане ($c \approx 1500$ м/с). Тем самым данные сейсмографов поступают раньше инфразвуковых (infrasound) колебаний цунами – *IS*-волн. Вслед за *P-S* и *IS*-волнами наблюдаются отраженные ионосферой акустико-гравитационные (*AG*) волны, так как их скорость 1000 м/с [5, 6]. Источником *ГА*-поля служит сброс оползня, извержение вулкана или землетрясение. В нашем случае высокочастотная (*ВЧ*) энергия ультразвука возбуждает океаническую среду вдоль трассы цунами к устью реки, например, Гудзон.

При длине цунами свыше 1000 км действие силы Кориолиса на длинную волну существенно [8], поскольку зависит от количества движения переносимой воды, а цунами переносит огромную массу воды на больших скоростях. Поскольку сила приложена к центру масс длинной волны, то он следует вдали за головной волной цунами. В сжимаемой жидкости волны сжатия чередуются с участками разрежения. Поэтому на одном из участков разрежения, приходящегося на центр масс, сила Кориолиса изгибает длинную волну, как прицеп, который заносит на повороте. Данный факт не учтен в статье [там же] и в [9] в силу того, что в модели приняты уравнения Эйлера и уравнение несжимаемой жидкости.

В [9] обнаружено новое явление *FGSS waves* – Free Gravity waves excited in the ocean by Seismic Surface waves – свободные гравитационные волны, возбуждаемые в океане сейсмическими поверхностными волнами. Они генерируются горизонтальными колебаниями подводных склонов. Во время прохождения сейсмической поверхностной волны амплитуда определяется максимальными динамическими горизонтальными

движениями дна. *FGSS*-волны имеют особенностью одиночные импульсы, воспроизведенные для волн Лява и Рэлея на математической модели, см. fig. 6 [там же].

Объект исследования

Гудзонский каньон (Hudson Canyon) является крупнейшим океаническим каньоном в мире. Он расположен близ 100-метровой изобаты и имеет глубину 2.2 км у основания континентального склона. Начинается с устья реки Гудзон, уходя от него на восток на 160 км. В целом простирается в сторону океана на 640 км и за шельфом стыкуется с дном океана на глубине 3–4 км ниже уровня моря. На бровке шельфа ширина дна каньона менее 500 м, но расширяется к основанию склона до 900 метров в виде раструба [7].

Ширина реки Гудзон 300 м, средняя глубина 9.1 м, но в устье Аппер-Бея – 14 метров. Подводный каньон является продолжением реки Гудзон, своего рода направляющей течения Гудзона в океан. По нему водный поток реки скатывается по шельфу, а с его бровки – на континентальный склон. Здесь по всей ширине направляющей водная масса возбуждена ВЧ-составляющей, разогревающей молекулы воды между дном и поверхностью океана, так как она отражает 0.9989 падающей энергии. Более низкие частоты инфразвука прилегают ближе к дну подводной реки, поэтому главная гармоника инфразвука зависит от размера русла. Низкочастотная компонента *ГА*-поля пронизывает русло Гудзона от бровки шельфа до устья реки. От устья реки ширина русла увеличивается до 500 м на расстоянии 160 км. По мере приближения к устью реки русло сужается по глубине до 14 м, а по ширине – до 300 м, как конфузور, но поскольку русло ограничено твердыми стенками, то оно представляет собой акустический волновод. В таком случае он фильтрует ВЧ-составляющую *ГА*-поля.

Энергия землетрясения расходуется на возбуждение слоев океана от источника до его поверхности. Нижней границей является трасса генерации *ГА*-поля, будущей трассы цунами, а верхней границей – поверхность океана. Ранее гидрофоны регистрировали землетрясения на 100-метровой изобате в виде остроконечных импульсов – одиночных волн, так как образованы продольными колебаниями. Они обнаружены на расстоянии 1030 км от подводного землетрясения на глубине 4000 м (см. рис. 1 и 2 в [4], затем в [9], см. fig. 6). Поэтому мощь источника землетрясения или извержения вулкана задается в начале координат в виде дельта-функции $\delta(x)$ в широком спектре частот (см. рис.).

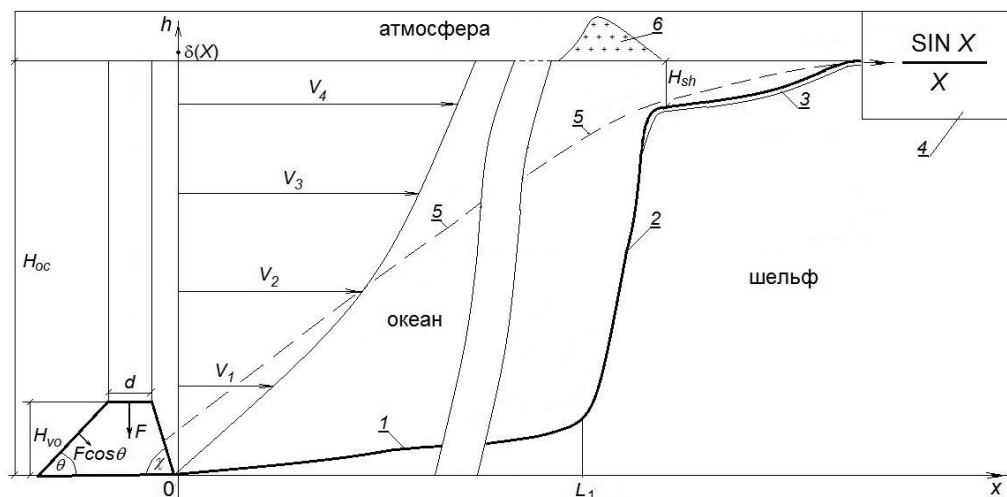


Рисунок 1 – Схема возбуждения *ГА*-поля:

- 1 – дно океана, 2 – континентальный склон, 3 – дно шельфа, 4 – система измерений,
5 – трасса генерации *ГА*-поля, 6 – плазмоподобная среда, L_1 – длина дна океана,
 $V_1 < V_2 < V_3 < V_4$ – послойное поле скоростей

Таким образом, *P-S*, *IS*, *AG*-предвестники цунами упорядочены по мере убывания скоростей. Скорость цунами $V_4=200$ м/с в 5 раз меньше скорости *AG*-предвестника, поэтому отдаленность источника цунами (>1000 км) гарантирует эвакуацию движимого имущества (самолеты, ж/д поезда, автомобили, скот) и населения в безопасное место.

Постановка задачи

Основанием для настоящего исследования явилось некорректное изучение частоты ПЗК в зависимости от рН Мирового океана в интервале частот от 0.2 до 5 кГц, предпринятое в 1972 – 1974 годах [3, с. 316]. Гипотеза базировалась на методе температурного скачка для морской воды, содержащей бор и без него. Она поныне теоретически не обоснована, в том числе с помощью взрывов в интервале от 40 – 60 Гц до 1–2 кГц. Выведенная эмпирическая зависимость частоты от температуры и солёности морской воды давала двукратное различие при измерениях в Тихом и Атлантическом океанах, см. формулу (3) [там же]. Ее дополнили параметром рН в виде: $A_B \approx 10^{(0.78\text{pH}-5)}$, так как в Тихом океане $\text{pH}=8.09$, но в Атлантике – 7.67, см. формулу (4) в [там же]. Однако уточнение эмпирической зависимости, проведенное в 1980-х годах в Средиземном, Японском и Черном морях, дало расхождение с опытными данными, что указывает на несостоятельность гипотезы рН.

На Индонезию приходится 17% вулканов, на Средиземноморье – 7% и 12% цунами. В Атлантике случается 9% цунами, в Индийском океане – 3%, и лишь 1% выпадает на остальные моря. Наибольшее количество действующих вулканов расположено в Тихом океане – 62%, где происходит 75% цунами. Поэтому следует полагать, что изменения рН являются следствием более глубоких причин, истекающих из источника землетрясения, по сравнению с гипотезой рН и *FGSS*-волнами. Во-первых, рН дает концентрацию H^+ в H_2O в целом, а не только бора и его соединений. Поэтому рост рН сигнализирует о росте числа атомарного водорода в океане из-за физико-химических реакций, которые активированы ГА-полем, возбуждаемым излучением источника землетрясения, нуждающемся в определении. Во-вторых, нет физико-химических процессов, определяющих передачу *AG* и *FGSS*-сигнала подводного землетрясения или извержения вулкана сквозь поверхность океан – атмосфера в ионосферу, так как поверхность отражает 0.9989 падающей энергии обратно в океан.

Цель работы – теоретическое обоснование *IS*, *AG* и *FGSS*-предвестников цунами.

Поставленная цель достигается тем, что возбуждение ГА-поля опирается на частоту 22 кГц, излучаемую подводным землетрясением или вулканом, поэтому в направлении излучения возникает кавитация [10], как следствие плазмopodobная среда [11]. Двухфазная среда, в которой пузырьки газа насыщены высокоактивированным атомарным водородом, по сути, является плазмopodobной (*PL* – plasma-like) средой. По мере роста силы землетрясения *PL*-среда вспучивается над поверхностью океана в верхние слои атмосферы. Взаимодействие этой среды с плазмой ионосферы обеспечивает отражение *AG*-волн, в том числе *FGSS*-волн из-за отрицательной диэлектрической проницаемости ионосферы $\varepsilon < 0$.

Решение задачи

Кавитация порождает звукохимические реакции, близкие к радиолизу и фотолизу [10]. Адиабатическое сжатие при схлопывании кавитационного пузырька приводит к температурам порядка 10000 °К и ударной волне с давлением 10^4 атм. Растворенный в полостях пузырьков газ электризуется с образованием атомарных кислорода и водорода, свободных активных радикалов, диссоциированных и ионизированных молекул. Таким образом, вода под действием ультразвука на частоте 22 кГц обретает двухфазное состояние.

ВЧ-компонента ГА-поля поглощается водой, поэтому система измерений в устье реки регистрирует отклик $\delta(x)$ в виде функции $\sin x/x$ на частотах инфразвука. Максимум $\sin x/x$ отвечает главной гармонике дифракционной картины огибания щели инфразвуком, где ширина щели b равна ширине русла, поскольку продольная волна колеблется вдоль

оси x , но свет – по трем осям x, y, z . Для реки Гудзон ширина русла 300 м, $c \approx 1500$ м/с, поэтому на главной гармонике частота $f_0 = c/b$ равна 5 Гц, так как дифракция возникает тогда, когда длина волны λ_0 главной гармоники соизмерима с шириной щели b , а она равна ширине русла. Значит, дифракция определяется твердыми стенками русла – акустическим волноводом.

Появление нового состояния вещества в GA -поле поясняет рисунок. В начале координат расположен подводный вулкан океанического хребта на глубине H_{oc} от дна океана. Высота вулкана H_{vo} , диаметр кратера d . Покатый левый склон вулкана и его крутой правый склон образуют с осью x углы θ и χ , соответственно. Площадь кратера $S = \pi d^2/4$. Сила столба воды на нем $F = \pi d^2 \rho g (H_{oc} - H_{vo})/4$ (ρ – плотность воды, $g = 9.81$ м/с²) уравнивает силу извержения вулкана. Ее находят по шкале вулканической активности, несоизмеримой с известными физическими системами измерения силы. На левом склоне F уменьшается до $F \cos \theta$ согласно углу θ , но на правом – до $F \cos \chi$ так, что $F > F \cos \theta > F \cos \chi$.

Баланс сил нарушен относительно плоскости кратера. Начинает колебаться правый склон в направлении шельфа, так как он круче левого склона. Тем самым правый склон подвержен большей опасности, а потому колебания подводных склонов в горизонтальной плоскости [9] являются закономерностью. При колебаниях правого склона возможен прорыв боковой дайки. Сквозь нее извергается вулкан, обрушивается склон, что приводит к скачку $\delta(x)$, регистрируемому береговой системой измерений в виде функции $\sin x/x$ на частотах инфразвука в согласии с дифракционной картиной огибания щели IS -волной. Следовательно, IS - волна отслеживается после P - S - волн, даже в отсутствии AG и $FGSS$ -предвестников.

Из-за неизученности кавитации в физике цунами привлечем результаты физико-химического влияния ультразвука на изменение рН воды [10], где кавитация, вызывающая рост рН, имела место на частоте 22 кГц и времени облучения τ , равном 120, 300 сек. На частоте 1 МГц рН уменьшалось, а на частоте 8 кГц изменений рН не было. Изучалась водопроводная и артезианская вода Москвы и Подмосковья.

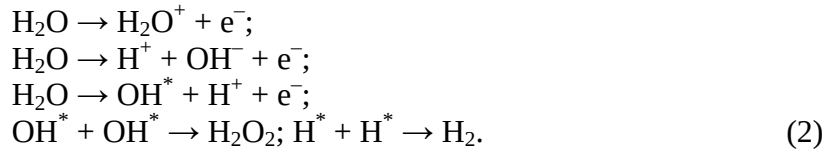
В момент образования пузырька формула Я.И. Френкеля выражает напряженность поля E (В/см) [10, с. 4]. Поскольку объектом изучения является вода, то преобразуем формулу. Тогда число ионов в единице объема

$$N^+ = \frac{1}{16\Delta} \left[\frac{Er}{e^-} \right]^2, \quad (1)$$

так как для воды заданы E, e^-, r, Δ , где e^- – заряд электрона, Кл; r – радиус кавитационной полости, см; Δ – расстояние между разорвавшимися слоями жидкости, Å.

Радиусу пузырька $r \approx 10^{-4}$ см отвечает пара значений: $E = 600$ В/см и $\Delta = 5$ Å, соответствующая кинетическому диаметру молекулы воды H_2O , поэтому формула Френкеля преобразована к виду (1). Значит, кинетика химических реакций под влиянием ультразвука зависит от акустической мощности источника. Генератор УЗГ-2-4 с интенсивностью 2 Вт/см² выдает напряженность поля $E = 600$ В/см в (1) в течении τ , равном 120, 300 сек, на частоте $f = 22$ кГц и направлением излучения вверх, перпендикулярно поверхности воды, согласно которому пузырьки всплывают на поверхность. Число ионов в единице объема N^+ на этой частоте отвечает значению $pH = -\lg[H^+]$. На практике рН находят потенциометрическим методом с помощью ионметра марки ЭВ-74, погрешность которого ± 0.01 рН [там же, с. 5].

В воде, облучаемой ультразвуком, образуются свободные электроны, активированный атомарный водород и гидроксильные группы, ионы водорода, гидроксильные ионы, ионизированная вода, пироксид водорода по следующим реакциям [там же, с. 4]:



Перекись водорода H_2O_2 (рН=4.75) на показатель рН среды не влияет, так как вступает в реакцию Фентона с растворенными минералами, соединениями и ионами Fe^{2+} с выпадением Fe^{3+} и др. примесей в осадок, что предвещает переход воды в новое агрегатное состояние.

Результатом реакций (2) является ионизированный газ в ΓA -поле, а это PL -среда, описываемая уравнениями Власова [11]. Она порождена излучением землетрясения, вулкана на частоте 22 кГц в направлении, перпендикулярном подводному склону, поэтому вызывает волну накачки вдоль трассы генерации ΓA -поля. Следовательно, рост рН – это следствие облучения воды на частоте 22 кГц в отличие от гипотезы рН. Взаимодействие PL -среды с плазмой ионосферы образует канал AG -волн, в том числе $FGSS$ -сигнала.

Диэлектрическая проницаемость ионосферы $\varepsilon < 0$ принуждает к отражению AG -волн, так как в PL -среде $\varepsilon > 0$, поскольку в ней подвижность обусловлена положительными ионами N^+ , а потому $0 < \varepsilon < 1$. В вакууме $\varepsilon = 1$, в газах $\varepsilon > 1$, в воде $\varepsilon \approx 81$. При малых времени τ и интенсивности источника AG -волны затухают в виде IS -волн инфразвука. Перенос одиночных волн (см. рис. 1, 2 в [4] и fig. 6 в [10]) в направлении излучения ультразвука вызван волной накачки, формирующей ионно-звуковые волны в PL -среде. В ней перенос определен числом ионов (1) и описывается динамикой плазмы, для которой решение уравнений является солитоном [11, сс. 204-205].

Отсюда следует связь шкалы землетрясений и вулканической активности с системой измерения физических величин СИ посредством подсчета числа ионов N^+ , образовавшихся под действием ультразвука и электромагнитного поля в зоне землетрясения или извержения вулкана. Их интенсивность находим по интенсивности дифракционного изображения функции $\sin x/x$ или $\sin^2 x/x^2$, для чего надо решить обратную задачу.

Над трассой ΓA -поля двухфазная среда образует туман на поверхности океана. Она вспучивается в верхние слои атмосферы. Избыток положительных ионов N^+ в облаке объясняет 5% случаев разряда молнии снизу вверх. Морское или воздушное судно не предназначено для движения в PL - и/или двухфазной среде, поэтому теряет ориентацию и управление. Судя по рассмотренным их признакам, присутствие PL -сред выражено в Бермудском треугольнике из-за примыкающего к нему желоба Пуэрто-Рико, а также по большей части это те неопознанные летающие объекты, которые представимы плазмоном, как солитоном ионно-звуковой волны.

Выводы

Дифракцию в акустическом волноводе определяет ширина русла реки, когда она соизмерима с длиной волны λ_0 главной гармоники инфразвука. Поэтому в устье реки изображение дифракционной картины имеет вид функции $\sin x/x$ на частотах инфразвука. Землетрясение порождает ультразвук, вызывающий на частоте 22 кГц кавитацию H_2O в направлении излучения, перпендикулярного углу подводного склона, т.е. вдоль трассы ΓA -поля. Волна накачки по направлению излучения образует ионизированный газ в полостях пузырьков двухфазной среды, так как они насыщены высокоактивированным атомарным водородом, что ведет к росту рН в океане. Превращение воды в PL -среду вспучивает поверхность океана в верхние слои атмосферы по мере роста силы землетрясения, а потому зарождает тайфун в ясную погоду и плазмоны в атмосфере, не идентифицируемые известными средствами измерений. Следовательно, PL -среда взаимодействует с плазмой ионосферы и обеспечивает наблюдение AG и $FGSS$ -волн из-за их отражения, вызванного диэлектрической проницаемостью ионосферы $\varepsilon < 0$.

Результаты настоящего исследования основаны на лабораторном физико-химическом анализе артезианской и водопроводной воды. Для полного опровержения гипотезы pH требуется проверить действие ультразвука на частотах от 22 кГц до 1 МГц на пробы воды из различных регионов Мирового океана и на кратных частотах для изучения превращения воды в двухфазную среду и далее в ионизированный газ. Распад молекул H_2 на атомы водорода, вероятно, возникает при $f=110$ кГц, так как диаметр молекулы H_2 , равный $1\text{ \AA}$, в 5 раз меньше $\Delta=5\text{ \AA}$ молекулы H_2O . Таким образом, для подтверждения предложенной теории исследуемого явления необходим натурный эксперимент в океане.

Литература

1. Левин Б.В., Носов М.А. Физика цунами и родственных явлений в океане. – М.: Яуза-К., 2005. – 360 с.
2. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. – М.: Наука, 2007. – 370 с.
3. Вадов Р.А. Открытие подводного звукового канала, экспериментальные исследования, региональные различия // Акустический журнал. – 2007. – Т. 53. № 3. – С. 313–328.
4. Абакумова Н.К., Галкин О.П., Лысанов Ю.П. Пространственная структура гидроакустического поля от подводного землетрясения на больших расстояниях в океане // Акустический журнал. – 1997. – Т. 43. № 6. – С. 725–729.
5. Шалимов С.Л., Рожной А.А., Соловьева М.С. и др. Воздействие землетрясений и цунами на ионосферу // Физика Земли. – 2019. – № 1. – С. 199–213.
6. Куницын В.Е., Крысанов Б.Ю., Воронцов А.М. Генерация акустико-гравитационных волн различными источниками на поверхности Земли // Вестник МГУ. Серия 3. Физика и астрономия. – 2015. – № 6. – С. 112–119.
7. Butman B., Twichell D., Rona P. et al. Seafloor topography and backscatter intensity in the Hudson Canyon region offshore New York and New Jersey". USGS Public Domain Report 2004–1441. 2006. Version 2.0.
8. Носов М.А., Колесов С.В., Нурисламова Г.Н. и др. Роль силы Кориолиса в динамике волн, возбуждаемых в океане глубокофокусными землетрясениями // Вычислительные технологии. – 2019. – Т. 24. № 1. – С. 73–85. DOI: 10.25743/ICT.2019.24.1.006.
9. Sementsov K.A., Nosov M.A., Kolesov S.V. et al. Free gravity waves in the ocean excited by seismic surface waves: Observations and numerical simulations // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2019. V. 124, P. 8468–8484. <https://doi.org/10.1029/2019JC015115>
10. Викулин П.Д., Викулина В.Б. Влияние ультразвука на изменение pH воды // Вода и экология: проблемы и решения. – 2019. – № 4(80). – С. 3–8.
11. Александров А.Ф., Рухадзе А.А. Лекции по электродинамике плазмоподобных сред. Часть II (неравновесные среды). – М.: Изд-во МГУ, 2002. – 233с

УДК 537.527

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО АКСИАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПОТОКА ГАЗА

*И.Р. Урусова¹, moon4ik_29@mail.ru,
Т.Э. Урусова², urusova_tolkun@mail.ru*

¹КНУ им.Ж.Баласагына

²Национальная академия наук Кыргызской Республики

Представлены результаты численного моделирования открытой электрической дуги постоянного тока во внешнем аксиальном магнитном поле при наличии внешнего аксиального потока газа. Расчеты выполнены в рамках нестационарной трехмерной математической модели в приближении частичного локального термодинамического равновесия плазмы. Установлено, что в зависимости от соотношения между значениями внешнего магнитного поля и скорости аксиального потока газа часть столба дуги вверх по потоку остается устойчивой и сохраняет цилиндрическую форму, при этом часть дуги вниз по потоку принимает винтовую форму.

Ключевые слова: открытая электрическая дуга, внешнее аксиальное магнитное поле, аксиальный обдув, винтовая форма столба дуги.

Введение

В различных технологических процессах находит широкое применение электрическая дуга, горящая во внешнем магнитном поле [1-3]. Так, например, внешнее магнитное поле позволяет оптимизировать процессы сварки, управлять пространственной формой дуговой плазмы [4]. Выявление новых особенностей поведения дуги во внешнем магнитном поле стимулирует проведение дальнейших научных исследований [5-11].

Известно, что в результате воздействия внешнего аксиального магнитного поля (ВАМП) дуговой столб может приобретать винтовую пространственную форму [12-15]. Изучение винтовой формы дуги имеет научное и прикладное значение. В частности, представляют интерес исследования открытой электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле, обдуваемой аксиальным потоком газа. Этой тематике посвящены, например, эксперименты [15-17], в которых изучалось влияние различных факторов на устойчивость дуги в цилиндрическом канале. Результаты экспериментов показали, что аксиальный обдув стабилизирует столб дуги и препятствует формированию винтовой формы столба дуги.

Вместе с тем исследования открытой электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле в условиях аксиального обдува практически отсутствуют.

Настоящая работа посвящена численному исследованию открытой электрической дуги, горящей во внешнем аксиальном магнитном поле в условиях аксиального обдува.

Постановка задачи и математическая модель

Рассчитывается открытая электрическая дуга постоянной силы тока I , межэлектродным расстоянием L в аргоне атмосферного давления в однородном внешнем аксиальном магнитном поле H^{Ext} . Столб дуги обдувается аксиальным потоком газа (аргон) со скоростью u^{Ext} .

Численные расчеты проводятся на основе системы нестационарных трёхмерных уравнений электрической дуги, записанных в приближении частичного локального термодинамического равновесия плазмы. В декартовой системе координат (x, y, z) уравнения могут быть записаны в следующем виде [18, 19]:

уравнение непрерывности газа тяжелых частиц

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (1)$$

уравнение непрерывности газа электронов

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \text{div}(N_e \mathbf{V}_e) = R_e, \quad (2)$$

уравнение баланса энергии газа электронов

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} k T_e N_e \right) + \text{div} \left(\frac{5}{2} k T_e N_e \mathbf{V}_e \right) = \text{div}(\lambda_e \text{grad} T_e) + \mathbf{j}^2 / \sigma - \psi - B(T_e - T) - U_i R_e, \quad (3)$$

уравнение баланса энергии газа тяжелых частиц

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} k T (N_i + N_a) \right) + \text{div} \left(\frac{5}{2} k T (N_i + N_a) \mathbf{V} \right) = [\text{div}(\lambda \text{grad} T) + B(T_e - T)], \quad (4)$$

уравнение баланса импульса газа вдоль осей координат x, y, z

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} u) = \text{div}(\mu \text{grad} u) - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_x + s_x + (\rho - \rho_\infty) \mathbf{g}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} v) = \text{div}(\mu \text{grad} v) - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_y + s_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} w) = \text{div}(\mu \text{grad} w) - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_z + s_z, \quad (7)$$

уравнения Максвелла

$$\text{rot} \mathbf{E} = 0, \quad \text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad \text{div} \mathbf{H} = 0, \quad (8)$$

закон Ома в обобщенной форме

$$\mu_0 (\mathbf{V}_e \times \mathbf{H}) + \mathbf{E} = \mathbf{j} / \sigma + (\mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H}) - \text{grad} P_e) / q_e N_e, \quad (9)$$

закон Дальтона

$$P / k T = N_i + N_a + N_e T_e / T. \quad (10)$$

Отметим, что в алгоритме расчета напряженность внешнего аксиального магнитного поля H^{Ext} добавляется к x -компоненте собственного магнитного поля дуги H_x , т.е. $H_x + H^{Ext}$. В соответствии с оценками [18] в математической модели принято, что плазма является однократно ионизованной, квазинейтральной, течение ламинарное, дозвуковое, излучение объемное; вязкая диссипация энергии и приэлектродные процессы не рассматриваются.

При записи уравнений (1–10) использованы следующие обозначения: t – время, ρ , λ_e , μ , σ , ψ – соответственно плотность газа, теплопроводность электронного газа и газа тяжелых частиц, вязкость, электропроводность, излучение; m – масса атома плазмообразующего газа; N_i , N_a , N_e – концентрации ионов, атомов и электронов соответственно; $R_e = N_e (N_a K_i - N_e N_i K_r)$ – скорость генерации электронов, где K_i, K_r – константы ударной ионизации и трехчастичной рекомбинации соответственно; U_i – потенциал ионизации плазмообразующего газа; $P_e = N_e k T_e$ – парциальное давление электронов, k – постоянная Больцмана; $B = 3 m_e / m k_B \nu_e N_e$ – коэффициент обмена энергией между электронами и тяжелыми частицами при упругих столкновениях, m_e – масса электрона, ν_e – частота столкновений; $\mathbf{g}$ – вектор ускорения свободного падения; q_e – элементарный заряд; μ_0 – магнитная постоянная; $\mathbf{V}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{H}$ – соответственно векторы скорости, напряженности электрического поля, плотности электрического тока, напряженности собственного магнитного поля дуги; T , T_e – температура тяжелых частиц и электронов; P – давление; u , v , w – соответственно компоненты вектора скорости в направлениях осей координат x, y, z ; $\mathbf{V}_d$, $\mathbf{V}_e$, $\mathbf{V}_a$ – векторы скоростей дрейфа электронов, термо- и амбиполярной диффузии, определяемые по формулам: $\mathbf{V}_d = \mathbf{j} / (q_e N_e)$, $\mathbf{V}_t$

$= -D_a / T_e \text{grad} T_e$, $V_a = -D_a / N_e \text{grad} N_e$, где D_a – коэффициент амбиполярной диффузии; $V_e = V + V_a + V_t + V_a$ – суммарная скорость электронов; s_x, s_y, s_z – дополнительные к $\text{div}(\mu \text{grad} u)$, $\text{div}(\mu \text{grad} v)$, $\text{div}(\mu \text{grad} w)$ вязкие слагаемые.

Коэффициенты переноса и теплофизические свойства неравновесной аргоновой плазмы рассчитываются в соответствии с методикой [18].

Электромагнитная часть задачи решается в переменных $\varphi, \mathbf{A}$, где φ – скалярный потенциал электрического поля $\mathbf{E} = -\text{grad} \varphi$, $\mathbf{A}$ – векторный потенциал магнитного поля [19]. Температура неплавящихся графитовых электродов определяется из уравнения теплопроводности. Диаметр электродов принят равным 1 мм.

Метод решения уравнений, постановка граничных и начальных условий

Следуя методике [20], систему уравнений (1–10) представим в форме обобщенного дифференциального уравнения:

$$\frac{\partial \alpha \rho \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \beta \rho u \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \beta \rho v \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \beta \rho w \Phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \delta, \quad (11)$$

здесь Φ является одной из неизвестных ($N_e, T_e, T, u, v, w, \varphi, A_x, A_y, A_z$). Для каждой переменной Φ имеются свои коэффициенты $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

Численное решение уравнения (11) проводим методом контрольного объема на основе конечных разностей. Используется неявная разностная схема, неизвестные переменные (скорость и давление) рассчитываются по алгоритму SIMPLE'R [20]. Полученная система алгебраических уравнений решена итерационным методом Зейделя–Гаусса с использованием нижней релаксации.

Для рассчитываемых переменных постановка граничных условий проведена по периметру расчетной области $ABCDEFGH$ (рис. 1). Начальные условия задаются в некоторый условный момент времени $t = 0$.

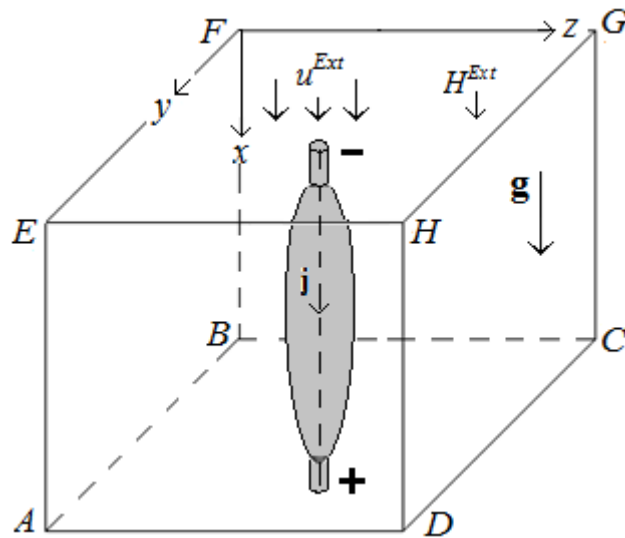


Рисунок 1 – Схема расчетной области в декартовых координатах x, y, z .

Пунктирная линия столба дуги – центральная ось

На внешних границах прямоугольной расчетной области значения температуры и концентрации электронов равны значениям температуры $T_e^{\min}$ и концентрации $N_e^{\min}$ холодного не ионизованного газа: $T_e = T_e^{\min} = 3 \text{ КК}$, $N_e = N_e^{\min} = 10^{17} \text{ м}^{-3}$. Температура тяжелых частиц принята равной температуре холодного газа $T = 300 \text{ К}$.

Потенциал электрического поля φ рассчитывается из условия $\partial \varphi / \partial \mathbf{n} = 0$, где $\mathbf{n}$ – нормаль к поверхности границы. На внешней токоведущей торцевой поверхности катода S_c и анода S_a потенциал электрического поля φ рассчитывается из условия протекания

электрического тока I по нормали к поверхности. Такое же условие для переменной φ используется на границе «катод–плазма». Вне катода и анода электрический ток отсутствует. Отметим, что в настоящей работе за направление электрического тока I выбрано направление от катода (–) к аноду (+).

Компоненты векторного потенциала A_x , A_y , A_z магнитного поля определяются из условия равенства нулю первой производной $\partial \mathbf{A} / \partial \mathbf{n} = 0$ по нормали к границе.

Давление P полагается равным относительному значению $P = 1$ Па. Компоненты скорости u , v , w определяются из условия равенства нулю $\partial^2 \mathbf{V} / \partial \mathbf{n}^2 = 0$.

В начальный момент между электродами задаётся высокотемпературная ($T = 9$ кК) зона с неподвижным газом в форме цилиндра.

Расчет характеристик в нерегулярной области, включающей в себя дуговую плазму и электроды, проводится в рамках метода фиктивных областей [21], адаптированного для расчета электрической дуги [22]. Для моделирования винтовой формы дуги во внешнем аксиальном магнитном поле используется схемный аналог флуктуаций температуры электронов [23, 24].

Обсуждение результатов расчета

Анализ результатов расчета будем проводить на примере электрической дуги силой тока $I = 40$ А, межэлектродным расстоянием $L = 50$ мм. Дуга горит во внешнем аксиальном магнитном поле в диапазоне величин $H^{Ext} = 5 \div 50$ кА/м и обдувается внешним аксиальным потоком газа с температурой 300 К и скоростью в диапазоне $u^{Ext} = 2 \div 20$ м/с. В модели приняты электроды из графита с торцевой токоведущей поверхностью диаметром $d_e = 1$ мм. Сеточный шаг по координатам (x, y, z) одинаковый и равен $\Delta = 0.5$ мм, временной шаг равен $\tau = 10^{-4}$ с.

Вначале рассмотрим электрическую дугу без обдува аксиальным потоком газа, т.е. $u^{Ext} = 0$. До момента времени $t = 30$ мс численный расчет проводился без внешнего магнитного поля. Форма столба дуги и картина течения газа показаны на рисунке 2.

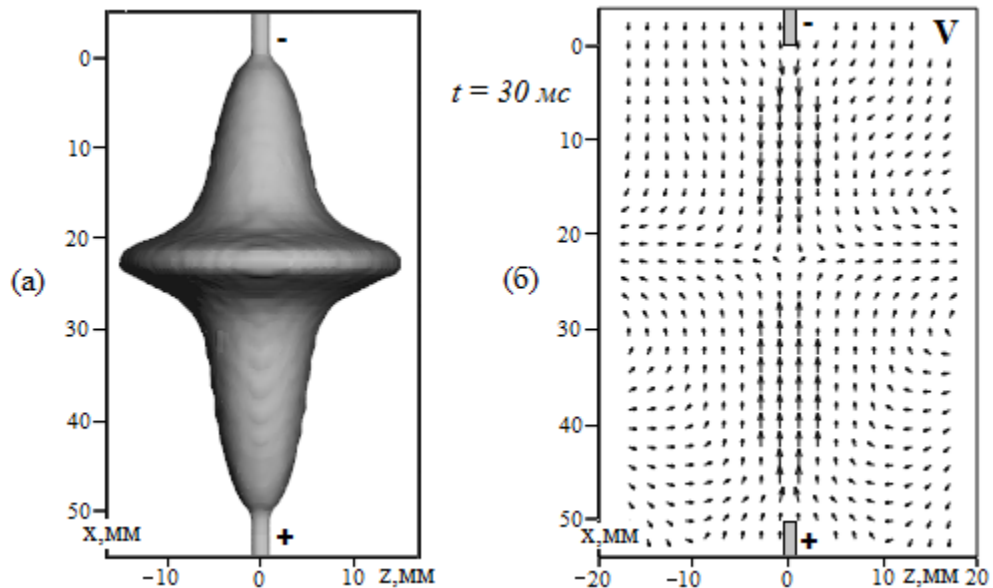


Рисунок 2 – Расчетные данные после выхода на стационарный режим при $t = 30$ мс:

(а) – 3D-поверхность столба дуги, (б) – векторное поле скорости $\mathbf{V}$ (масштаб векторов не выдержан). $L = 50$ мм, $I = 40$ А, $u^{Ext} = 0$, $H^{Ext} = 0$

Поясним, что на рисунке 2 (и последующих рисунках) форма дуги является 3D-поверхностью, ограниченной изотермой $T = 3$ кК. Направление обзора столба дуги

перпендикулярно плоскости x - z , отсчет в направлении оси x ведется от поверхности катода (-), отсчет в направлениях осей y , z ведется от центральной оси дуги (см. рис.2).

Из рисунка 2а видно, что без внешнего обдува газа и магнитного поля столб дуги является практически осесимметричным. Подобная форма столба дуги является хорошо известной и обусловлена особенностями гидродинамики плазмы [1, 2].

Картина течения плазмы в вертикальном среднем (т.е. при $y = Y/2$) сечении x - z показана на рисунке 2б. Окружающий газ вовлекается в столб дуги вблизи катода и анода, прогревается и движется в аксиальном направлении. В результате воздействия собственных электромагнитных сил в местах сужения столба дуги вблизи катода и анода формируются потоки плазмы, направленные навстречу друг другу.

В среднем сечении $x \approx 25$ мм потоки плазмы сталкиваются и растекаются в радиальном направлении в окружающее пространство. Температура плазмы в приосевой области достигает значений около 12 кК. Скорость аксиальных потоков плазмы в приосевой области достигает около 22 м/с.

Начиная с момента времени $t = 30$ мс принято, что дуга горит во внешнем аксиальном магнитном поле $H^{Ext} = 5$ кА/м. Эволюция пространственной формы столба дуги показана на рисунке 3. Видно, что уже через несколько миллисекунд после наложения ВАМП при $t = 33$ мс столб дуги становится неустойчивым и принимает винтовую форму. Винтовая форма наблюдается по всей длине дуги и меняется во времени.

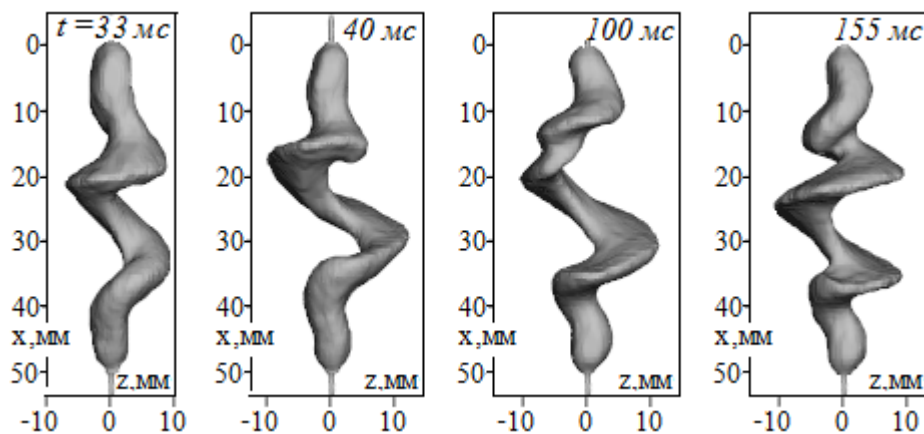


Рисунок 3 – Форма столба дуги без аксиального обдува газом, $u^{Ext} = 0$, $H^{Ext} = 5$ кА/м

Далее рассмотрим дугу в условиях аксиального обдува со скоростью $u^{Ext} = 2$ м/с. Поясним, что до момента $t = 30$ мс расчет проводился без внешнего магнитного поля и обдува ($H^{Ext} = 0, u^{Ext} = 0$). Затем на интервале времени $t = 30 \div 60$ мс для скорости обдува принято $u^{Ext} = 2$ м/с, а после момента $t = 60$ мс задано внешнее магнитное поле $H^{Ext} = 5$ кА/м. На рисунке 4 показана эволюция пространственной формы столба дуги.

Видно, что до момента времени $t = 60$ мс столб дуги без магнитного поля в целом обладает осевой симметрией, однако после наложения ВАМП устойчивость дуги нарушается. Уже через несколько миллисекунд (см. $t = 63$ мс на рис. 4) во всем межэлектродном пространстве формируется винтовая форма столба дуги, которая изменяется во времени.

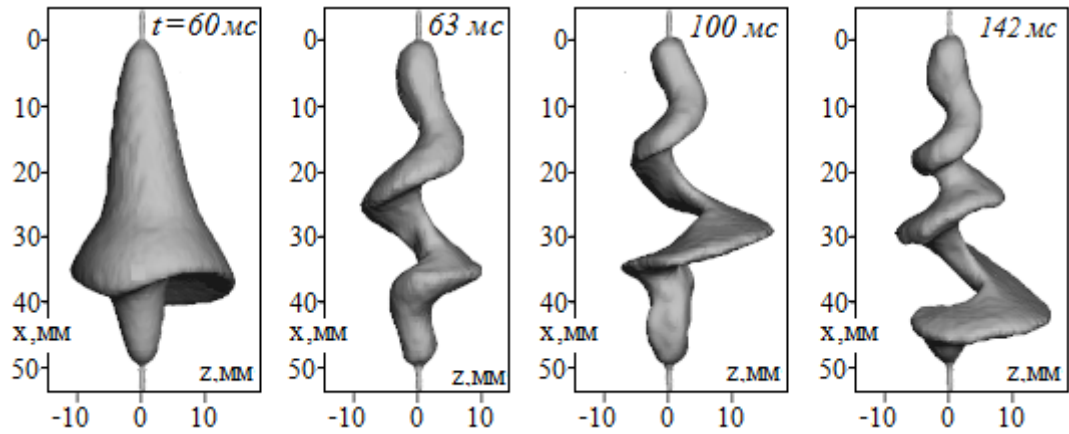


Рисунок 4 – Эволюция во времени формы столба дуги в условиях аксиального обдува,
 $u^{Ext} = 2 \text{ м/с}, H^{Ext} = 5 \text{ кА/м}$

На рисунке 5 для потоков дуговой плазмы показано векторное V и скалярное поле скорости $V = \sqrt{u^2 + w^2}$ в среднем (т.е. при $y = Y/2$) вертикальном сечении (x - z) для момента времени $t = 142 \text{ мс}$. Из рисунка видно, что течение плазмы имеет достаточно сложный вихревой характер. В результате воздействия электромагнитных сил дуги аксиальная компонента скорости плазмы вблизи электродов достигает $\approx 22 \text{ м/с}$.

Примерно такие же значения радиальной компоненты скорости наблюдаются на витках спирали дуги. Таким образом, скорость потоков плазмы, генерируемых электрической дугой, существенно выше скорости внешнего аксиального потока газа. Этим, по-видимому, объясняется, почему внешний аксиальный поток газа со скоростью $u^{Ext} = 2 \text{ м/с}$ не оказывает существенного влияния на форму дуги.

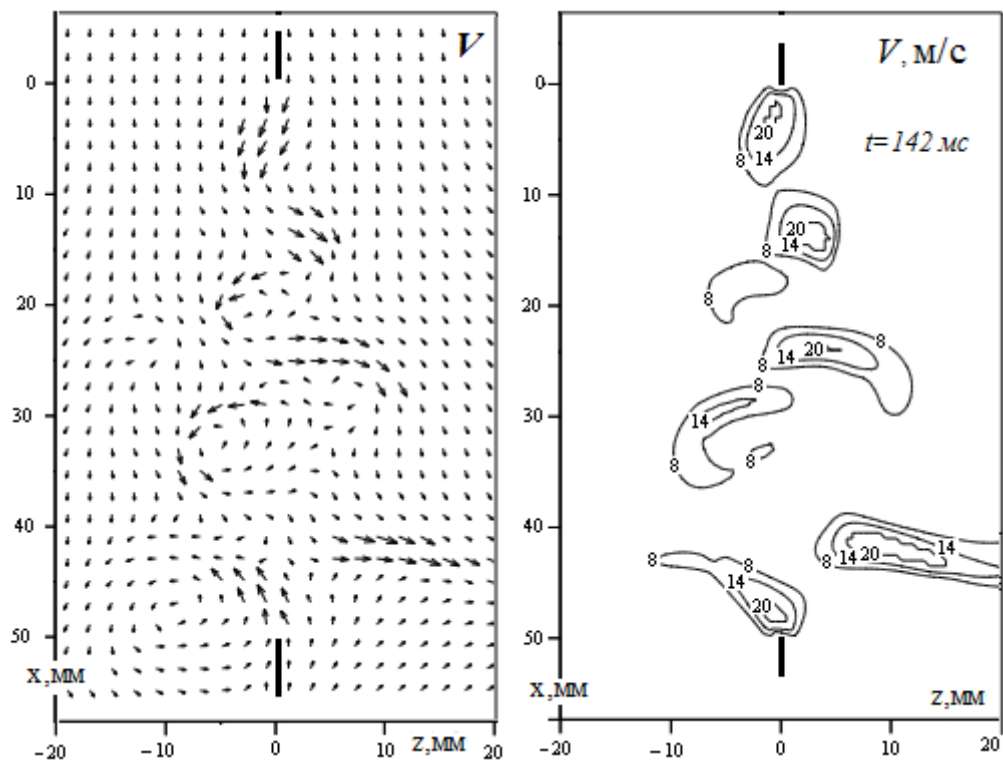


Рисунок 5 – Векторное V и скалярное поле скорости V в среднем вертикальном сечении (x - z) для момента времени 142 мс, $u^{Ext} = 2 \text{ м/с}, H^{Ext} = 5 \text{ кА/м}$

Далее, для предыдущего варианта расчета увеличена скорость обдува газа с 2 до $u^{Ext} = 5$ м/с, и численный расчет продолжен при остальных неизменных параметрах. Анализ показывает, что в этом случае наблюдаются заметные изменения формы дуги.

На рисунке 6 показана эволюция формы столба дуги на интервале времени $t = 400 \div 500$ мс. Видно, что со стороны набегающего потока газа верхняя половина столба дуги принимает форму, близкую к цилиндрической форме, которая практически не меняется во времени. При этом другая половина столба дуги вниз по потоку имеет винтовую форму, которая изменяется с течением времени.

Таким образом, в данном случае аксиальный обдув стабилизирует и препятствует формированию винтовой формы только верхней части столба дуги.

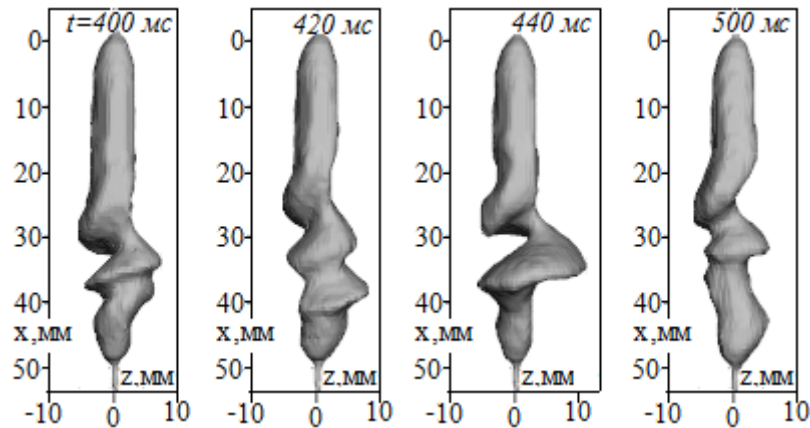


Рисунок 6 – Эволюция во времени формы столба дуги при $u^{Ext} = 5$ м/с. $H^{Ext} = 5$ кА/м

Далее расчет предыдущего варианта продолжен с увеличением скорости обдува газа от 5 до $u^{Ext} = 10$ м/с. Как показывает анализ результатов, в этом случае формируется форма столба дуги, близкая к цилиндрической форме и которая не изменяется во времени (рис. 7). Винтовая структура столба дуги отсутствует.

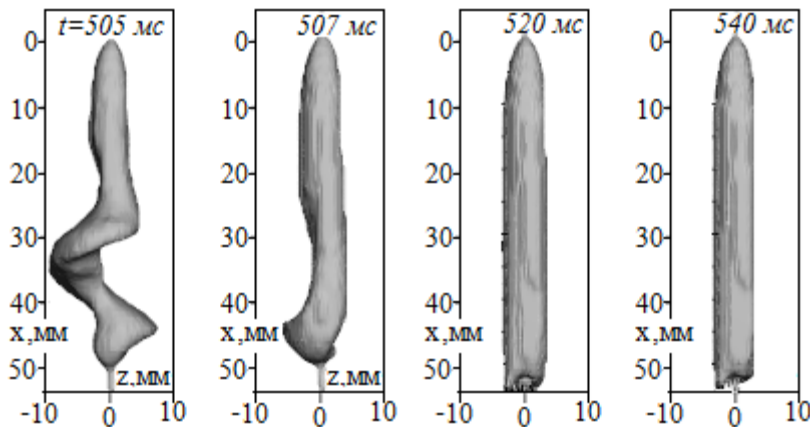


Рисунок 7 – Эволюция во времени формы столба дуги при $u^{Ext} = 10$ м/с. $H^{Ext} = 5$ кА/м

Однако увеличение для предыдущего варианта величины ВАМП с 5 до $H^{Ext} = 10$ кА/м (при неизменном значении $u^{Ext} = 10$ м/с) приводит к нарушению цилиндрической формы столба дуги, как это показано на рисунке 8.

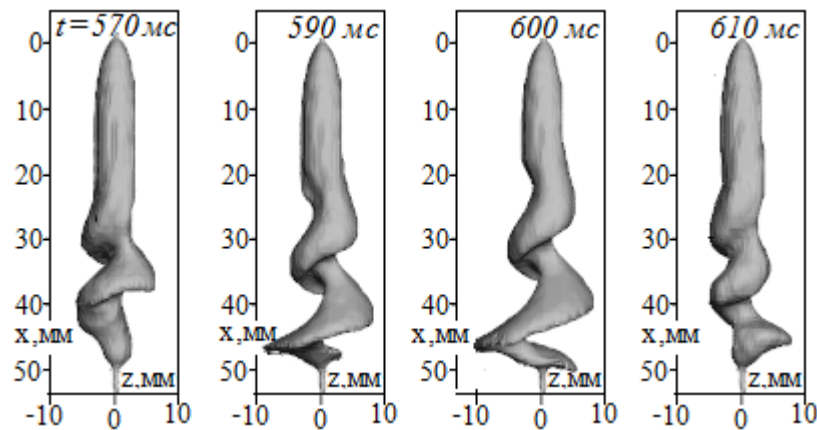


Рисунок 8 – Эволюция во времени формы столба дуги при $u^{Ext} = 10$ м/с, $H^{Ext} = 10$ кА/м

Видно, что со стороны набегающего потока газа верхняя половина столба дуги принимает форму, близкую к цилиндрической, которая практически не изменяется во времени. При этом половина столба дуги вниз по потоку имеет винтовую форму.

Таким образом, изменяя соотношение между значениями u^{Ext} и H^{Ext} , можно реализовать электрическую дугу, участки которой имеют различную форму. Так, например, если для предыдущего варианта (см. рис.8) увеличить скорость обдува u^{Ext} с 10 до 15 м/с (при неизменном $H^{Ext} = 10$ кА/м), тогда наблюдается переход от винтовой формы столба дуги к цилиндрической форме, как показано на рисунке 9а. Подобная форма столба дуги является аналогичной форме, рассмотренной выше на рисунке 7.

Если в предыдущем варианте при неизменном значении $u^{Ext} = 15$ м/с увеличить значение H^{Ext} от 10 до 15 кА/м, тогда цилиндрическая форма столба дуги вновь нарушается. Верхняя половина столба дуги сохраняет цилиндрическую форму, а половина столба дуги вниз по потоку принимает винтовую форму (рис. 9б). В данном случае поведение дуги является аналогичным варианту, показанному на рисунке 8.

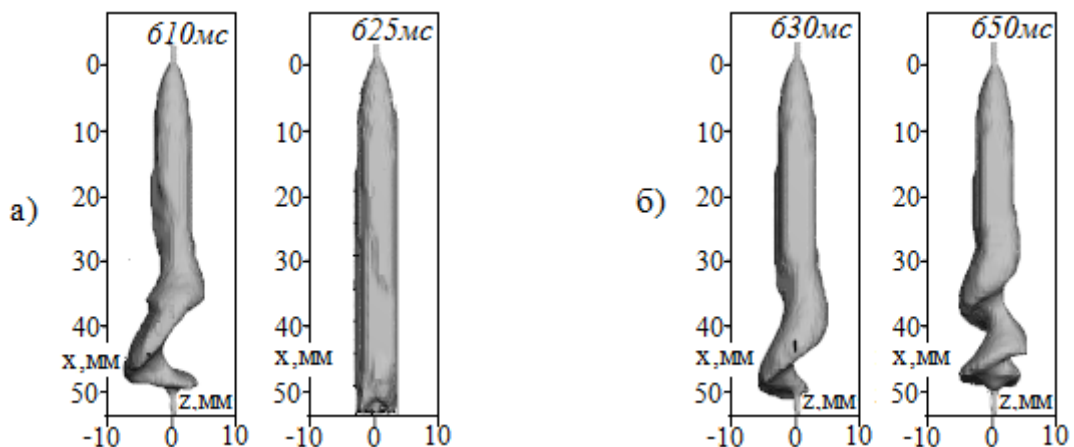


Рисунок 9 – Характерная форма столба дуги при значениях:

а) $u^{Ext} = 15$ м/с и $H^{Ext} = 10$ кА/м, б) $u^{Ext} = 15$ м/с и $H^{Ext} = 15$ кА/м

Форма столба дуги может разделяться на цилиндрическую часть и винтовую часть не только в середине межэлектродного промежутка. На рисунке 10 показана характерная форма дуги при значениях $u^{Ext} = 20$ м/с и $H^{Ext} = 20$ кА/м. Видно, что примерно 2/3 части столба дуги вверх по потоку обладают цилиндрической формой, и только 1/3 часть столба дуги вниз по потоку имеет винтовую форму.

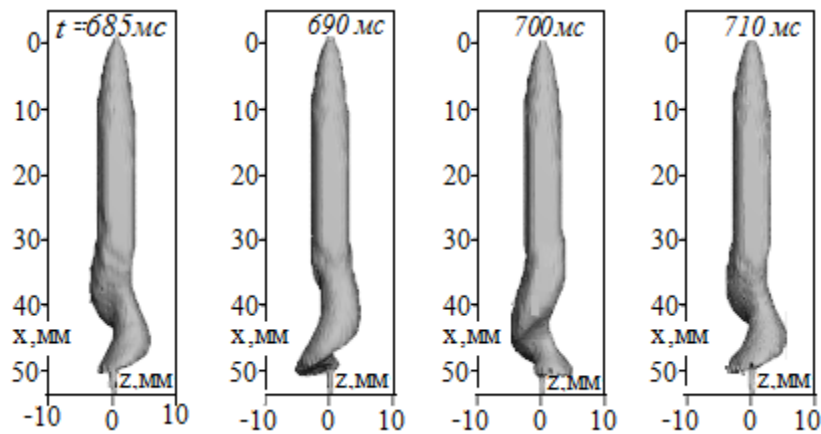


Рисунок 10 – Характерная форма столба дуги при значениях $u^{Ext} = 20$ м/с и $H^{Ext} = 20$ кА/м

Однако форма столба дуги заметно меняется, если при неизменном значении $u^{Ext} = 20$ м/с увеличить значение ВМП от 20 до $H^{Ext} = 50$ кА/м. На рисунке 11 показана характерная форма дуги при значениях $u^{Ext} = 20$ м/с и $H^{Ext} = 50$ кА/м. Видно, что только примерно 1/3 часть столба дуги вверх по потоку обладает цилиндрической формой, а 2/3 части столба дуги вниз по потоку имеют винтовую форму.

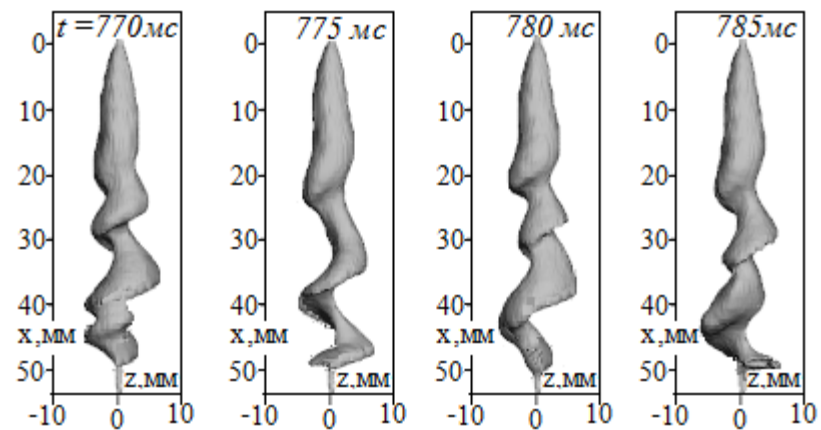


Рисунок 11– Характерная форма столба дуги при значениях $u^{Ext} = 20$ м/с и $H^{Ext} = 50$ кА/м

Заключение

Проведено численное моделирование открытой электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле в условиях аксиального обдува. Расчеты выполнены на основе системы нестационарных трёхмерных уравнений электрической дуги в приближении частичного локального термодинамического равновесия плазмы.

Установлено, что в зависимости от соотношения между численными значениями скорости внешнего аксиального потока газа и внешнего аксиального магнитного поля часть столба дуги вверх по потоку остается устойчивой и сохраняет цилиндрическую форму, при этом часть дуги вниз по потоку принимает винтовую форму.

Результаты расчетов показали, что аксиальный обдув стабилизирует столб дуги и препятствует формированию винтовой формы столба дуги. Полученный результат качественно согласуется с результатами эксперимента, полученными для электрической дуги в цилиндрическом канале [15-17].

Представленные новые данные позволяют расширить знания о протекающих процессах в открытой электрической дуге при совместном воздействии внешнего аксиального магнитного поля и внешнего аксиального потока газа и могут быть использованы с целью оптимизации управления плазменными процессами и разработки новых плазменных технологий.

Литература

1. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. – М.: Иностранная литература, 1961. – 370 с.
2. Лебедев А.Д., Урюков Б.А., Энгельшт В.С. и др. Низкотемпературная плазма. – Т. 7. – Сильноточный дуговой разряд в магнитном поле. – Новосибирск: Наука, 1992. – 267 с.
3. Чередниченко В.С., Аньшаков А.С., Кузьмин М.Г. Плазменные электро-технологические установки. – Новосибирск: НГТУ, 2005. – 508 с.
4. Размышляев, О.Д. Характеристики столба дуги при TIG-сварке с действием продольного магнитного поля /О.Д. Размышляев, М.В. Агеева// Автоматическая сварка.–2021.–№ 11.– С. 12–18.
5. [Wang, X.](#) Pinching arc plasmas by high-frequency alternating longitudinal magnetic field / [X. Wang, A. Harrison, Y. Chang](#), and J. Liu// Physics of Plasmas 29, 073506 (2022)
6. Jing, S.Characteristic Analysis of Plasma Arc Adjusted by a Magnetic Field /S.Jing, Wenji X. and Chunyan W.// Applied Mechanics and Materials Vols. 44-47 (2011) pp. 1812-1816.
7. Qiuqin, S.Parameter estimation of extended free-burning electric arc within 1 kA / Qiuqin S., Hao L., Feng W., She C., Yujia Z.// Physics of Plasmas 25, 052117 (2018);
8. Qiuqin, S.Investigation on Volt-Ampere Characteristics of Secondary Arc Burning in Atmospheric Air / Qiuqin S., Hao L., Zhibin X., She C., Feng W., Lipeng Z. // Physics of Plasmas 25, 093513 (2018)
9. Jin, M. Three-Dimensional Modeling of Arc Root Rotation by External Magnetic Field in Nontransferred Thermal Plasma Torches / Jin M., Keun S., Tae H., Sang H.// IEEE Transactions on plasma science, vol. 32, № 2. –2004.
10. Урусов, Р.М. О механизмах формирования винтовой формы электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле / Р.М.Урусов, И.Р. Урусова// ТВТ.– 2019. –Т. 57. –№ 3. – С. 328–337.
11. Urusov, R. M. Shunting the electric arc helical spiral turns (numerical simulation)/ R. M. Urusov, I. R. Urusova // Phys. Plasmas 27, 103510 (2020).
12. Меккер, Г. Причины движения и смещения дуги /Г. Меккер// ТИИЭР. – 1971.–Т. 59, № 4. – С. 4–12.
13. Ментель Ю. Магнитная неустойчивость электрической дуги. В кн. Теория электрической дуги в условиях теплообмена. – Новосибирск: Наука, 1977. –182 с.
14. Синкевич, О. А. Неустойчивости, волны и неравновесные структуры в плотной низкотемпературной плазме /О.А. Синкевич// ТВТ, 51:3 (2013), 345–374.
15. Асиновский, Э.И. Измерение геометрических параметров винтовой дуги /Э.И. Асиновский, А.К. Кузьмин, Е.П. Пахомов// ТВТ. –1980. –Т. 18. № 1. – С. 9–15.
16. Асиновский, Э. И. Исследование границ винтовой неустойчивости дугового столба/ Э.И. Асиновский, А.А. Афанасьев, Е.П. Пахомов//ТВТ.–1977. –Т. 15. № 4.– С.712–715.
17. Пахомов, Е.П. Пролетная модель влияния расхода газа на развитие винтовой неустойчивости дуги/ Пахомов Е.П.// ТВТ.–1980. –Т. 18. № 2. – С. 206 – 207.

18. Энгельшт В.С., Гурович В.Ц., Десятков Г.А. и др. Низкотемпературная плазма. – Т. 1. Теория столба электрической дуги. –Новосибирск: Наука, 1990. –374 с.
19. Урусов, Р.М. Нестационарная трехмерная модель электрической дуги. Ч.1. Математическая модель и результаты тестирования / Р.М. Урусов, И.Р. Урусова // Теплофизика и аэромеханика. – Новосибирск, 2014. – № 1. – С. 121– 129.
20. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. –146 с.
21. Смагулов Ш., Сироченко В.П., Орунханов М.К. Численное исследование течений жидкости в нерегулярных областях. –Алматы: Гылым, 2001. –276 с.
22. Урусов, Р.М. Применение метода фиктивных областей для расчета характеристик электрической дуги /Р.М. Урусов, Т.Э. Урусова// ТВТ.–2004. –Т. 42. № 3. – С. 374–382.
23. Урусов, Р.М. Численное моделирование винтовой формы электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле / Р.М. Урусов, И.Р. Урусова// ТВТ.– 2017. – Т. 55. № 5. – С. 661– 669.
24. Урусова, И.Р. Компьютерное моделирование винтовой формы электрической дуги при различных значениях сеточного шага/ И.Р. Урусова, Т.Э. Урусова, Э.М. Бакирова, А.Н. Сапаралиева// Проблемы автоматизации и управления. – 2021.– №2 (41). – С. 4–10.

УДК.: 62-592.35

*Брякин И.В.¹, bivas2006@yandex.ru**Бочкарев И. В.¹, elmech@mail.ru**Гунина М.Г.², mg_gunina@mail.ru**Иззатов А.Ж.², aspandiyar.07@mail.ru*¹*Институт машиноведения и автоматизации НАН КР*²*Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова*

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ОПЕРАТИВНОГО КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ТРАНСФОРМАТОРНОГО МАСЛА

Предложен новый способ оперативного контроля качества трансформаторного масла, суть которого состоит в том, что в работающем трансформаторе создается дополнительный высокочастотный измерительный электрический контур, содержащий измерительный коаксиальный емкостной датчик, в качестве электродов которого предложено использовать непосредственно конструктивные элементы трансформатора. Процедуры определения состава и свойств заполняющего этот датчик трансформаторного масла основаны на контроле зависимости между физико-технологическими параметрами масла и емкостью этого датчика. Посредством высокочастотного гармонического электрического поля в трансформаторном масле, находящемся в датчике, возбуждают поляризационные процессы и регистрируют реакцию масла на них в виде высокочастотного тока обмотки НН, являющегося информационным сигналом. Оценка качества масла осуществляется путем сравнения параметров указанного сигнала с заранее заданными допустимыми значениями. Разработан вариант структурной блок-схемы устройства для реализации предложенного способа, а также электрические схемы первичного измерительного преобразователя, посредством которого преобразуется, фильтруется и усиливается информационный сигнал, и вторичного измерительного преобразователя, регистрирующего необходимые компоненты информационного сигнала. Эффективность предлагаемой системы мониторинга подтверждена соответствующими экспериментальными исследованиями. Получено, что предлагаемая система контроля обеспечивает идентификацию критического дефекта в масле в виде повышенного влагосодержания с погрешностью не хуже 10%, а порог чувствительности достигает порядка десятых долей *ppt*.

Ключевые слова: трансформатор, трансформаторное масло, старение масла, зондирующее высокочастотное гармоническое электрическое поле, конденсатор связи, коаксиальный емкостной датчик, квадратурный синхронный детектор, объемное сопротивление трансформаторного масла, высокочастотный электрический ток обмотки низкого напряжения.

Введение

Силовые маслonaполненные трансформаторы составляют основу любой системы электроснабжения и являются при этом наиболее дорогостоящими ее элементами. Поэтому диагностика технического состояния трансформаторов представляет чрезвычайно важную и актуальную задачу, решение которой обеспечить их требуемую эксплуатационную надежность. Такая диагностика позволит выявить дефекты, которые образуются вследствие физического старения трансформатора, проводить целенаправленные мероприятия по ремонту и предотвращению выхода трансформатора из строя, что повышает его готовность для дальнейшей эксплуатации [1–7]. Все это обеспечивает увеличение срока службы трансформатора и повышает надежность электроснабжения.

Постановка задач исследования

В первую очередь надежность функционирования силовых трансформаторов, особенно высокого напряжения, зависит от состояния их изоляции, поэтому именно она является главным объектом диагностики при оценке состояния трансформатора [8–10]. В маслonaполненном электрооборудовании система изоляции содержит как твердые

материалы, так и жидкие компоненты в виде трансформаторного масла. При этом оценку состояния такой системы изоляции в целом можно осуществлять посредством контроля качества только трансформаторного масла. Более того, такой контроль позволяет оценить и состояние других конструктивных составляющих трансформатора, а также выявить и своевременно ликвидировать возникновение и развитие дефектов в них. Поэтому считается, что в масле условно содержится около 70 % информации о состоянии маслonaполненного оборудования, в том числе и силовых трансформаторов [11]. Это объясняется тем, что масло непосредственно контактирует со всеми внутренними элементами трансформатора, за счет чего является весьма информационно ёмкой средой, поскольку на изменение его свойств однозначно влияет целый ряд различных эксплуатационных факторов и дефектов трансформаторов [12–14]:

- старение масла и твердой изоляции за счет деградиационных процессов вследствие различных электрических, тепловых, химических и механических воздействий;
- наличие в масле продуктов старения твердой изоляции;
- искрение в контактных соединениях и разряды в масле;
- локальные перегревы токо- и магнитоведущих элементов трансформатора, например, за счет неисправности контактов, наличия короткозамкнутых контуров и т.д;
- загрязнение и увлажнение изоляции за счет контакта с воздухом;
- некачественная очистка трансформатора и процедура заливки нового масла, например, попадание воды при смене масла;
- повышение влаго- и газосодержания за счет нарушения герметичности в герметичных исполнениях трансформаторах и т.д.

Таким образом, контроль качества трансформаторного масла позволяет определить не только его собственные физико-химические характеристики и работоспособность, но и состояние твердой изоляции, контактов, обмоток и магнитопровода, герметичность бака, качество обслуживания трансформатора, а также позволяет отслеживать динамику процесса эксплуатационного старения изоляции трансформатора. Оценка качества трансформаторного масла осуществляется путем сравнения текущих показателей с предельно допустимыми значениями, приведенными в [15,16].

Многие из перечисленных выше дефектов и отклонений параметров элементов трансформатора от нормированного состояния, а также начинающиеся внутренние повреждения нельзя определить даже при вскрытии трансформатора, но можно диагностировать путем контроля качества трансформаторного масла. Именно поэтому оценка качества масла позволяет без вскрытия трансформатора определить с высокой достоверностью его техническое состояние, работоспособность и надежность работы.

Очевидно, что диагностику качества масла наиболее целесообразно проводить непосредственно на работающем трансформаторе без вывода его из нормального режима функционирования, что позволит исключить необходимость временного прерывания энергоснабжения потребителей.

Результаты исследований

В настоящее время известно большое количество различных способов контроля качества трансформаторного масла [17–20]. Проведенный анализ показал, что одним из эффективных способов контроля состояния масла является электроимпульсный метод измерения электрической емкости чувствительного элемента, заполненного маслом. В качестве таких элементов используют специальные измерительные емкостные датчики, которые погружают в тестируемое трансформаторное масло. Указанные датчики выполняют в виде пары плоскопараллельных или цилиндрических электродов. В рабочем пространстве датчика, заполненном маслом, создают высокочастотное импульсное магнитное поле и регистрируют аналоговый сигнал, пропорциональный величине электроемкости датчика, зависящей от величины влагосодержания в контролируемом масле [21,22].

Однако использование емкостных датчиков обладает целым рядом недостатков, основными из которых являются:

1. Сложность конструктивной реализации, обусловленная необходимостью использования специального измерительного емкостного датчика, содержащего погружную пару электродов, обычно коаксиальных цилиндрических.
2. Сложность процедуры контроля и ее проведения непосредственно во время эксплуатации трансформатора, поскольку введение емкостного датчика внутрь бака работающего трансформатора значительно нарушает надежность его работы.
3. Невозможность его применения для герметичного исполнения маслonaполненного оборудования, что сужает область применения этого способа.

Для устранения указанных недостатков разработан новый способ оперативного контроля качества трансформаторного масла. Его сущность заключается в том, что контроль качества трансформаторного масла осуществляют непосредственно во время эксплуатационной работы трансформатора, причем в качестве коаксиального емкостного датчика применяют совокупность конструктивных элементов трансформатора: в качестве первого такого конструктивного элемента используют первый слой обмотки НН, являющийся первым электродом коаксиального емкостного датчика, а в качестве второго такого конструктивного элемента используют поверхность магнитопровода трансформатора, являющегося вторым электродом коаксиального емкостного датчика. В заполненном трансформаторным маслом пространственном промежутке между первым слоем обмотки НН и поверхностью магнитопровода возбуждают высокочастотное гармоническое электрическое поле. В качестве информационного сигнала используют высокочастотный электрический ток $\dot{I}_0$ обмотки низкого напряжения трансформатора, который измеряют посредством измерительного трансформатора тока, регистрируют действующие значения активной I_a и реактивной I_p составляющих высокочастотного электрического тока $\dot{I}_0$. В качестве диагностических параметров состояния трансформаторного масла используют его объемное сопротивление G_M и объемное сопротивление G_B содержащейся в нем технической воды, которые сравнивают с заранее заданными эталонными значениями $G_{ЭМ}$ и $G_{ЭВ}$, которые определяют непосредственно после заполнения трансформатора маслом с нормированными параметрами. При этом высокочастотное гармоническое электрическое поле в пространственном промежутке между первым слоем обмотки НН и поверхностью магнитопровода, заполненном трансформаторным маслом, возбуждают на резонансной частоте параллельного электрического контура, образованного индуктивностью обмотки НН и коаксиальным емкостным датчиком. Кроме того, для исключения взаимного влияния измерительной высокочастотной низковольтной электрической цепи и низкочастотной рабочей электрической цепи трансформатора высокочастотное низковольтное напряжение, возбуждающее высокочастотное гармоническое электрическое поле в рабочем пространстве коаксиального емкостного датчика, подают на обмотку НН от соответствующего высокочастотного низковольтного источника питания через высокочастотный фильтр в виде конденсатора связи, а соединение выводного конца обмотки НН трансформатора с силовым фидером осуществляют через соответствующий низкочастотный фильтр в виде дросселя.

Сущность предлагаемого способа оперативного контроля качества трансформаторного масла поясняется его принципиальной блок-схемой реализации (рис.1).

На рисунке 1 обозначено: 1 – бак силового трансформатора; 2 – трансформаторное масло; 3 – магнитопровод; 4 – обмотка высокого напряжения (ВН); 5 – обмотка низкого напряжения (НН); 6 – вывод обмотки ВН; 7 – вывод обмотки НН; 8 – высокочастотный фильтр в виде конденсатора связи с емкостью $C_{св}$; 9 – генератор высокочастотного гармонического напряжения U_0 ; 10 – измерительное устройство, входным элементом

которого является измерительный трансформатор тока; 11 – низкочастотный фильтр в виде дросселя с индуктивностью L_{ϕ} ; 12 – зажим заземления; 13 – заземляющий провод; A – «фаза» ВН; a – «фаза» НН; $\dot{E}$ – высокочастотное гармоническое электрическое поле, возбуждаемое в пространственном промежутке между первым слоем обмотки НН и поверхностью заземленного магнитопровода, заполненного трансформаторным маслом; $\dot{I}_0$ – высокочастотный ток обмотки НН, создаваемый в электрической цепи трансформатора высокочастотным генератором синусоидального напряжения 9. Магнитопровод 3 гальванически связан с баком 1 посредством специально предусмотренной самой конструкцией трансформатора металлической перемычкой.

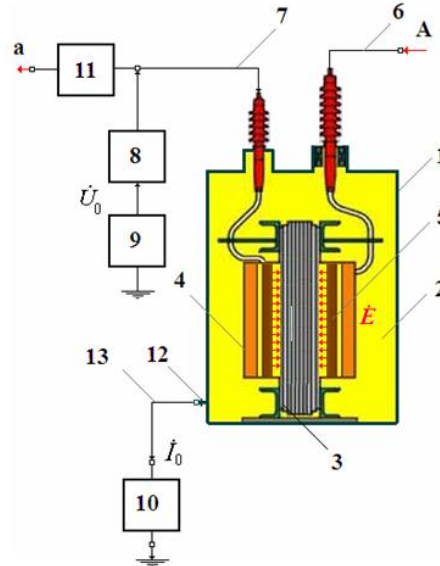


Рисунок 1 – Обобщенная блок-схема реализации способа оперативного контроля параметров масла силового трансформатора

Высокочастотный ток $\dot{I}_0$ протекает по цепи «высокочастотный фильтр 8 – вывод 7 обмотки НН – обмотка НН – маслонаполненный пространственный промежуток между первым слоем обмотки НН и поверхностью заземленного магнитопровода 3 – зажим заземления 12» и далее по заземляющему проводу 13 через измерительное устройство 10 замыкается на «землю».

Предложенный способ оперативного контроля параметров масла силового трансформатора реализуют следующим образом. От генератора 9 через высокочастотный фильтр 8 на вывод 7 обмотки НН 5, находящейся под низкочастотным рабочим напряжением фазы «а», подают относительно заземления высокочастотное гармоническое напряжение $\dot{U}_0$, посредством которого в пространственном промежутке между первым слоем обмотки 5 НН и поверхностью заземленного магнитопровода 3, заполненного трансформаторным маслом 2, возбуждают высокочастотное гармоническое электрическое поле $\dot{E}$. Посредством высокочастотного гармонического электрического поля $\dot{E}$ в трансформаторном масле 2, находящимся в пространственном промежутке между первым слоем обмотки 5 НН и поверхностью заземленного магнитопровода 3, возбуждают поляризационные процессы и регистрируют измерительным устройством 10, входным элементом которого является измерительный трансформатор тока, реакцию трансформаторного масла 2 на поляризационные процессы в виде высокочастотного тока $\dot{I}_0$ обмотки НН, являющегося информационным сигналом. Для исключения взаимного влияния высокочастотного гармонического напряжения $\dot{U}_0$ и низкочастотного рабочего напряжения «фазы» a

высокочастотное гармоническое напряжение $\dot{U}_0$ подключается к выводу 7 обмотки НН 5 через высокочастотный фильтр 8 в виде конденсатора связи с емкостью $C_{св}$, а сам вывод 7 обмотки НН 5 подключен к фидеру фазы «а» через низкочастотный фильтр 11 в виде дросселя с индуктивностью L_{ϕ} .

В целом последовательность процедур для реализации предложенного способа оперативного контроля параметров масла силового трансформатора показана на функциональной структурной блок-схеме (рис. 2).

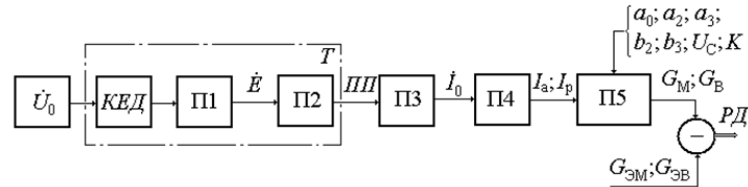


Рисунок 2 – Функциональная структурная блок-схема способа оперативного контроля параметров масла силового трансформатора

На рисунке 2 обозначено: T – трансформатор; $КЕД$ – коаксиальный емкостной датчик, первым и вторым электродами которого являются соответственно первый слой обмотки 5 НН и поверхность заземленного магнитопровода 3; П1 – процесс возбуждения высокочастотного электрического поля $\dot{E}$ в рабочей зоне $КЕД$; П2 – процедура инициирования поляризационных процессов в трансформаторном масле, находящемся в рабочей зоне $КЕД$; $\dot{U}_0$ – высокочастотное напряжение, подаваемое на $КЕД$; ПЗ – процедура измерения высокочастотного тока $\dot{I}_0$ обмотки НН; П4 – процедура регистрации действующих значений соответственно активной I_a и реактивной I_p составляющих тока $\dot{I}_0$ обмотки НН; П5 – процедура определения значений объемных проводимостей соответственно масла G_M и воды G_B ; $G_{ЭМ}$ и $G_{ЭВ}$ – эталонные значения объемных проводимостей соответственно масла и воды; a_0, a_2, a_3, b_2 и b_3 – постоянные конструктивные коэффициенты коаксиального емкостного датчика; K – коэффициент преобразования измерительного устройства 10 (рис.1); $U_C = U_0$ – действующее значение высокочастотного электрического напряжения $\dot{U}_0$, возбуждающего высокочастотное гармоническое электрическое поле $\dot{E}$ в рабочем пространстве $КЕД$; РД – результат диагностики состояния трансформаторного масла, полученного в результате сравнения G_M с $G_{ЭМ}$ и G_B с $G_{ЭВ}$.

Видно, что после процесса П1 возбуждения высокочастотного электрического поля $\dot{E}$ в рабочей зоне $КЕД$ и процедуры П2 инициирования поляризационных процессов в трансформаторном масле, находящемся в рабочей зоне $КЕД$, осуществляют процедуру ПЗ измерения высокочастотного тока $\dot{I}_0$ обмотки НН и процедуру П4 регистрации действующих значений соответственно активной I_a и реактивной I_p составляющих высокочастотного тока $\dot{I}_0$ обмотки НН. После этого выполняют процедуру П5 определения значений объемных проводимостей соответственно масла G_M и воды G_B , которые используют в качестве диагностических параметров состояния трансформаторного масла и сравнивают эти параметры с заранее заданным соответствующим эталонными значениями $G_{ЭМ}$ и $G_{ЭВ}$ объемных проводимостей соответственно масла и воды, формируя тем самым итоговый результат диагностики РД состояния трансформаторного масла. При этом эталонные сигналы $G_{ЭМ}$ и $G_{ЭВ}$ формируют по результатам измерений, полученным сразу после заполнения трансформатора маслом с нормированными параметрами.

Полное аналитическое описание основных физических процессов, протекающих в трансформаторе при реализации предложенного способа оперативного контроля параметров трансформаторного масла, приведены в [23]. Получено, что величины G_M и G_B можно определить в соответствии со следующими выражениями:

$$G_M = \frac{KU_0 I_p b_3 + KU_0 I_a a_3 - a_0 b_3 (I_p^2 + I_a^2)}{(I_p^2 + I_a^2)(a_3 b_2 - a_2 b_3)}; \quad (1)$$

$$G_B = \frac{a_0 b_2 b_3 (I_p^2 + I_a^2) - a_2 b_3 KU_0 (I_a + I_p)}{(I_p^2 + I_a^2) b_3 (a_3 b_2 - a_2 b_3)}, \quad (2)$$

где I_a и I_p – регистрируемые действующие значения активной и реактивной составляющих полного высокочастотного электрического тока $\dot{I}_0$ в цепи обмотки НН.

Разработка аппаратной реализации предложенного способа

Принципиальная блок-схема устройства для реализации предложенного способа показана на рис. 3.

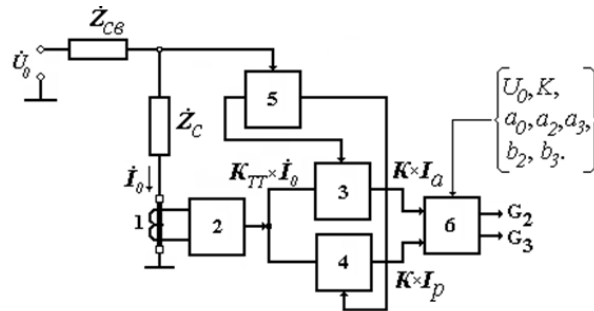


Рисунок 3 – Структурная блок-схема устройства

На рис. 3 через $\dot{Z}_{св}$ и $\dot{Z}_c$ обозначены комплексные сопротивления конденсатора связи и коаксиального емкостного датчика. Измерительный трансформатор тока 1 в совокупности с измерителем тока 2 образуют своего рода первичный измерительный преобразователь (ПИП), посредством которого информационный сигнал $\dot{I}_0$ преобразуется, фильтруется и усиливается. В свою очередь квадратурные синхронные детекторы 3 и 4 совместно с формирователем опорного напряжения для синхронных детекторов 5 функционально представляют собой вторичный измерительный преобразователь (ВИП), регистрирующий необходимые составляющие компоненты I_a и I_p сигнала $\dot{I}_0$ [24]:

$$\begin{cases} I_a = K \cdot |\dot{I}_0| \cdot \cos(\arg \dot{I}_0); \\ I_p = K \cdot |\dot{I}_0| \cdot \sin(\arg \dot{I}_0), \end{cases} \quad (3)$$

где $K = K_{TT} \cdot K_{сд}$ – коэффициент преобразования измерительного устройства; K_{TT} и $K_{сд}$ – коэффициенты преобразования измерительного трансформатора тока 1 и квадратурных синхронных детекторов 3 и 4; $(\arg \dot{I}_0)$ – угол между входным и опорным напряжениями синхронного детектора.

На рисунке 4 представлена принципиальная электрическая схема ПИП ДВИК. Схемотехнически она составлена из следующих основных функциональных блоков: входного дифференциального измерительного усилителя DA3; узкополосного фильтра, выполненного на базе DA5; широкополосного усилителя DA6; буферного усилителя DA7.

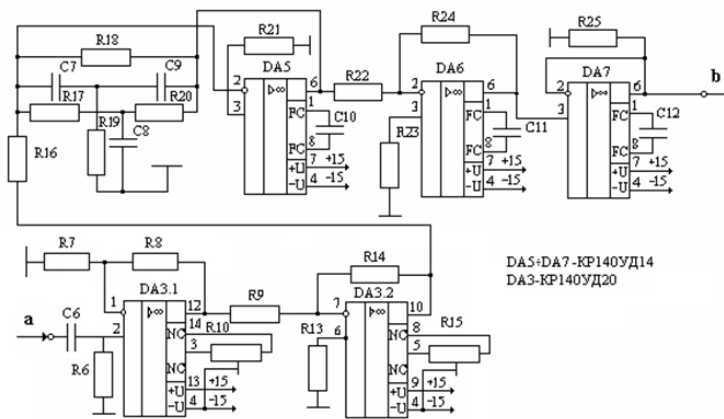


Рисунок 4 – Принципиальная электрическая схема ПИП ДВИК

Электрический сигнал «а» с выхода измерительной обмотки измерительного трансформатора тока 1 поступает на вход преобразователя тока в напряжение, собранного на ОУ DA3. Узкополосный активный фильтр собран на ОУ DA5 и частотно-избирательной RC цепи, выполненной в виде двойного Т-образного моста. Резонансная частота двойного Т-образного моста соответствует частоте синусоидального напряжения питающего генератора. Добротность моста составляет $Q=30$. Двойной Т-образный мост (C7-C9, R17-R20), включенный в обратную связь ОУ DA5, на частоте резонанса будет иметь сравнительно большое сопротивление, что обеспечивает в свою очередь ОУ наибольший коэффициент передачи. Данное схемное решение активного фильтра позволяет эффективно выделять информационный сигнал той же частоты, что и рабочая частота генератора низковольтного высокочастотного синусоидального напряжения, в качестве которого использовался стандартный генератор типа ГЗ-118. Сигнал с выхода активного фильтра усиливается широкополосным усилителем DA6 с коэффициентом передачи $K=10$ и через буферный усилитель DA7 поступает в виде сигнала «b» на вход последующих электронных блоков.

На рисунке 5 представлена принципиальная электрическая схема вторичного измерительного преобразователя (ВИП) ДВИК, состоящая из входных канальных усилителей DA1 и DA7; компаратора DA2; квадратурных синхронных детекторов (СД) 3 и 4 информационных сигналов, собранных соответственно на ОУ DA3, DA4, DA5 и DA8, DA9, DA11; выходных буферных канальных усилителей DA6 и DA10; формирователей синфазного и квадратурного опорных напряжений для СД, выполненных соответственно на элементах DD1.1, DD1.2 и DD2.1, DD2.2.

Формирование исходного опорного напряжения в виде меандра для СД реализовано на компараторе DA2 путем соответствующего преобразования синусоидального сигнала $\dot{U}_0$ («d») от генератора ГЗ-118. Включение компаратора DA2 по приведенной схеме обеспечивает скорость нарастания выходного напряжения до 16 В/мкс, а порог срабатывания при этом составляет 3 мВ.

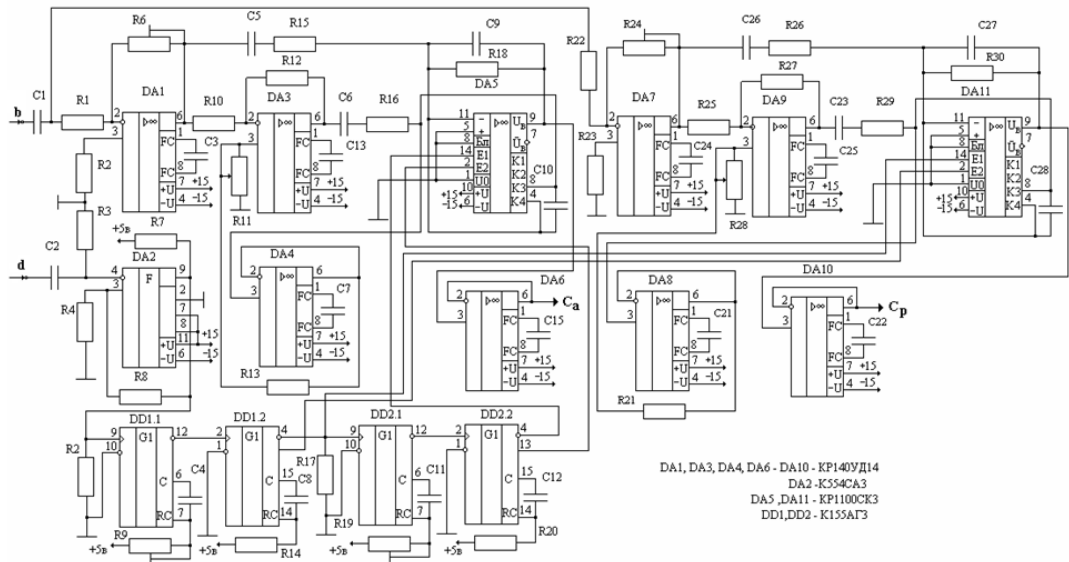


Рисунок 5 – Принципиальная электрическая схема ВИП ДВИК

Необходимые фазы опорных напряжений (синфазного и квадратурного) задаются фазовращателями, выполненными соответственно на одновибраторах DD1.1, DD2.2 и DD2.1, DD2.2, путем регулировки сопротивлений R9 и R19. Каждый из фазовращателей обеспечивает возможность регулировки фазы своего выходного сигнала (вида меандр) относительно входного от 0^0 до 180^0 . При этом формируются опорные напряжения необходимой фазы, которые и обеспечивают соответствующий релейный режим работы СД. В качестве выходных усилителей для СД используются специализированные ОУ DA5 и DA11 со встроенными четырехканальными аналоговыми коммутаторами. Противофазно работающие последовательно-параллельные ключи этих коммутаторов позволяют работать СД с достаточно малыми сигналами, напряжение которых не превышает 0,5 В. СД обладают следующими техническими характеристиками: частотный диапазон 10 Гц÷100 кГц; динамический диапазон 100 дБ; подавление некогерентного шума 70дБ; порог чувствительности 5 мкВ до 10 кГц и 20мкВ до 100кГц.

Продетектированные сигналы « C_a » и « C_p », являющиеся синфазной и квадратурной составляющими информационного сигнала, через соответствующие выходные буферные усилители DA6 и DA10 поступают для дальнейшей обработки на вход информационно-вычислительного блока (ИВК) 6.

Информационно-вычислительный блок (ИВК) 6 был реализован на базе стандартной системы сбора данных E502 производства «ЛКард» [25] и регистрирующего устройства в виде ноутбука. При этом система сбора данных E502 производства «ЛКард» осуществляла аналогово-цифровое преобразование составляющих компоненты I_a и I_p информационного сигнала $\dot{I}_0$ с последующим вводом их численных значений (в цифровом виде) в регистрирующее устройство, программное обеспечение которого было ориентировано на реализацию измерительного алгоритма и соответствующую визуализацию результатов алгоритмической обработки измерительной информации. Система сбора данных E502 производства «ЛКард» фактически представляет собой универсальный 16- битный модуль ввода/вывода до 32 аналоговых и 17 цифровых сигналов в персональный компьютер через интерфейсы USB 2.0 (high-speed) и Ethernet (100 Мбит) с частотой преобразования до 2 МГц и возможностью их цифровой обработки в реальном времени.

Экспериментальная проверка

Работоспособность и эффективность предлагаемой системы мониторинга была проверена в процессе проведения соответствующих экспериментальных исследований, где в качестве контролируемого объекта был использован силовой трансформатор марки

ТМ-25-6/0,4 с жидкостным наполнителем в виде трансформаторного масла ТКп (ТУ 38.101890–81), а в качестве исследуемого информационного параметра было выбрано влагосодержание H в трансформаторном масле.

Экспериментальные исследования проводились при постоянной температуре окружающей среды (25°C) и током в нагрузке трансформатора 25 А при установившемся рабочем режиме трансформатора.

Следует заметить, что для влагосодержания H в масле использовалась феноменологическая зависимость, сформулированная в соответствии с тем, что объемное электрическое сопротивление диэлектрика, расположенного между коаксиальными электродами цилиндрического конденсатора, равно:

$$G_{\text{дм}} = g_v \cdot d / (2\pi l), \quad (4)$$

где d и g_v – толщина слоя и удельное объемное сопротивление диэлектрика; l – осевая длина электродов конденсатора.

Тогда можно записать

$$H = \frac{M_3}{M_2} \propto \frac{G_3}{G_2}, \quad (5)$$

где M_3 и M_2 – масса соответственно технической воды и трансформаторного масла.

При экспериментальных исследованиях применялись соответствующим образом подготовленные восемь проб в виде наборов жидкостных смесей «вода-масло», где дисперсионной средой является масло, а дисперсной фазой – вода, т.е. своего рода эмульсия воды в масле (в/м – обратный тип). Для каждой такой пробы предварительно отдельно определялись весовые доли дисперсионной среды и дисперсной фазы гравитационным методом, т.е. взвешиванием на электронных весах, после чего посредством специального эмульгирующего устройства уже изготовлялась сама проба. В этом случае гарантировано задавались необходимые уровни влагосодержания H_i , которые в последующем определялись уже предлагаемым косвенным методом высокочастотного импеданса. В последующем изготовленные пробы в определенной последовательности помещались в бак трансформатора.

Посредством ДВИК осуществлялась регистрация необходимых информационных сигналов, после алгоритмической обработки которых определялось текущее значение влагосодержания в виде соответствующих результатов измерений. Иными словами, по результатам 10 наблюдений влагосодержания для каждой из проб $\{H_{ij}\}$ ($i = 1 \div 8$ – номер пробы, $j = 1 \div 10$ – номер результата наблюдения i -ой пробы) был определен соответствующий результат измерений в виде среднего арифметического группы результатов наблюдений $\{H_i^*\}$ для каждой из подготовленных проб.

В таблице 1 представлены обобщенные результаты экспериментальных исследований по выявлению возможности практического определения влагосодержания H в трансформаторном масле посредством ДВИК.

При анализе полученных результатов наблюдений использовались соответствующие соотношения метода статистических характеристик выходного ДВИК.

Таблица 1– Результаты экспериментальных исследований

Номер пробы i	Заданное значение H_i (ppm)	Результат измерений H_i^* (ppm)	δ (%)
1	5	6,25	25
2	10	11,4	14
3	15	16,65	11
4	20	21,8	9
5	25	27	8
6	30	32,25	7,5

7	35	37,21	6,3
8	40	42,4	6

По результатам проведенного анализа данных экспериментальных исследований был построен график относительной погрешности δ определения текущего значения влагосодержания в масле (рис. 6), где по оси абсцисс ($0-H$) отложены эталонные значения влагосодержания каждой жидкостной пробы, а по оси ординат ($0-\delta$) – погрешность соответствующих измерений этих эталонных значений влагосодержания, реализуемых посредством предлагаемого метода.

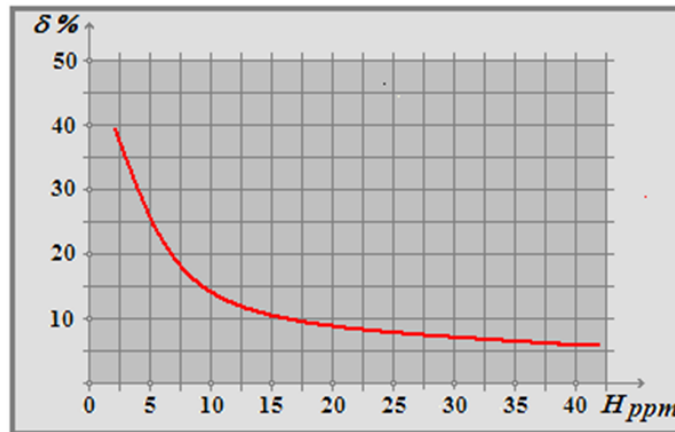


Рисунок 6 – График относительной погрешности δ определения H

Следует отметить, что количество эталонных наборов (проб) жидкостных смесей было выбрано, исходя из существующих четырех классов технического состояния масла. Данного количества проб, учитывая сложность технологии их приготовления, вполне достаточно для проведения корректных экспериментальных исследований. В связи с тем, что значимость результатов измерений оценивалась по критерию Фишера, измерение влагосодержания каждой из эталонных проб осуществлялось с десятикратным повторением, что в итоге и определяло требуемый уровень достоверности эксперимента в целом.

Приведем классификацию технического состояния масла по величине влагосодержания, наличию и степени развития дефектов для влагосодержания в масле:

1. Норма, менее 5 ppm, т.е. отсутствие явных дефектов.
2. Рабочее-Норма, с отклонениями менее 10 ppm, т.е. малозначимый дефект.
3. Рабочее-Норма, со значительными отклонениями от 10 до 15 ppm, т.е. значительный дефект.
4. Ухудшенное состояние, с отклонениями от 15 до 25 ppm, т.е. критический дефект.

Из рисунка 6, с учетом указанной классификации технического состояния масла, следует вывод о том, что идентификация критического дефекта в масле в виде повышенного влагосодержания осуществляется с погрешностью не хуже 10%, а порог чувствительности ДВИК достигает порядка десятых долей ppm. Поэтому при пониженном влагосодержании $H < 5\%$ КИЯ функционирует в режиме, приближающемся к его порогу чувствительности, что и определяет наблюдаемый на рисунке 6 тренд понижения точности измерений.

Характер кривой зависимости δ от H говорит о наличии аддитивной погрешности измерительных преобразований, связанных с наводками, дрейфом и вибрациями. Дальнейшее конструктивно-технологическое совершенствование ДВИК позволит реализовать в полной мере существующие потенциальные возможности и эффективное функционирование системы в целом.

Несмотря на то, что в данной работе ставилась задача определения технического состояния масла по величине влагосодержания, обобщая, можно констатировать, что посредством предлагаемой системы мониторинга в принципе можно, используя

соответствующий алгоритм обработки регистрируемых информационных параметров, определить следующие характеристики изоляционного масла: 1 – влагосодержание; 2 – диэлектрические потери, обусловленные процессом накопления в масле продуктов старения и загрязнения; 3 – содержание растворенных в масле газов.

Например, тангенс угла диэлектрических потерь в соответствии с формулой (3) определяется следующим отношением I_p/I_a , а диэлектрические потери можно определить из выражения:

$$P_{II} = U_C^2 \cdot \omega_p \cdot C \cdot \frac{I_p}{I_a}, \quad (6)$$

где C – величина суммарной емкости ИКЯ, которую можно определить из выражения:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{D - \frac{\epsilon_2 - 1}{\epsilon_2} \cdot \frac{2\pi \cdot l \cdot G_2}{g_2} - \frac{\epsilon_3 - 1}{\epsilon_3} \cdot \frac{2\pi \cdot l \cdot G_3}{g_3}}, \quad (7)$$

где D – средняя величина зазора между первым внутренним рядом обмотки НН и поверхностью магнитопровода; ϵ_1 , ϵ_2 и ϵ_3 – диэлектрические постоянные соответственно воздуха, трансформаторного масла и технической воды; g_2 и g_3 – удельные объемные сопротивления трансформаторного масла и технической воды.

Выводы

Предложенный способ оперативного контроля качества трансформаторного масла имеет по сравнению с известными расширенные функциональные и эксплуатационные возможности. Это обусловлено тем, что преимуществами предлагаемого технического решения контроля являются:

- 1) возможность осуществления диагностики масла непосредственно во время эксплуатации под нагрузкой в режиме реального времени;
- 2) можно определить несколько типичных параметров изоляционного масла;
- 3) простота ввода низковольтного высокочастотного синусоидального напряжения в силовую низкочастотную высоковольтную цепь;
- 4) использование в качестве элементов измерительной системы непосредственно элементов самого трансформатора, что упрощает технологию проведения контрольных измерений;
- 5) высокая точность и расширенная информативность измерений;
- 6) возможность использования в качестве сигнализатора критического уровня содержания влаги в масле.

Последние два признака существенно упрощают всю измерительную систему контроля параметров масла внутри бака трансформатора.

Однако очевидно, что предлагаемый способ имеет и определенные недостатки:

- 1) каждый объект управления требует индивидуальной настройки режимов работы системы с соответствующей калибровкой функциональных измерительных модулей;
- 2) предлагаемая система мониторинга ориентирована на конструктивные особенности маслonaполненных трансформаторов с обмоткой НН, размещенной внутри обмотки ВН, что в определенном смысле ограничивает области применения рассматриваемой системы контроля.

Необходимо подчеркнуть, что разработанный способ контроля масла и предложенные принципиальные схемы его реализации можно применять не только для контроля технического состояния силовых трансформаторов, но и для диагностики других типов маслonaполненного оборудования, например, реакторов, масляных выключателей, измерительных трансформаторов тока и напряжения и т.п.

Литература

1. Давиденко, И.В. Оценка технического состояния силовых трансформаторов по результатам традиционных испытаний и измерений / И.В. Давиденко. – Екатеринбург: УрФУ, 2015. – 96 с.
2. Гун И.Г., Салганик В.М., Евдокимов С.А., Сарлыбаев А.А. Основные неисправности и методы диагностирования силовых трансформаторов в условиях эксплуатации // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. – 2012. – № 1(37). – С. 102–105.
3. Прахов И.В., Путенихина А.В., Мельников А.В., Молчанов Н.А., Привалова В.М. Методы оценки технического состояния высоковольтного трансформатора // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. – 2016. – № 3. – С. 59–62.
4. Баширов М.Г., Прахов И.В., Богданов Д.И., Буланкин Е.И., Молчанов Н.А. Современные методы оценки технического состояния и прогнозирования ресурса высоковольтного трансформатора // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. – 2016. – № 4. – С. 63–66.
5. Степанов В.М., Андреев К.А. Технические решения по диагностике силовых трансформаторов // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2011. – Вып. 6–1. – С. 74–81. (приведены наиболее массовые виды повреждений, их причины, а также существующие средства их диагностики).
6. Сизганова Е.Ю., Степанов А.Г., Южанников А.Ю. Методы оценки технического состояния силовых маслонаполненных трансформаторов. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2018. – 165 с.
7. Кейта А. Оценка технического состояния силовых трансформаторов по каждому виду измерения // Молодой ученый. – 2019. – № 3 (241). – С. 35–50.
8. Schreiter S., Lohmeyer H., Werle P. Multidimensional Analysis of a Real Transformer Fleet Based on the Evaluation of Oil Properties. Proceedings of the 21st International Symposium on High Voltage Engineering, 2019, pp 697–704. https://doi:10.1007/978-3-030-31676-1_66.
9. Jagnandan Negi, Gaurav Maithani. Power Transformer Condition Assessment Through Insulating Oil Testing. Proceedings of Integrated Intelligence Enable Networks and Computing, 2021, pp 161–170. https://doi:10.1007/978-981-33-6307-6_17.
10. Wilson, A.C.M. Insulating liquids: their uses, manufacture and properties/ London, New York: Peter Peregrinus LTD, 1980. - 221 p.
11. Sokolov V., Bassetto A., Oommen T.V., Hauptert T., Hanson D. Transformer fluid: a powerful tool for the life management of an ageing transformer population. Proceedings of the TechCon 2003 Asia-Pacific. Pp. 1-19.
12. Куракина О.Е., Козлов В.К., Туранова О.А., Туранов А.Н. Исследование изменения структурно-группового состава трансформаторного масла в процессе эксплуатации // Problemele energeticii regionale, 2018, 2 (37). – С. 39-45.
13. Fofana I., Borsi H., Gochenbach J. Fundamental investigation on some transformer liquids under various outdoor condition // IEEE Trans, on Dielec. and Electric. Insulat. 2001. V.8. №6. P.1040–1047.
14. Высогорец С.П., Васильев А.П. Оценка качества эксплуатационных масел силовых трансформаторов напряжением 35–110 кВ // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. – 2013. – № 1 (166). – С. 84–92.

15. Стандарт организации «Энергетические масла и маслохозяйства электрических станций и сетей. Организация эксплуатации и технического обслуживания/Нормы и требования» НП «ИНВЭЛ». СТО 70238424.27.100.053–2009.
16. Испытание мощных трансформаторов и реакторов / Г.В. Алексеенко, А. К. Ашратов, Е.В. Веремей, Е.С. Фрид; Выпуск 32. –М.: Энергия, 1978. –520 с.
17. Валиуллина Д.М., Гарифуллин М.Ш., Козлов В.К. Аналитический обзор. Методы и средства диагностики изоляционных масел. – Казань: ООО «ИЦ Энергопрогресс», 2003. –144 с.
18. Туранова О.А, Козлов В.К., Туранов А.Н. Исследование трансформаторных масел современными методами. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2012. – 92 с.
19. Козлов В.К., Гарифуллин М.Ш. Спектральный экспресс-анализ изоляционных масел. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2003. – 110 с.
20. Козлов В.К., Гарифуллин М.Ш. Методы оптической спектроскопии в диагностике состояния изоляции маслonaполненного электрооборудования. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2013. – 192 с.
21. Мельников А.В., Сырцов А.Б., Ульянов Е.А. Устройство для измерения влажности // Патент РФ № 2377552. 2007148135/28. Опубликовано 27.12.2009 Бюл. № 36.
22. Шапошников В.В., Лебедев А.В., Щербаков В.Н., Гапонов В.Е. Устройство контроля влажности // Патент РФ № 2471178. 2011132554/28. Опубликовано 27.12.2012. Бюл. № 36.
23. Брякин И.В., Бочкарев И.В. Система мониторинга технического состояния силового трансформатора по состоянию масла // Вестник КГЭУ. – 2022. –Т. 14. – № 1 (53). – С. 34–46.
24. Брякин И.В. О некоторых принципах и методах повышения точности измерения технологических параметров длинномерных материалов// Проблемы автоматизации и управления.– Бишкек, 2001. – С. 188 – 197.
25. Bryakin I.V., Bochkarev I.V., Khramshin V.R., Khramshina E. A. Developing a Combined Method for Detection of Buried Metal Objects. - Basel: Machines (Switzerland) Machines 2021; 9(5): 92. <https://doi.org/10.3390/machines9050092>.

УДК 550.8.072

*А.У. Касимова, adina.kasimova.99@mail.ru**С.Н. Верзунов, verzunov@hotmail.com**Институт машиноведения и автоматики НАН КР***РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНО-ОПРЕДЕЛЯЕМОЙ РАДИОСИСТЕМЫ
ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕОМАТЕРИАЛОВ**

В работе рассмотрен способ измерения физических свойств горных пород, основанный на использовании программно-определяемой системы (SDR). Разработана установка, основанная на двух синхронизированных устройствах Hack RF One и двух микрополосковых антеннах. По параметрам ЭМ волны, прошедшей через образец горной породы можно судить о физических свойствах исследуемых образцов, так как от них зависят параметры прошедшей через материал волны.

Ключевые слова: микрополосковая антенна, SDR, диэлектрическая проницаемость, HackRF, GNU Radio.

Введение

Радиоволны широко используются для исследования и определения внутренней структуры различных материалов. Основным принцип работы таких устройств заключается в пропускании электромагнитной (ЭМ) волны через материал и анализ сигнала, полученного за счет рассеивания на ЭМ волны на его неоднородностях [1]. В результате такого процесса можно получить сведения о свойствах материала. Конечно, точные результаты могут быть получены только после соответствующей алгоритмической обработки из-за влияния окружающей среды и других помех [2].

Однако закрытая архитектура и высокая стоимость коммерческих устройств подобного типа, требует наличия специального обслуживающего персонала, что делает практическое применение весьма сложным, и приводит к росту числа исследовательских прототипов подобных устройств. Среди различных возможных аппаратных реализаций [3] все чаще используется программно-определяемые радиосистемы (SDR) из-за их гибкости и доступности. Ettus Research является одним из самых популярных в мире поставщиков SDR и предлагает универсальные программные платформы для периферийных устройств (USRP). Тем не менее, цена наиболее часто используемого устройства [3] - USRP x310 с двумя картами UBX160 остается на уровне 7872 долларов США [5]. Пример использования самого дешевого USRP (1216 долларов США), например, в качестве георадара можно найти в работе [6].

Настоящая статья посвящена созданию недорогого устройства, для определения диэлектрической проницаемости и проводимости горных пород с непрерывной постоянной частоты. При этом ставится цель минимизировать стоимость устройства, так что общие затраты составляли менее нескольких сотен долларов США.

Сейчас на рынке доступно несколько SDR-приемопередатчиков, которые удовлетворяют поставленной цели, и работают в широком диапазоне частот. Некоторые параметры часто доступных, дешевых и готовых к использованию SDR приведены в таблице 1. Если исходить исключительно из цены, видно что HackRF One является хорошей основой для достижения поставленной цели.

Таблица 1. Сравнение выбранных параметров дешевых SDR [3].

	USRP B210	BladeRFx40	HackRF
Price [USD]	1216	420	99
Bandwidth [MHz]	30/56	40	20
Freq. range [MHz]	70-6000	350-3800	1-6000
DAC/ADC res. [bit]	12	12	8
T _x max. power [dBm]	10	6	15
Mode	2 x duplex	duplex	Half-duplex

HackRF One поставляется с полностью открытым исходным кодом прошивок и открытой архитектурой, поэтому некоторые производители предлагают его за цену менее 100 долларов США. Охват частот и максимальная мощность передатчика достаточны для нашего устройства, однако для полнодуплексной работы требуется два устройства HackRF. Но покупка двух таких устройств по-прежнему является самым дешевым решением на данный момент.

Предлагаемая конфигурация радиосистемы и ее обоснование

Ранее в работе [1] был предложен метод свободного пространства, как наиболее подходящий метод измерения, позволяющий получить наиболее достоверные и полные результаты измерения физических свойств горных пород. Метод свободного пространства в нашем случае основан на регистрации амплитуды и фазы прошедших через образец радиоволн. В качестве антенн используются предложенные нами в работе [2] микрополосковые антенны. На основании всего этого, а также проанализировав результаты, полученные в работе [3], нами была собрана установка (рис.1) и проверен данный способ измерения на пяти различных образцах горных пород с целью получения данных о физических свойствах образцов, выполненных в виде кернов.

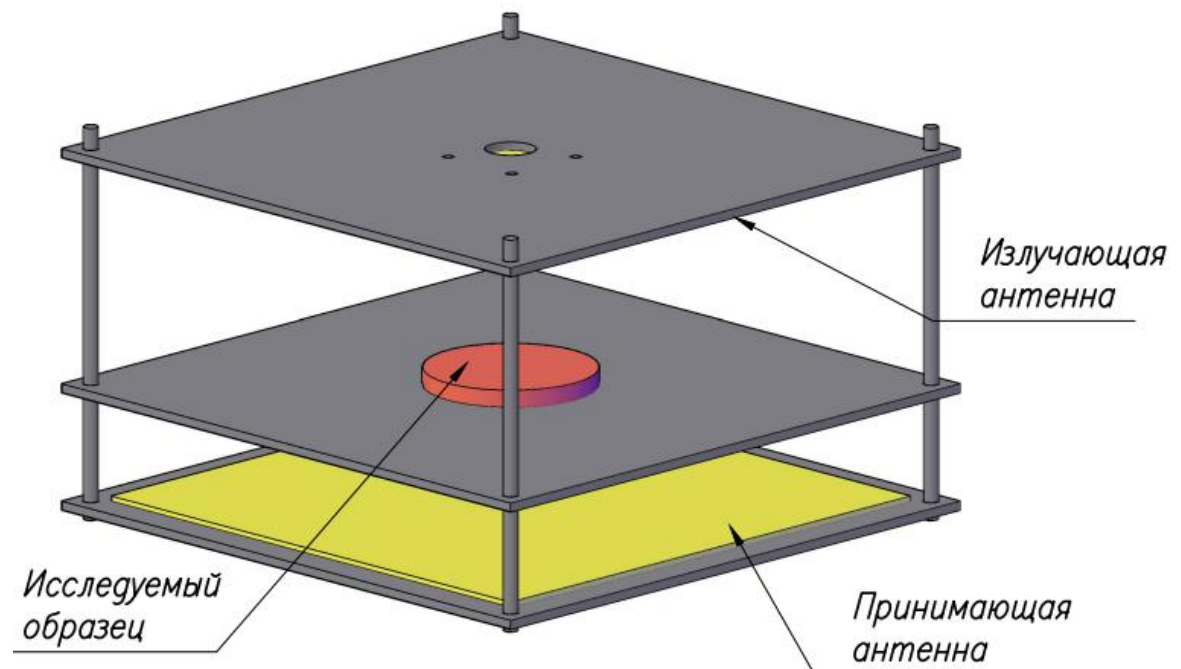
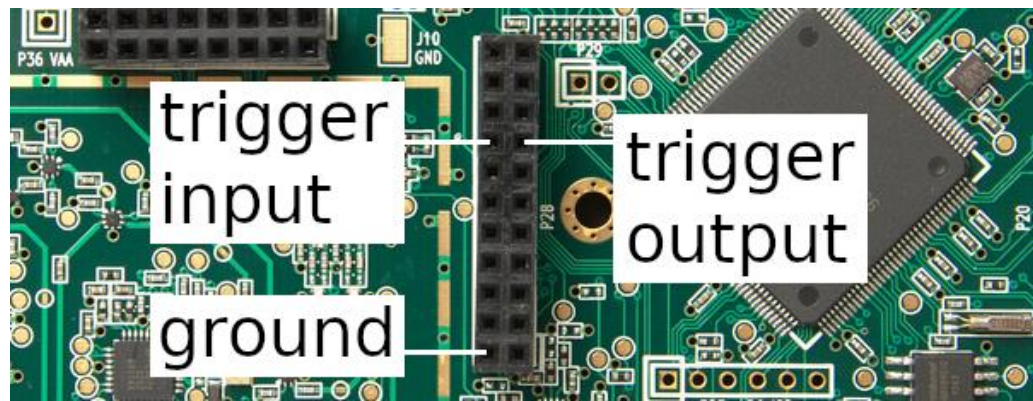


Рисунок 1 – Схема конструкции предлагаемой радиосистемы

Аппаратная реализация предлагаемой программно-определяемой радиосистемы основана на двух взаимно синхронизированных HackRF One и двух противоположно расположенных микрополосковых антеннах. Большинство рассмотренных выше SDR программно обеспечивают одинаковую несущую частоту для двух устройств Tx (передатчика) и Rx (приемника), но достичь фазовой когерентности могут только дорогие SDR. Так как предлагается использовать HackRF One, операции передачи и приема можно синхронизировать с другим HackRF One или с любым внешним оборудованием с помощью триггерного входа и выхода на контактом разъеме P28 (рис. 1). Такой запуск обеспечивает требуемую временную синхронизацию с ошибкой менее одного периода дискретизации.



a)

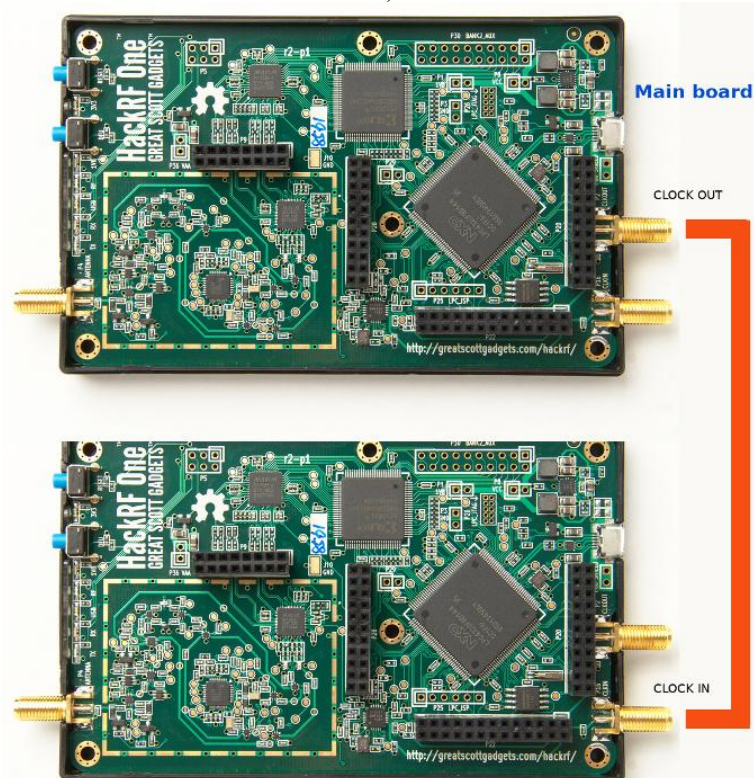


Рисунок 2 – Разъемы синхронизации HackRF One: а – разъемы синхронизации запуска; б – разъемы синхронизации опорной частоты

При запуске одного HackRF One от другого необходимо чтобы два устройства имели общую опорную частоту. Это дает дополнительное преимущество, заключающееся в заземлении HackRF друг на друга, исключая один из проводов, необходимых для запуска. При этом любой HackRF One может служить источником синхронизации для другого, независимо от того, какой из них обеспечивает выход триггера. Общую землю можно получить, подключив вход CLKIN одного устройства к выходу CLKOUT другого устройства, как показано на рис. 2б. В качестве альтернативы можно соединить перемычкой контакт 2 P28 на одном HackRF One с контактом 2 P28 на другом HackRF One. Затем с помощью перемычки нужно соединить контакт 15 P28 (выход триггера) на одном HackRF One с контактом 16 P28 (вход триггера) на другом HackRF One рис. 2а [9].

HackRF T_x подключен с помощью короткого кабеля к T_x – антенне, HackRF R_x – соответственно с R_x антенне, как это показано на рис. 3. Основной функционал устройства, как и следует из названия работы, был реализован программно.

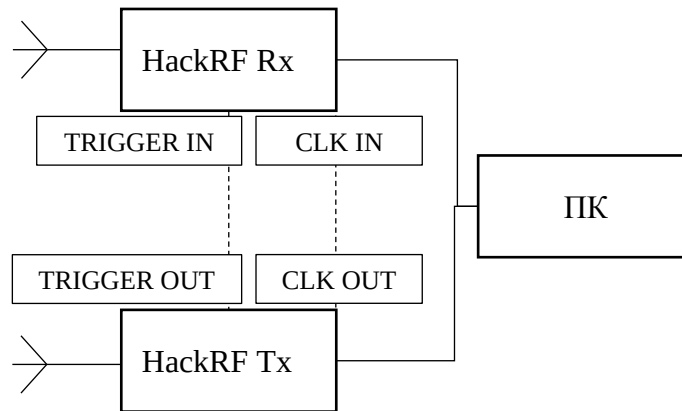


Рисунок 3 – Схема аппаратной реализации радиосистемы

Программная часть устройства, разработанная в пакете GNU Radio Companion, показана на рис. 4 в виде графа. GNU Radio Companion (GRC) – это инструмент для создания графических отображений потоков вычислений и генерации исходного кода из графической схемы и, кроме того, бесплатный набор программных модулей с открытым исходным кодом [8].

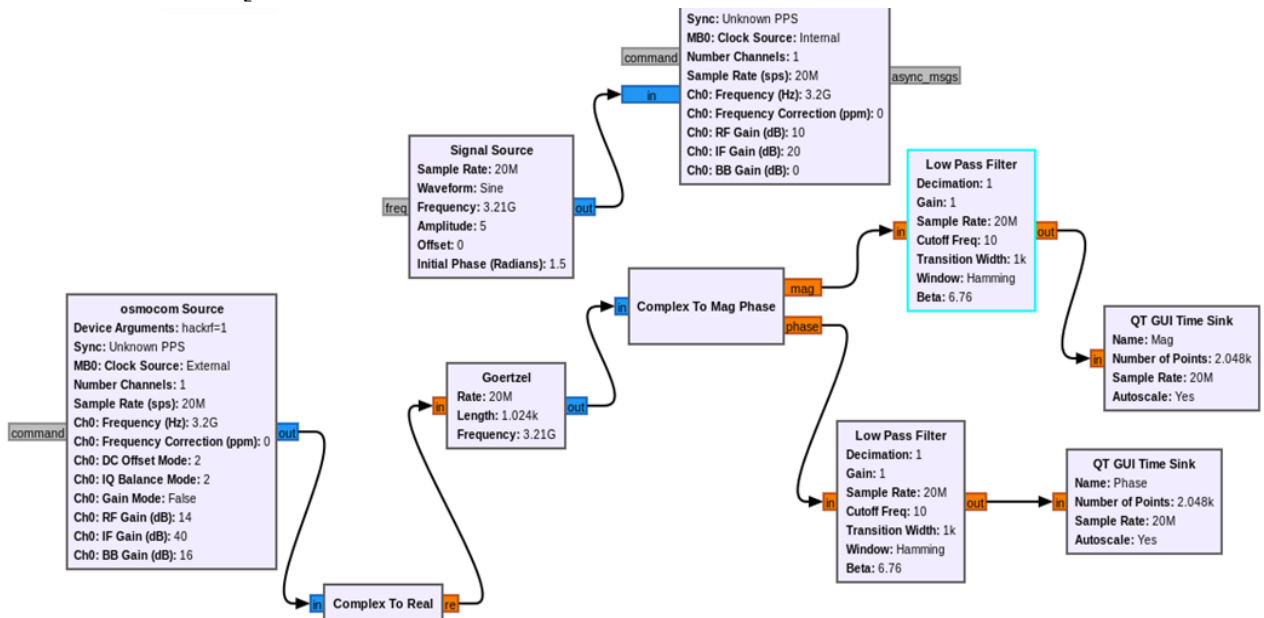


Рисунок 4 – Блок-схема устройства в программе GNU Radio Companion

Блок приемника соединен с источником гармонического сигнала с частотой 3.21 ГГц. Для вычисления амплитуды и фазы используется алгоритм Гёрцеля и фильтр низких частот

Результаты и обсуждение

На рисунке 5 показаны результаты измерения без образца. Пример измерения свойств образца мрамора показан ниже, на рисунке 6. Амплитуда и фаза электромагнитной волны, проходящей через образец горной породы, зависят от ее свойств, таких как его проводимость, магнитная и диэлектрическая проницаемость. Амплитуда и фаза волны так будут зависеть от разности данных параметров в образце и в воздухе.

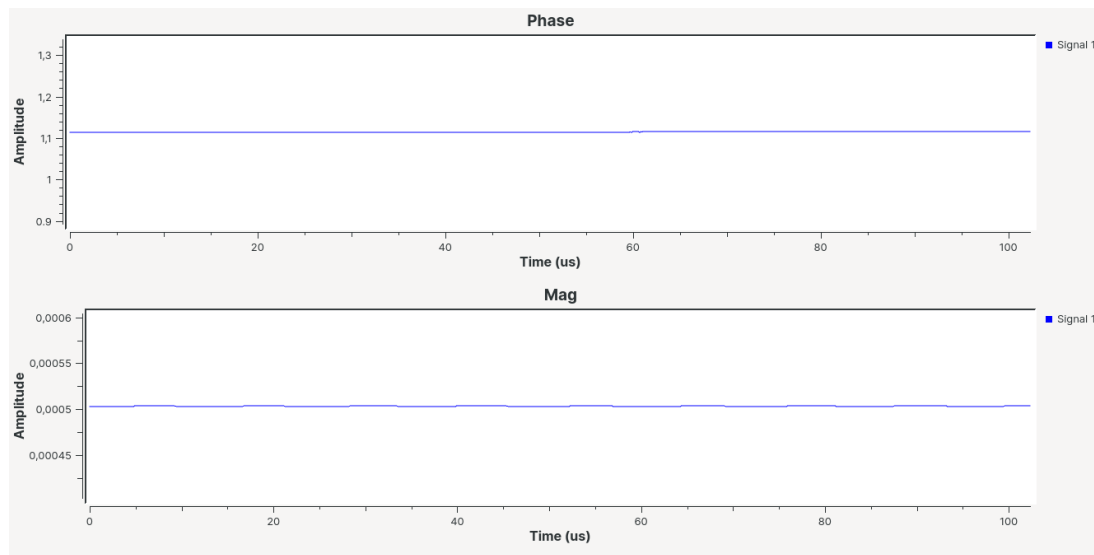


Рисунок 5 – Измерения без образца

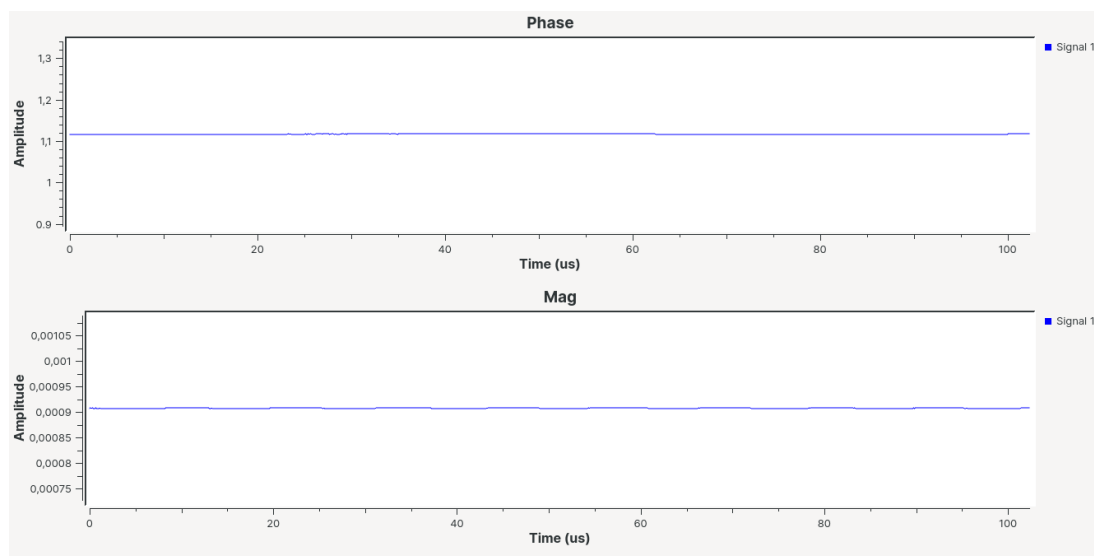


Рисунок 6 – Измерения образца горной породы

Заключение

Данная разработка, основанная на недорогой программно-определяемой радиосистеме, позволит проводить быстрый анализ горных пород по параметрам ЭМ волны, прошедшей через материал. По полученным параметрам ЭМ волны можно будет судить о физических свойствах исследуемых образцов таких, как диэлектрическая и магнитная проницаемости, и проводимость.

Литература

1. Касимова, А. У. Обзор и анализ современных методов измерения диэлектрической проницаемости горных пород / А. У. Касимова, С. Н. Верзунов // Проблемы автоматизации и управления. – 2022. – № 1(43). – С. 33–49. – EDN BLNKOOG
2. Верзунов С.Н. Способ оптимизации конструктивных параметров ячеек-резонаторов микрополосковых антенн на основе интеллектуального анализа данных // Электротехнические системы и комплексы.– 2022.– № 3(56).– С. 54–64. URL: [https://doi.org/10.18503/2311-8318-2022-3\(56\)-54-64](https://doi.org/10.18503/2311-8318-2022-3(56)-54-64)

3. Jendo, J. Ground penetrating radar prototype based on a low-cost software defined radio platform / J. Jendo, M. Pasternak // *Przegląd elektrotechniczny*. – 2019. URL: <http://pe.org.pl/articles/2019/9/7.pdf>
4. Касимова А.У. Сравнительный анализ моделирования микрополосковой антенны в программах CST Microwave Studio и Matlab Antenna Toolbox // *Проблемы автоматизации и управления*. – 2022. – № 3(45). – С. 31-41. URL: <http://pau.imash.kg/index.php/pau/article/view/386/285>
5. Pasternak M. et al., Stepped frequency continuous wave GPR unit for unexploded ordnance and improvised explosive device detection, 2011 12th International Radar Symposium (IRS), 105–109.
6. Прокофьев Иван Валерьевич, Марков Максим Алексеевич, Пуртов Антон Игоревич, Шебалкова Любовь Васильевна, Ющенко Валерий Павлович Влияние свойств грунта на дальность зондирования в геолокации // *Интерэкспо Гео-Сибирь*. 2019. №4. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vliyanie-svoystv-grunta-na-dalnost-zondirovaniya-v-geolokatsii> (дата обращения: 07.04.2023).
7. <https://habr.com/ru/articles/499376/> (дата обращения: 07.04.2023).
8. <https://habr.com/ru/articles/453454/> (дата обращения: 07.04.2023).
9. Программно определяемая радиосистема основана на двух взаимно синхронизированных HackRFs One и двух противоположно расположенных микро полосковых антеннах, предложенных в работе [10].
10. Певнева Н.А., Гурский А.Л., Кострикин А.М. Метод свободного пространства с использованием векторного анализатора цепей для определения диэлектрической проницаемости материалов на сверхвысоких частотах // *Доклады БГУИР*. 2019. №4 (122). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metod-svobodnogo-prostranstva-s-ispolzovaniem-vektornogo-analizatora-tsepey-dlya-opredeleniya-dielektricheskoy-pronitsaemosti> (дата обращения: 01.05.2023).

УДК551.508.94

*М.К. Олжабаев*¹ murat16091973@gmail.com*К.Ж. Исабаев*¹ rtv_nk@mail.ru*С.А. Фомичев*¹ sergfomichev@mail.ru*Б.Б. Имансакипова*² imansakipova@mail.ru¹Военно-инженерный институт радиоэлектроники и связи,

г. Алматы, Республика Казахстан

²Университет Сатпаева

ДАТЧИКИ РЕГИСТРАЦИИ КНЧ И ОНЧ-ИЗЛУЧЕНИЯ

В этой статье описывается, каким образом возникают электромагнитные излучения в диапазоне крайне низких частот (КНЧ) и очень низких частот (ОНЧ), особенности возникновения грозовой активности в воздушном пространстве и способы, средства ее обнаружения. Описываются основные разновидности датчиков, которые используются для приема, обнаружения и регистрации этого излучения. Грозы, вулканы, пыльные бури, торнадо, смерчи сопровождаются грозowymi разрядами – мощными источниками электромагнитного излучения этого радиочастотного диапазона. Надежная и точная система обнаружения молний на большой территории и представления этой информации в режиме реального времени пилотам, операторам аэродромов и службам воздушного движения является большим преимуществом для безопасности, так как грозовая активность представляет значительную опасность воздушным судам как во время полета, так и на земле, при работе аэронавигационного оборудования, систем и комплексов противовоздушной обороны. Особо отмечается, что грозовая активность высокой интенсивности также может привести к чрезвычайным ситуациям природного и техногенного характера. Таким образом, описанная совокупность векторов-признаков грозowych разрядов, выделенная в грозовой очаг, позволит исследователям и разработчикам систематизировать законы распределения грозowych кластеров в пространстве и во времени и соотнести их с географическими законами, а также выявить среди грозowych объектов наиболее опасные, угрожающие жизни человека и наносящие ущерб многим сферам его деятельности.

Ключевые слова: датчики, частота, гроза, молния, воздушное пространство, активность, атмосфера, обнаружение, вспышка.

Введение

Особый интерес к электромагнитным волнам в диапазоне крайне низких частот (КНЧ составляет от 30 до 3000 герц) и очень низких частот (ОНЧ составляет от 3 до 30 килогерц) появился в начале прошлого века, после подтверждения, что электромагнитные излучения данного диапазона могут распространяться в так называемом волноводе между Землей и ионосферой с очень малым затуханием и потерями. На начальных этапах основным практическим применением данного радиочастотного диапазона была связь между континентами. Однако сейчас этот диапазон частот является перспективным для разработки и создания радионавигационных комплексов, средств обнаружения опасных метеорологических явлений, связанных с грозовой деятельностью, а также для связи с подводными лодками, так как электроволны могут проникать на большие глубины и расстояния в морской (соленой) воде [1, 20].

Изучение гроз и их действия на авиационную технику и сооружения на земле является актуальной темой исследований. Это связано с тем, что методы, используемые для определения действия ветра на конструкции, все еще основаны на моделях для стационарных явлений синоптического масштаба, которые происходят в нейтральных атмосферных условиях, с профилями скоростей в равновесии с планетарным пограничным слоем (ППС). Грозовая активность представляет опасность для эксплуатации воздушных судов (в полете и на земле), работы аэропорта и предоставления услуг воздушного движения. Молния может указывать на наличие других метеорологических опасностей для полетов. В некоторых ситуациях она может быть единственным надежным средством обнаружения этих других опасностей [1, 13].

Источники КНЧ и ОНЧ-излучения

В научных изданиях рассматривается несколько основных источников КНЧ и ОНЧ-излучения.

Естественные, к которым можно отнести грозовые разряды, вулканические извержения, бури и торнадо [1, 19]. Вместе с тем КНЧ и ОНЧ-излучения в виде шумов образуются молниевыми (грозовыми) разрядами в мировой электросети [2]. Молния (грозовой разряд) представляет собой мощный и особо мощный электрический разряд, короткий по длительности в атмосфере, длина которого обычно измеряется километрами и десятками километров.

Чаще всего молнии бывают внутри грозового облака (75%) и значительно реже между облаком и земной поверхностью (25%). По данным спутникового мониторинга, интенсивность грозовой активности составляет в среднем 40 раз в секунду [4, 14].

Наибольшая грозовая активность фиксируется в трех районах: в Индонезийском, Африканском и Американском (рис. 1) [5, 14, 15].

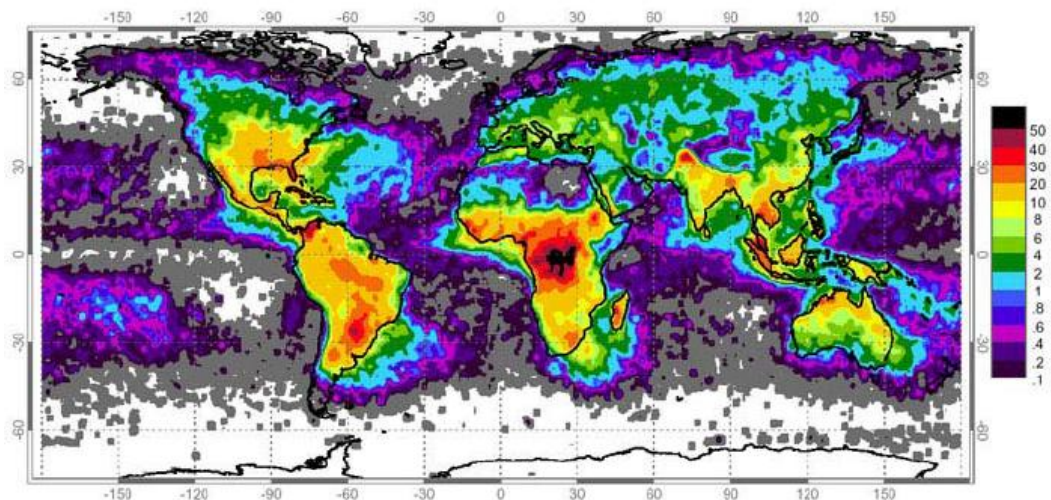


Рисунок 1 – Районы грозовой активности

Понятие грозовой активности в воздушном пространстве

Гроза – один или несколько внезапных электрических разрядов, проявляющихся вспышкой света (молния) и резким или грохочущим звуком (гром) [1, 11, 12].

Молния – световое проявление, сопровождающее внезапным электрическим разрядом, который происходит из или внутри облака или, реже, из высоких сооружений на земле или в горах. Можно выделить три основных типа молний. Кроме того, существуют и другие формы светящихся электрических проявлений. Отметим также, что молнии иногда можно наблюдать вместе со шлейфами вулканического пепла во время извержений (рис. 2) [1].

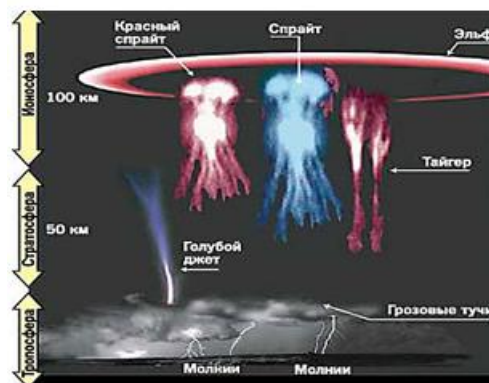


Рисунок 2 – природа газовых разрядов

Особенности возникновения грозовой активности в воздушном пространстве

Грозы связаны с кучево-дождевыми облаками и чаще всего сопровождаются осадками, которые, достигая земли, выпадают в виде ливня, снега, снежных гранул, мелкого града или града [1, 18, 19].



Рисунок 3 – Громоотвод



Рисунок 4 – Облачный разряд

Этот тип молнии (рис. 3), называемый в народе «громоотвод» или «молния из облака в землю», возникает между облаком и землей. Обычно, кажется, что она следует извилистым путем и обычно разветвляется вниз от четко выраженного основного канала (полосатая, вилообразная или ленточная молния). Разряд в земле обычно инициируется, когда движущийся вниз отрицательно заряженный «ступенчатый лидер» соединяется с потоком положительного заряда, тянущимся вверх [2]. После создания электропроводящего канала следует мощный электрический разряд. Это «обратный удар» и наиболее яркая и заметная часть разряда молнии. Большинство вспышек молнии между облаками и землей состоят из нескольких ударов, что вызывает эффект мерцания или стробоскопического света [1, 2].

Хотя это случается гораздо реже, чем молнии, инициированные движущимися вверх стримерами, молнии «облако-земля» могут быть инициированы движущимся вниз положительно заряженным стримером. Обычно он возникает в верхней части грозового облака, а не в нижней. Положительный разряд от облака к земле обычно очень яркий по сравнению с другими молниями. Он также может пройти много километров по горизонтали и ударить в землю в виде так называемого «синего болта» (молния в чистом воздухе или наковальня). Разряды «земля-облако», инициированные движущимся вверх лидером, иногда могут исходить от объектов на земле, таких, как высокие башни и небоскребы (рис. 4).

Этот тип молнии (рис. 5), который в народе называют «листовой молнией», поскольку он освещает небо листовым светом, возникает внутри грозового облака (внутриоблачная молния) или из одного облака в другое (облачно-облачная молния или межоблачная молния). Как правило, она создает рассеянное освещение без четкого канала. К этому типу молний относятся так называемые тепловые молнии, состоящие из диффузного света, вспыхивающего от далеких гроз, видимых на горизонте [3]. Иногда разряды молнии, возникающие под наковальней или внутри нее, можно увидеть горизонтально движущимися на некоторое расстояние, образуя многочисленные ветви, похожие на деревья. Такие разряды известны как «ползущие наковальни» [4].



Рисунок 5 – воздушный разряд

Этот тип молнии, который также иногда называют «полосатой молнией», возникает в виде извилистых разрядов, проходящих из грозового облака в воздух и не ударяющих в землю. Разряд часто разделяется на ветви, но с четко выраженным главным каналом. Он часто включает длинную квазигоризонтальную часть [5, 10].

К другим формам светящихся электрических разрядов относятся следующие.



Рисунок 6 – Спрайты



Рисунок 7 – Джеты



Рисунок 8 – ELVES, эльфы

Короткоживущие светящиеся электрические проявления, формирующиеся в верхних областях атмосферы над крупными грозовыми облаками [3, 4].

Крупные грозовые облака способны производить электрические явления высоко в атмосфере. Они редко наблюдаются визуально и в основном с помощью чувствительного фотографического оборудования и в силу своей слабости только ночью. К переходным светящимся явлениям относятся спрайты, джеты и ELVES.

Спрайты (рис. 5). Это крупномасштабные электрические разряды, возникающие высоко в атмосфере на высоте около 50–90 км, над крупными грозовыми системами. Обычно они возникают одновременно с мощными положительными разрядами от облаков к земле. Они проявляются в виде большой, но слабой вспышки, обычно красного цвета. Спрайты длятся не более нескольких секунд. Их редко можно увидеть человеческим глазом и только ночью над отдаленными крупными грозовыми системами [4].

Джеты (рис. 6). К ним относятся голубые струи, голубые стартеры и гигантские струи. Голубые струи — это узкие конусообразные вспышки голубого цвета, выходящие из вершины грозового облака и поднимающиеся на высоту около 40–50 км. Голубые струи длятся всего долю секунды, но их наблюдали пилоты самолетов. Голубые звезды более слабые и короткие, чем голубые струи, и достигают высоты около 20 км. Гигантские струи были сфотографированы на высоте около 70 км [5, 8].

ELVES (рис. 8) (излучение света и возмущения очень низкой частоты, вызванные источниками электромагнитных импульсов) появляются на высокочувствительных видеозаписях в условиях низкой освещенности в виде тусклого, уплощенного, расширяющегося свечения диаметром до 400 км и продолжительностью, как правило, менее 0,001 секунды.



Рисунок 9 – Шаровая молния



Рисунок 10 – Огонь

Иногда наблюдается светящийся шар (рис. 8) вскоре после разряда на землю. Этот шар, диаметр которого, как сообщается, обычно составляет от 10 до 20 см, но иногда достигает 100 см, известен как шаровая молния. Она медленно движется в воздухе или по земле и обычно исчезает с сильным взрывом [6, 7, 9].

Огонь святого Эльма (рисунок 9): более или менее непрерывный светящийся электрический разряд слабой или умеренной интенсивности в атмосфере, исходящий от возвышенных объектов на поверхности Земли (например, молниеотводов, ветряных лопастей и корабельных мачт) или от летящих самолетов (например, кончиков крыльев). Это явление можно наблюдать, когда электрическое поле вблизи поверхности объектов становится сильным [1]. Оно часто проявляется в виде фиолетовых или зеленоватых шлейфов или сполохов, хорошо видимых ночью. Хотя электрические условия, порождающие огонь святого Эльма, существуют в связи с грозами, он также может развиваться в электрических полях, усиленных обильным снегом и сильным ветром без гроз, а также при пролете самолетов через вулканический пепел [2, 3].

Существует два основных типа излучения, которые можно разделить на искусственные источники излучения КНЧ и ОНЧ-диапазонов:

1. Радиопередатчики большой мощности с антеннами электрического и магнитного типов.
2. Радиопередатчики большой мощности с антеннами беспроводного типа: нагревные стенды.

В областях разработки задач, как межконтинентальная связь, навигация и др., эффективность излучения имеет важное значение. Для получения высокой эффективности размеры антенн должны соответствовать длине излучаемой волны. ОНЧ-диапазон с частот от 3 до 30 кГц имеет длину волны 100 – 10 км. Таким образом, антенна ОНЧ-диапазона должна быть больших размеров. В случае с КНЧ-диапазоном от 3 до 3000 Гц, с длиной волны 100000 – 100 км, размер антенн должен быть порядка нескольких десятков километров. Антенна будет размером в несколько десятков километров.

Распространение КНЧ и ОНЧ-волн

В современной науке выделено несколько основных теорий распространения излучения этих диапазонов волн в волноводе, образованном Землей и ионосферой. Основное отличие в них заключается в трактовке границ волновода [16]. Но первостепенной считается Бадденовская теория распространения, особенность которой заключается в методе определения границы волновода с помощью коэффициентов отражения. Следует отметить, что граница волновода может быть резкой, слоистой и даже анизотропной структуры.

При образовании КНЧ и ОНЧ-излучения при грозовых разрядах излучаются три основных типа сигналов [17]:

1. Sferic (сферики). Он образуется молниевым разрядом. Имеет следующие особенности: широкополосный короткий импульс. На спектрограмме имеет вид вертикальной полосы (рис. 11). В ней по оси абсцисс время в секундах, по оси ординат – частота излучения. Цветом выделена амплитуда сигнала. В верхней части зависимости отражена волновая форма сигналов спектрограммы.

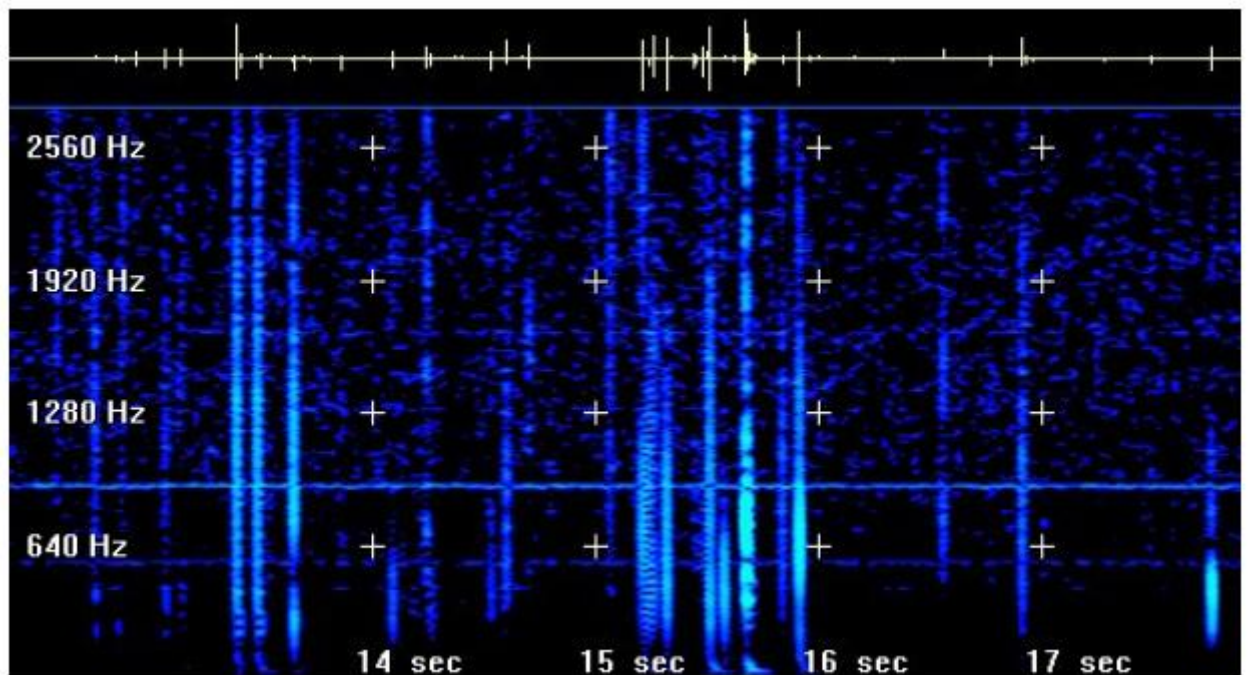


Рисунок 11 – Типовая спектрограмма разрядов типа «сфериков»

2. Tweek (твики). Эта разновидность излучения, образующаяся от молниевых разрядов, преодолевшее большое расстояние между Землей и ионосферой (волноводе). Особенностью является многократное отражение от стенок волновода и дисперсия сигнала, которые отражены на спектрограмме (рис. 12) в виде вертикальных полос в диапазоне высоких частот, которые имеют характерный хребет в диапазоне около 2 кГц.

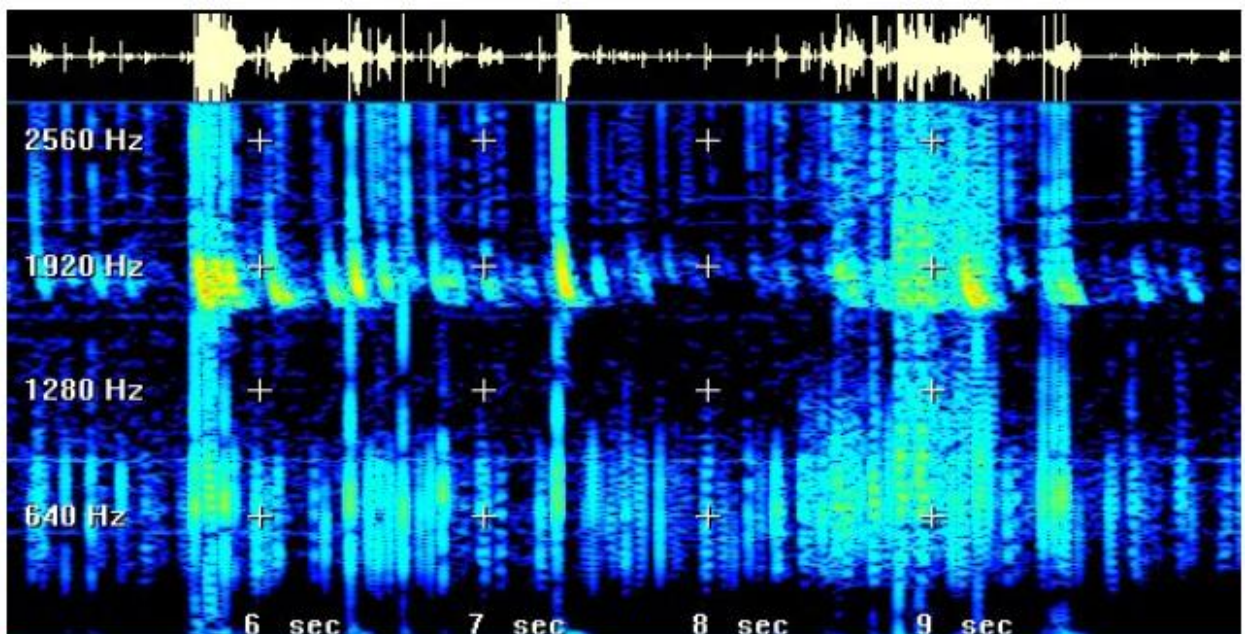


Рисунок 12 – Типовая спектрограмма разрядов типа «твики»

3. Whistler (вистлер, или свист). Эта разновидность излучения, образующаяся от молниевых разрядов, направление движения которых направлено вдоль силовых линий магнитного поля Земли. Они регистрируются спутниками [1, 6]. По причине того, что оно распространяется преимущественно в ионосфере – дисперсия этих сигналов гораздо более ярко выражена, чем у твиков. На спектрограмме вистлер имеет вид (рис. 13) длинной дуги.

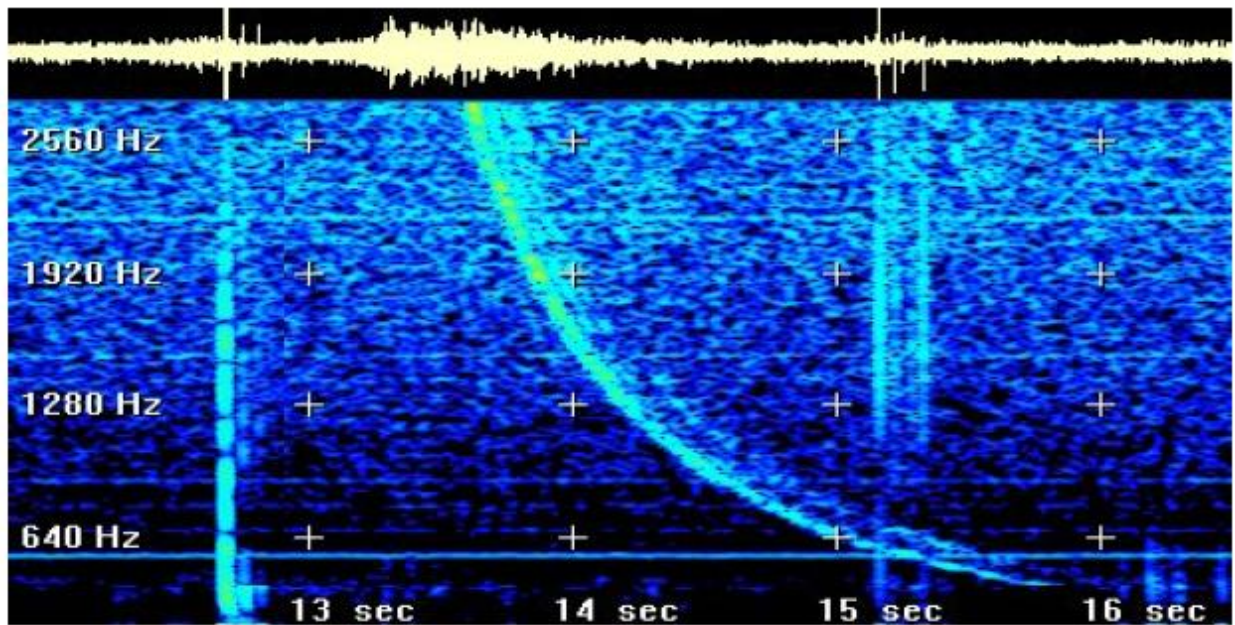


Рисунок 13 – Типовая спектрограмма разрядов типа «вистлер»

Датчики регистрации КНЧ и ОНЧ-излучения

В настоящее время существует множество метрологических систем, работающих в КНЧ/ОНЧ-диапазоне, использующихся в практических и научно-исследовательских целях.

С точки зрения практического направления важное место занимает задача локации и детектирования грозových облаков. С этой целью реализованы глобальные, а также национальные системы мониторинга. К ним относятся: World Wide Lightning Location Network, National Lightning Detection Network (NLDN) и др. [15].

К пионерам систем, разработанных для научно-исследовательской деятельности, можно отнести систему Atmospheric Weather Electromagnetic System for Observation, Modeling, and Education (AWESOME) [20]. Ее основой является набор магнитных рамочных антенн различных размеров и форм, имеющих в своем составе GPS-модули для синхронизации данных и значений [16].

Основным средством измерений излучения в КНЧ/ОНЧ-диапазонах является два типа датчиков: это магнитометры и рамочные антенны.

Особенностью конструкции магнитометров являются сердечники с очень высокой магнитной проницаемостью. Это дает неоспоримое преимущество в виде уменьшения геометрических размеров – компактности. Это позволяет при их установке на местности минимизировать ветровые и вибрационные нагрузки, приводящие к паразитным сигналам на датчике. Их объективным недостатком является большое количество витков, вызывающих высокое омическое сопротивление. Это вызывает рост так называемых тепловых шумов во входной части предусилителя.

Достоинством, с одной стороны, рамочных антенн является малое количество витков и при большой площади сечения провода сопротивление датчика минимальных значений. Это минимизирует тепловые шумы на входной части предусилителя. Но объективным недостатком рамочных антенн являются большие конструкции, в которых возможно возникновение собственных нежелательных колебаний, вызываемых внешними нагрузками, наиболее часто ветровыми, так называемые паразитные ложные сигналы.

Таблица 1– Основные характеристики некоторых датчиков

Разновидность датчика		Некоторые его основные характеристики
1	Индукционный магнитометр MFS-06	Чувствительность датчика: 10 пТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ при частоте 0.01 герц Чувствительность датчика: 0.1 пТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ при частоте 1 герц Чувствительность датчика: 1 фТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ при частоте 1 килогерц Диапазон рабочих частот: 0.00025-10000 герц
2	Индукционный магнитометр MFS-07	Чувствительность датчика: пТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ при частоте 0.01 герц Чувствительность датчика: 0.3 пТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ при частоте 1 герц Чувствительность датчика: 0.8 фТл/ $\sqrt{\text{Гц}}$ при частоте 1 килогерц Диапазон рабочих частот: 0,001-60000 герц
3	Рамочная антенна "Вистлер"	Чувствительность датчика: 0.4 фТл/ $\sqrt{\text{герц}}$ Диапазон рабочих частот: 800-100000 герц
4	Рамочная антенна "Плутон"	Чувствительность датчика: 0.5 фТл/ $\sqrt{\text{герц}}$ Диапазон рабочих частот: 800-30000 герц

Заключение и выводы

Грозы – это опасное природное явление, приводящее к возникновению чрезвычайных ситуаций, в результате которых гибнут люди и наносится ущерб многим сферам человеческой деятельности, таким как электроэнергетика и лесное хозяйство [13, 20]. В связи с этим необходимо совершенствовать методы регистрации грозы и методы выделения грозовых объектов с целью выявления закономерностей эволюции грозовой активности и прогнозирования особенностей развития и интенсивности грозовой деятельности. В результате выполненного обзора научных публикаций, посвященных задаче выделения грозового очага, выявлено, что не существует аналитического выражения, описывающего развитие грозового очага.

С целью обнаружения с большой точностью эпицентра грозовой деятельности и детектирования из общего массива данных о грозовых разрядах большое значение имеет точность определения самого грозового разряда. Необходимо учитывать, что данные датчиков (грозорегистраторов) в определенной доле имеют неверные данные: «шумы» от ветровой нагрузки или так называемое воздействие «тепловых шумов». Также имеет место быть возможная погрешность определения координат грозового разряда в пункте наблюдения и воздушном пространстве [17, 20].

Таким образом, совокупность векторов-признаков грозовых разрядов, выделенная в грозовой очаг, позволит исследователям систематизировать законы распределения грозовых кластеров в пространстве и во времени и соотнести их с географическими законами, а также выявить среди грозовых объектов наиболее опасные, угрожающие жизни человека и наносящие ущерб многим сферам его деятельности.

Литература

1. Белоцерковский, А. В. Активно-пассивная радиолокация грозовых и грозоопасных очагов в облаках / А. В. Белоцерковский [и др.] // СПб.: Гидрометеиздат, 2020. – 215 с.
2. Будуев, Д. В. Однопунктовая система пассивного мониторинга грозовой деятельности. Дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / Будуев Денис Владимирович. – Челябинск, 2021. – 125 с.
3. Ершова, Т. В. Параметры молниевой активности по инструментальным измерениям / Т. В. Ершова, В. П. Горбатенко // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2020. – №. 5. – С.150–154.

4. Иньков, В. К. Широтные особенности грозовой деятельности / В. К. Иньков, Л. Г. Махоткин // Труды ГГО. Атмосферное электричество. – 2020. – Вып. 442. – С.34–38.
5. Кононов, И. И. Радиотехнические методы местоопределения грозовых очагов / И. И. Кононов, И. А. Петренко, В. С. Снегуров. – Л.: Гидрометеиздат, 2021. – 221 с.
6. Муллаяров В.А., Каримов Р.Р., Козлов В. И., Мурзаева Н. Н. Связь грозовой деятельности с солнечной активностью по наблюдениям фонового ОНЧ-излучения // Метеорология и гидрология. – 2020. – N 8. – С. 48–56.
7. Панюков, А. В. Системы пассивного мониторинга грозовой деятельности / А. В. Панюков, Д. В. Будуев, Д. Н. Малов // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер.: Математика, Физика, Химия. – 2021. – №. 8. – 24 с.
8. Раков, В. А. Современные пассивные радиотехнические системы местоопределения молний / В. А. Раков // Метеорология и гидрология. – 2020. – №1. – С.118–123.
9. Снегуров, А. В. Методика и результаты наблюдений за грозами, системами пеленгации гроз и МРЛ / А. В. Снегуров, В. С. Снегуров, Г. Г. Щукин // Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета. – 2021. – №. 12. – С.38–49.
10. Трусковский, П. Анализ методов и средств однопозиционной пассивной радиолокации грозовых очагов / П. Трусковский // ProceedingsofInternationalConference RelStat'04. TransportandTelecommunication. – Vol.6. – №3. – 2021. – С.431–437.
11. Авиационные факторы риска, программа обучения и подготовки ETR - №20 ВМО – ТД - No1390 // Секретариат Всемирной метеорологической организации Женева – Швейцария – 2007. – С.39–43.
12. Ефимов В.В., Основы авиации. Часть I. Основы аэродинамики и динамики полета летательных аппаратов / В.В Ефимов, М.Г Ефимова.// Учебное пособие. – М.: МГТУ ГА, 2012. – С.42–58.
13. Лободин Т.В. К вопросу об ущербе, наносимом грозами // Труды ГГО. – Вып. 486. – 1986. – С. 70 –71.
14. Иньков В.К., Махоткин Л.Г. Широтные особенности грозовой деятельности // Труды ГГО. Атмосферное электричество. – 1981. – Вып.442. – С. 34–38.
15. Раков В.А. Современные пассивные радиотехнические системы местоопределения молний // Метеорология и гидрология. – 1990. – № 11. –С.118–123.
16. Кашпровский В. Е. Определение местоположения гроз радиотехническими методами. — М.: Наука, 1984. – 220 с.
17. Панюков А.В., Будуев Д.В. Алгоритм определения расстояния до местоположения молниевых разрядов // Электричество. – № 4. – 2001. – С. 10–14.
18. Степаненко В. Д., Гальперин М. С. Радиотехнические методы исследования гроз. — Л.: Гидрометеиздат, 1983. – 204 с.
19. Дружин Г.И., Козлов В.И. Экспериментальные исследования влияния трассы распространения при регистрации излучения мировых очагов гроз // Геомагнетизм и аэрономия. – 1994. – Т.34. – N 6. – С. 174–176.
20. Лободин Т.В. К вопросу об ущербе, наносимом грозами // Труды ГГО. – Вып. 486. – 1986. – С. 70–71.

УДК 681.3

*Великанова Л.И., ludvel@mail.ru**Лыченко Н.М., nlychenko@mail.ru**Институт машиноведения и автоматизации НАН КР, Бишкек, Кыргызстан*

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СРЕДНЕСРОЧНОГО ПРОГНОЗА ИНДЕКСА КАЧЕСТВА ВОЗДУХА Г. БИШКЕК

Развита методология прогнозирования индекса качества воздуха AQI г. Бишкек на 24 часа вперед с учетом метеорологических факторов и загрязняющего фактора (количества тонн угля, ежедневно сжигаемого на городской ТЭЦ). Представлены результаты моделирования на базе ИНС прямого распространения сигнала с обратным распространением ошибки FFBNN для 3-часовых сроков прогноза AQI летнего и зимнего периодов для горизонтов прогнозирования до 24 часов. Показано, что точность прогнозирования на 24 часа вперед в среднем по всем срокам прогноза по сравнению с краткосрочным прогнозом (на 3 часа вперед) ухудшилась на 34% для летнего периода и 44% — для зимнего.

Ключевые слова: искусственная нейронная сеть FFBNN, обучающая выборка, индекс качества воздуха, метеофакторы, загрязняющий фактор, горизонт прогнозирования, ошибка прогнозирования.

Введение

Предыдущие работы авторов были связаны с разработкой методологии и краткосрочных моделей прогнозирования концентраций твердых частиц PM_{2.5} и индекса качества воздуха AQI [1] г. Бишкек. При этом в качестве входных параметров прогноза использовались метеофакторы (температура воздуха; температура точки росы, относительная влажность воздуха; скорость ветра, интенсивность осадков) и доступная информация о загрязняющем воздух факторе – ежесуточном потреблении угля городской ТЭЦ. Была развита методология построения прогностических моделей, суть которой заключалась в следующем [2, 3]. Наблюдаемые значения концентраций твердых частиц PM_{2.5} и индекса качества воздуха декомпозировались по сезонам (зима — отопительный/лето — неотопительный) и по срокам измерений: 0 часов, 3 часа, 6 часов, 9 часов, 12 часов, 15 часов, 18 часов, 21 час. Для каждого сезона и каждого срока измерений строились модели прогноза загрязненности воздуха в следующий срок наблюдений на основе искусственных нейронных сетей (ИНС). Были исследованы прогностические свойства моделей, построенных на основе двух типов ИНС: обобщенно-регрессионной нейронной сети GRNN [4] и ИНС прямого распространения с использованием алгоритма обратного распространения ошибки FFBNN [5]. При этом для каждой модели были определены наиболее эффективные, с позиции средних ошибок прогноза, варианты входных векторов сети, учитывающих различную историю метеопараметров (на 3 часа, 6 часов и т.д. ранее). Показано, что прогноз AQI в подавляющем большинстве случаев дает существенно меньшую ошибку по сравнению с прогнозом PM_{2.5} как в отопительный, так и в неотопительный периоды при использовании обоих типов нейросетей.

Однако с практической точки зрения востребован прогноз загрязнения городского воздуха твердыми частицами с упреждением на сутки и более – для того, чтобы было возможным принять необходимые меры по предотвращению влияния недопустимого качества воздуха на здоровье людей. Многие задачи прогноза временных рядов наблюдений за параметрами окружающей среды с горизонтом прогнозирования до суток и более успешно решаются с применением нейронных сетей [6, 7, 8]. В настоящей статье приведены результаты моделирования среднесрочного (до 24 часов) прогноза индекса

качества воздуха г. Бишкек на основе развитой ранее в работах [2, 3] методологии и на базе ИНС прямого распространения с обратным распространением ошибки FFBNN.

В качестве исходных данных¹ использованы временные ряды измерения индекса качества воздуха (AQI) г. Бишкек за период с 09.02.2019 по 30.09.2022 с интервалом в 3 часа [9], данные метеослужбы RP5 [10], а также учтены данные о ежедневно потребляемом ТЭЦ г. Бишкек количестве тонн угля и его типе (по месту добычи).

Методология среднесрочного прогноза AQI

Так же, как и для краткосрочного прогноза [2, 3], проведена декомпозиция архивных данных измерений AQI [9] и данных метеослужбы RP5 [10] по сезонным периодам и по срокам измерений: $I = 0$ часов, 3 часа, 6 часов, 9 часов, 12 часов, 15 часов, 18 часов, 21 час. Для каждого i -го срока и обоих периодов (зимний/летний) на базе ИНС с прямым распространением сигнала и обратным распространением ошибки (функция *newff* в среде программирования MatLab) были построены модели для вычисления прогнозных значений AQI с горизонтом прогнозирования на 1, 2, ..., 8 шагов вперед (1 шаг = 3 часа), в зависимости от значений AQI и метеопараметров, предшествующих сроку прогноза ($i-1$, $i-2$).

Общее число сигналов во входных векторах – 11, их соответствие контролируемым параметрам указано в таблице 1. В этой таблице:

- Ws – скорость ветра в предыдущие сроки, то есть на $i-1$ и $i-2$ шагах прогноза/измерения (м/с);
- Pr – интенсивность осадков в предыдущие сроки, то есть на $i-1$ и $i-2$ шагах прогноза/измерения;
- T – температура воздуха, усредненная за $i-1$ и $i-2$ шага прогноза/измерения;
- RH – относительная влажность воздуха, усредненная за $i-1$ и $i-2$ шага прогноза/измерения;
- $Coal$ – общее количество тонн угля, ежедневно потребляемого городской ТЭЦ, и количество тонн угля определенного типа в зависимости от места добычи, соответственно: $Coal_1$ – Кара-Кече, $Coal_2$ – Кара-Жыра, $Coal_3$ – Шубаркуль.

Таблица 1 – Контролируемые параметры по срокам прогноза с учетом угля и его типа

AQI	Ws	PR	T	RH	$Coal_1$	$Coal_2$	$Coal_3$	$Coal$	Число сигналов
$i-1$	$i-1$ $i-2$	$i-1$ $i-2$	$i-1$ $i-2$	$i-1$ $i-2$	$i-1$	$i-1$	$i-1$	$i-1$	11

Для оценки адекватности моделей и точности прогнозов, построенных на их основе, так же, как и в [1], использованы: средняя абсолютная процентная ошибка (Mean Absolute Percentage Error, MAPE): $MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|e_t|}{y_t} 100\%$ и средняя абсолютная ошибка MAE, деленная на среднее (MAE/Mean Ratio): $MAEMR = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |e_t| / Mean(y_t)$ [11].

Здесь $e_t = (y_t - y_{ft})$ – ошибка прогноза или остатки модели, y_t – наблюдаемое (измеренное) значение в срок t , y_{ft} – значение в срок t , рассчитанное по модели, $Mean(y_t)$ – среднее значение y_t , N – длина выборки наблюдений.

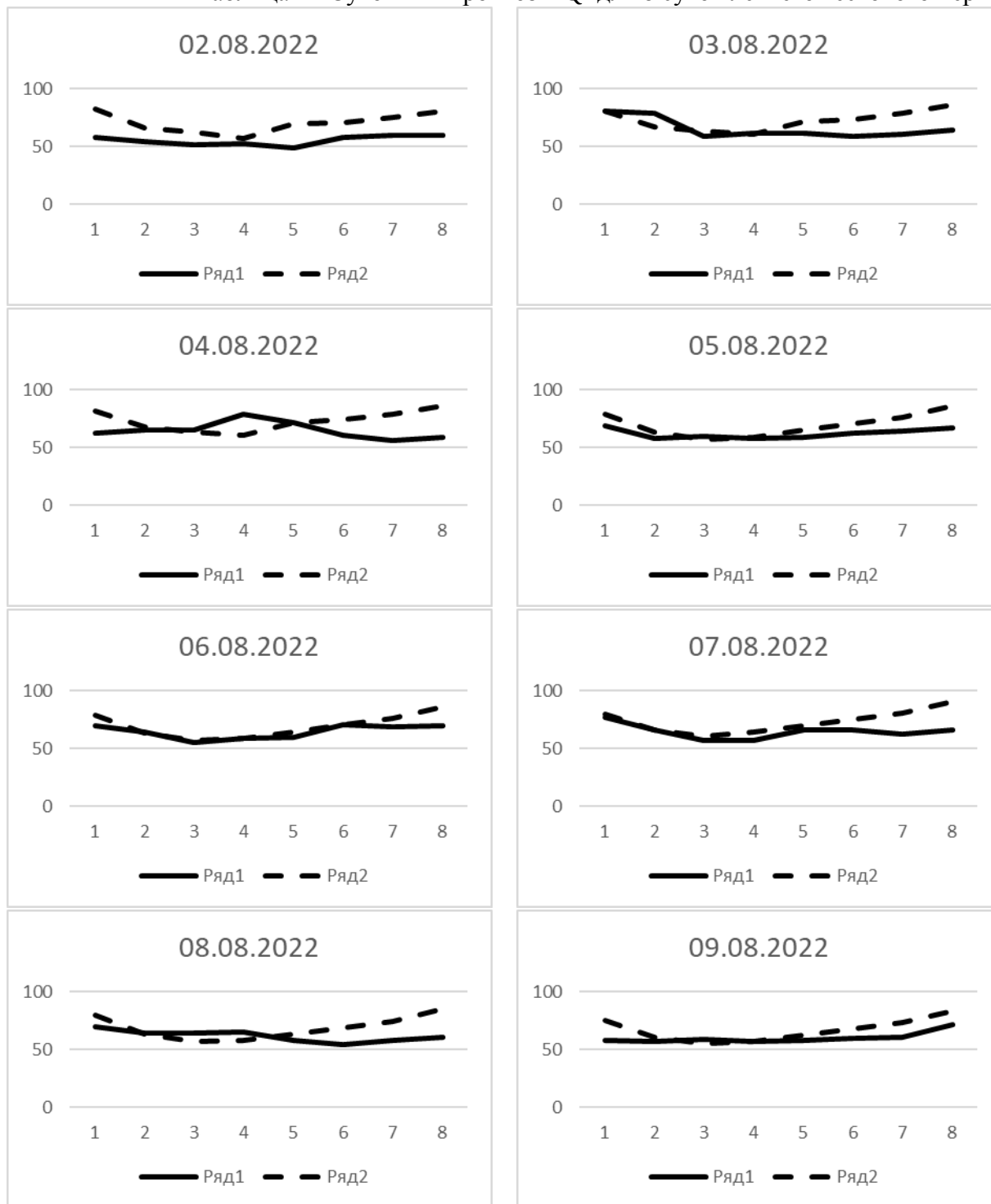
Результаты моделирования

Тестовое моделирование прогноза для летнего периода было проведено на выборке 02.08.2022 – 18.08.2022. Обучающее множество – вся доступная выборка наблюдений, за исключением летнего периода 2020 года [3]: (01.04.2019 – 31.07.2019) + (01.04.2021 – 30.09.2021) + (04.04.2022 – 30.09.2022).

¹ Данные подготовлены Комбаров Л.А.

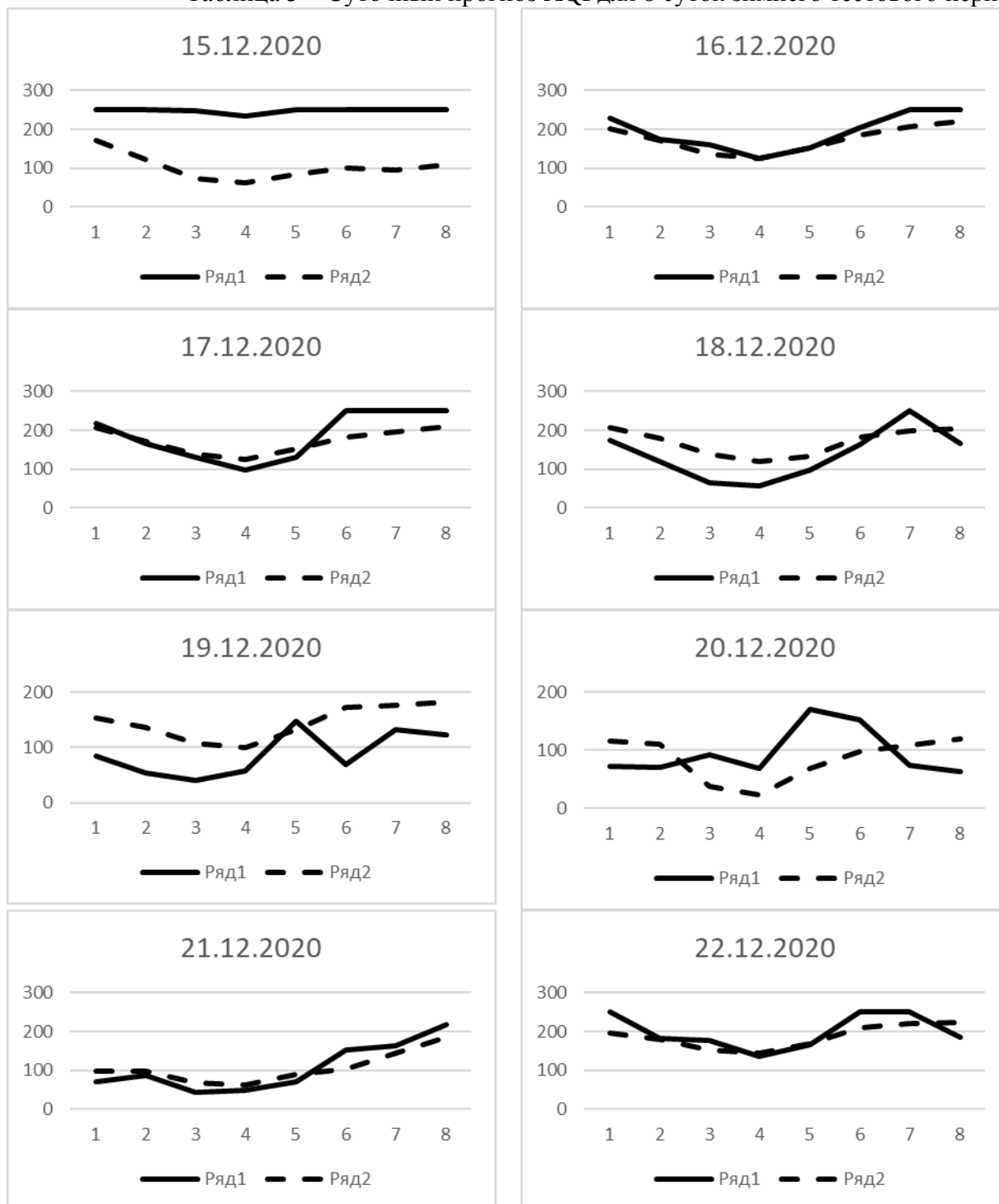
В таблице 2 представлены графики суточного прогноза AQI для 8 суток летнего тестового периода. На этих графиках по оси абсцисс отложены номера i -тых сроков измерений (прогноза): 1 – 0 часов, 2 – 3 часа, 3 – 6 часов, ..., 8 – 21 час; по оси ординат – реальные (измеренные) значения AQI (ряд 1) и прогнозные значения AQI (ряд 2) в соответствующие сроки. При этом для срока 0 часов прогнозное значение рассчитано как прогнозное на 1 шаг вперед от известного реального значения в срок 21 часа предыдущих суток, для срока 3 часа, соответственно на 2 шага вперед, для срока 6 часов – на 3 шага вперед и так далее, для срока 21 час – на 8 шагов вперед.

Таблица 2– Суточный прогноз AQI для 8 суток летнего тестового периода



Тестовое моделирование для зимнего периода было проведено на выборке 15.12.2020 – 30.12.2020. Обучающее множество – вся доступная зимняя выборка наблюдений: (09.02.2019 – 23.03.2019) + (01.11.2019 – 31.03.2020) + (01.11.2020 – 09.12.2020) + (01.01.2021 – 31.03.2021) + (08.10.2021 – 03.04.2022). В таблице 3 представлены графики прогноза AQI для восьми суток зимнего тестового периода.

Таблица 3 – Суточный прогноз AQI для 8 суток зимнего тестового периода



В таблицах 4 – 5 приведены ошибки прогноза AQI для всех сроков прогноза, усредненные за 17 суток для летнего и за 16 суток для зимнего периодов. При этом для

сравнения прогнозные значения вычислялись для различных горизонтов прогнозирования: на 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 и 24 часа вперед.

Таблица 4 – Усредненные ошибки моделированных значений AQI по срокам прогноза и для различных горизонтов прогнозирования (летняя тестовая выборка)

Сроки прогноза	Горизонт прогнозирования							
	3 часа		6 часов		9 часов		12 часов	
	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR
00	16.95	16.24	24.12	23.18	26.99	25.80	28.22	26.91
03	6.98	7.10	7.32	7.35	8.55	8.53	9.72	9.61
06	7.76	7.62	9.23	9.20	7.76	7.63	6.51	6.49
09	6.05	6.35	7.19	7.52	8.64	8.99	7.73	8.07
12	10.26	9.63	10.70	10.06	10.91	10.32	10.66	10.10
15	12.85	12.39	16.88	16.19	17.05	16.42	16.65	16.05
18	17.21	16.92	22.80	22.45	24.67	24.26	24.63	24.23
21	20.91	20.10	28.64	27.73	31.43	30.42	32.34	31.29
MEAN	12.37	12.04	15.86	15.46	17.00	16.54	17.06	16.59
Сроки прогноза	Горизонт прогнозирования							
	15 часов		18 часов		21 час		24 часа	
	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR
00	28.64	27.31	28.68	27.37	28.63	27.33	28.60	27.31
03	10.26	10.12	10.46	10.32	10.49	10.35	10.47	10.33
06	6.29	6.26	6.21	6.17	6.22	6.18	6.20	6.17
09	7.96	8.31	7.90	8.23	7.86	8.19	7.87	8.19
12	11.15	10.57	9.02	9.01	9.24	9.21	9.31	9.28
15	16.42	15.84	16.80	16.22	16.55	16.03	16.69	16.16
18	24.51	24.11	24.32	23.91	24.48	24.07	24.57	24.06
21	32.33	31.29	32.24	31.21	32.14	31.11	32.23	31.19
MEAN	17.19	16.73	16.96	16.56	16.95	16.56	16.99	16.59

Как видно, для большинства сроков прогноза ошибка возрастает с увеличением горизонта прогнозирования, что объясняется ее накоплением: при вычислении прогноза для следующего горизонта в вычисления включаются значения AQI, рассчитанные для предыдущего горизонта прогноза. Увеличение средней ошибки для всех сроков прогноза на 24 часа вперед по сравнению с краткосрочным прогнозом (на 3 часа вперед) составило 34% для летнего периода и 44% – для зимнего (значения MAEMR 16.59/12.04 в таблице 4 и 27.27/18.90 в таблице 5 – соответственно).

Таблица 5 – Усредненные ошибки моделированных значений AQI по срокам прогноза и для различных горизонтов прогнозирования (зимняя тестовая выборка)

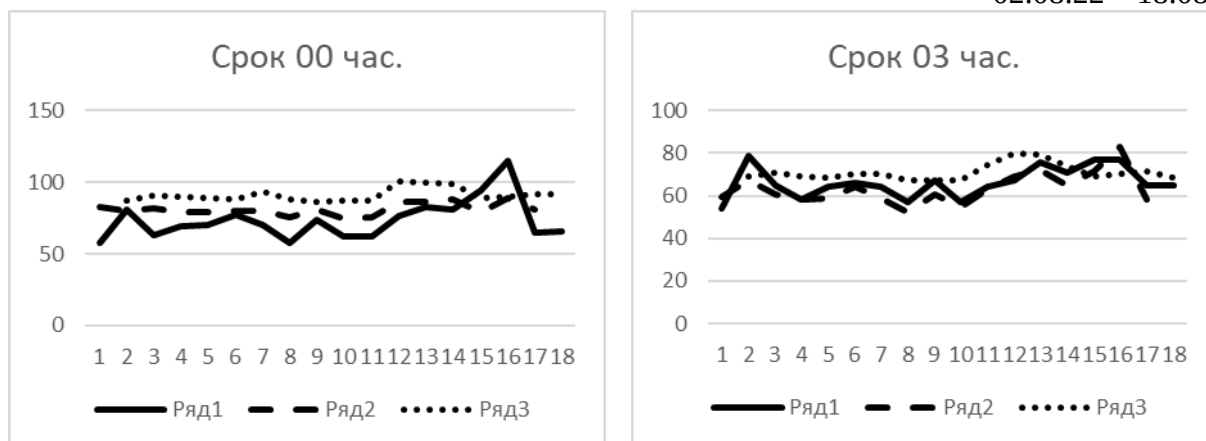
Сроки прогноза	Горизонт прогнозирования							
	3 часа		6 часов		9 часов		12 часов	
	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR
00	25.74	20.49	35.69	26.93	34.61	26.52	36.53	27.65
03	18.71	15.85	36.71	25.81	43.29	27.39	41.94	27.05
06	22.53	24.87	29.96	33.07	52.48	37.31	56.10	34.73
09	22.24	22.00	29.69	28.31	39.39	34.80	50.48	39.20
12	18.98	19.99	27.79	27.74	31.03	31.60	30.59	31.26
15	21.06	17.92	2.65	2.26	27.27	22.72	29.68	25.17

18	16.07	14.21	22.87	19.97	19.96	18.87	21.65	20.42
21	18.82	15.87	21.00	17.07	23.67	19.09	23.34	19.72
MEAN	20.52	18.90	25.80	22.65	33.96	27.29	36.29	28.15
Горизонт прогнозирования								
Сроки прогноза	15 часов		18 часов		21 час		24 часа	
	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR	MAPE	MAEMR
00	36.26	28.10	36.18	28.18	36.74	28.79	37.14	28.89
03	42.59	27.35	42.22	27.56	41.75	27.24	42.36	27.77
06	55.67	35.43	53.64	34.21	53.82	34.75	53.84	34.81
09	50.59	34.87	50.65	35.58	48.37	34.14	48.70	34.60
12	28.24	28.53	24.90	24.06	25.69	24.89	25.01	24.30
15	28.92	24.24	32.03	25.98	31.25	24.15	31.28	24.42
18	20.54	20.22	20.86	20.33	22.06	21.02	24.66	22.86
21	23.88	20.15	23.49	20.36	23.75	20.48	24.05	20.48
MEAN	35.84	27.36	35.50	27.03	35.43	26.93	35.88	27.27

Также стоит отметить, что, как и в предыдущих работах [2, 3], полученные ошибки прогноза для летнего периода в полтора – два раза меньше, чем для зимнего периода. Это можно объяснить более стационарным характером процессов загрязнения городского атмосферного воздуха в летний период и влиянием неучтенных факторов, связанных с источниками загрязнений, для зимнего периода (прежде всего – печное отопление частного сектора). При этом для летнего периода отмечается увеличение ошибок прогнозирования для сроков прогноза второй половины суток, чего, в общем, не наблюдается для зимнего периода (см. таблицы 4 и 5). Это можно объяснить более выраженным влиянием на загрязненность воздуха твердыми частицами городского автотранспорта в летнее время.

В таблицах 6-7 представлены графики измеренных (ряд 1) и моделированных значений AQI с горизонтами прогнозирования на 3 часа вперед (ряд 2) и 24 часа вперед (ряд 3) для всех сроков прогноза в летний (02.08.2022 – 18.08.2022) и зимний (15.12.2022 – 30.12.2022) тестовые периоды. Здесь также иллюстрируется увеличение ошибки прогноза для горизонта прогнозирования в 24 часа в сравнении с краткосрочным прогнозом на 3 часа вперед и отмеченная выше особенность процессов загрязнения в летний период.

Таблица 6 – Графики измеренных (ряд 1) и моделированных значений AQI на 3 (ряд 2) и 24 (ряд 3) часа вперед для всех сроков прогноза в летний тестовый период 02.08.22 – 18.08. 22



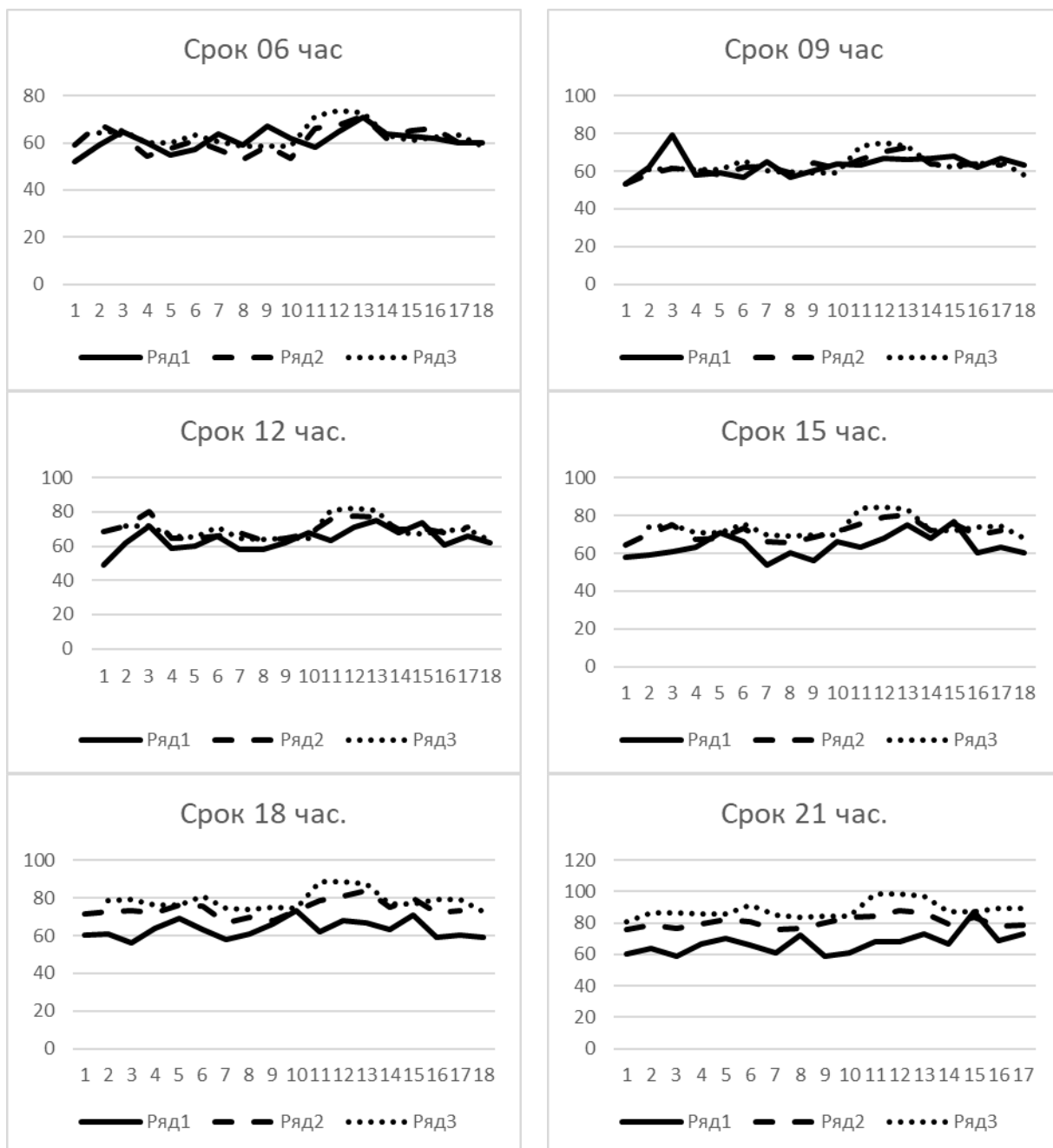
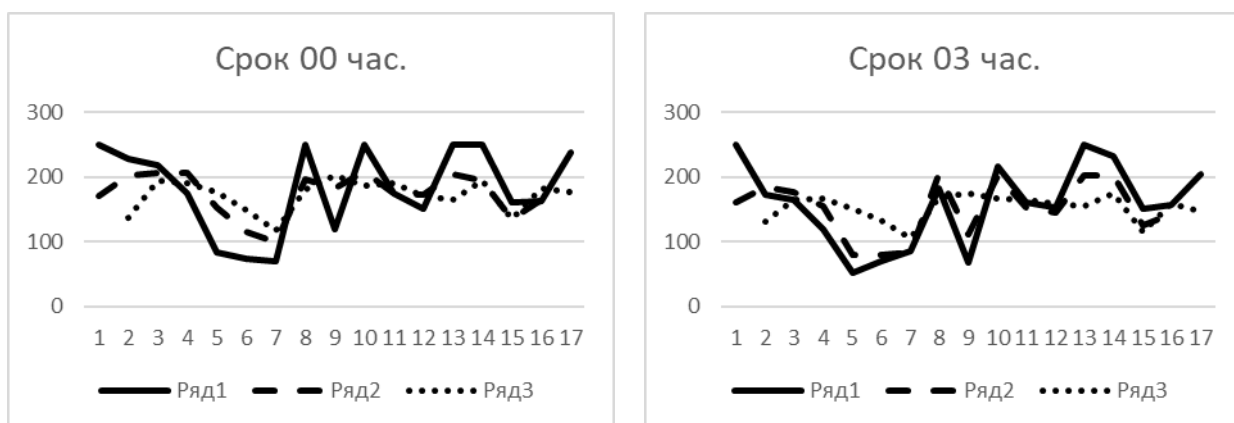
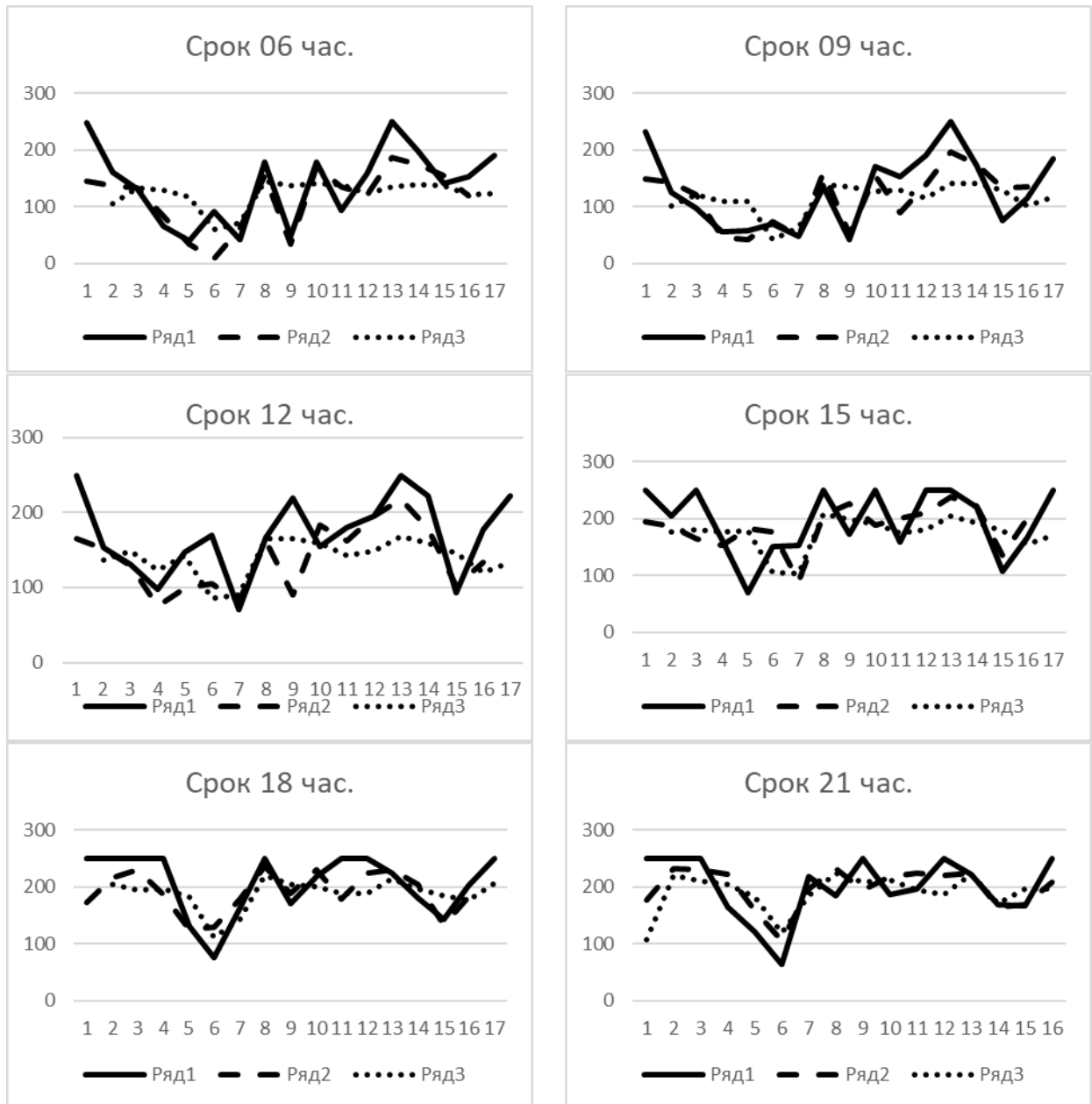


Таблица 7 – Графики измеренных (ряд 1) и моделированных значений AQI на 3 (ряд 2) и 24 (ряд 3) часа вперед для всех сроков прогноза в зимний тестовый период 15.12.22 – 30.12. 22





Заключение

Таким образом, в работе представлено развитие методологии для среднесрочного (на 8 шагов вперед) прогноза AQI на основе метеоданных и данных о ежедневно потребляемом ТЭЦ г. Бишкек количестве тонн угля и его типе (по месту добычи). Использованы модели, построенные на основе нейронной сети с прямым распространением сигнала и обратным распространением ошибки FFBNN. Показано, что точность прогнозирования для всех сроков прогноза на 24 часа вперед по сравнению с краткосрочным прогнозом (на 3 часа вперед) ухудшилась на 34% для летнего периода и 44% – для зимнего. Это объясняется накоплением ошибок при вычислении прогноза на следующий временной шаг.

Следует отметить, что в реальных прогнозах загрязненности воздуха в качестве входных векторов метеопараметров можно использовать их почасовые прогнозные значения на сутки вперед, которые, стоит заметить, достаточно точно соответствуют реальным. Что касается количества тонн угля, то здесь также хорошо бы использовать планируемые показатели загрузки городской ТЭЦ на сутки вперед. При отсутствии такой возможности можно использовать данные за прошедшие сутки, ошибка прогноза при этом увеличится незначительно, поскольку, как показал корреляционный анализ [3]

среднесуточных концентраций загрязнения воздуха частицами PM_{2.5} и количества тонн угля, ежедневно потребляемого городской ТЭЦ, их корреляции в соседние сутки практически не изменяются.

Благодарности

Авторы выражают благодарность Отделу по связям с общественностью ОАО «Электрические станции» КР за предоставленную информацию о количестве тонн ежедневно сжигаемого на ТЭЦ г. Бишкек угля и его типу по месту добычи за период с 9 февраля 2019 года по 30 сентября 2022 года.

Литература

1. [Air Quality Index \(AQI\) - A Guide to Air Quality and Your Health](#). US EPA. 9 December 2011.
2. Великанова, Л. И. Мультирегрессионные и обобщенно-регрессионные нейросетевые модели краткосрочного прогноза загрязнения PM_{2.5} в г. Бишкек с учетом метеорологических параметров / Л. И. Великанова, Н. М. Лыченко // Проблемы автоматизации и управления. – 2019. – № 2(37). – С. 16–25. – DOI 10.5281/zenodo.3594777. – EDN MNNDYU.
3. Великанова, Л. И. Моделирование краткосрочного прогноза загрязненности воздуха твердыми частицами на основе искусственных нейронных сетей с учетом фактора загрязнения / Л. И. Великанова, Н. М. Лыченко // Проблемы автоматизации и управления. – 2022. – № 3(45). – С. 110–118. – EDN TGNBLC.
4. Donald F. Specht A general regression neural network // IEEE Transactions on neural networks. — November 1991. — Vol. 2, № 6. 568–576. DOI: [10.1109/72.97934](#)
5. Widi Aribowo. Optimizing Feed Forward Backpropagation Neural Network Based on Teaching-Learning-Based Optimization Algorithm for Long-Term Electricity Forecasting // International Journal of Intelligent Engineering and Systems, Vol.15, No.1, 2022. DOI: 10.22266/ijies2022.0228.02
6. Верзунов, С. Н. Применение глубоких нейронных сетей для краткосрочного прогноза дальности видимости / С. Н. Верзунов // Проблемы автоматизации и управления. – 2019. – № 1(36). – С. 118–130. – DOI 10.5281/zenodo.3253019. – EDN IFNJHG.
7. Karimian H, Li Q, Wu C, et al. Evaluation of different machine learning approaches to forecasting PM_{2.5} mass concentrations // Aerosol and Air Quality Research.- 2019.- 19(6). –p. 1400-1410. DOI: 10.4209/aaqr.2018.12.0450
8. Tong W, Li L, Zhou X, et al. Deep learning PM_{2.5} concentrations with bidirectional LSTM RNN // Air Quality, Atmosphere & Health.- 2019. - 12(4). –p. 411–423. DOI: 10.1007/s11869-018- 303 0647-4.
9. AirNow Department of State // [https://airnow.gov/index.cfm?action=airnow.global_summary#U.S._Department_of_State_\\$Bishkek](https://airnow.gov/index.cfm?action=airnow.global_summary#U.S._Department_of_State_$Bishkek) (дата обращения: 05.10.2022)
10. Сайт «Расписание погоды rp5.ru» [Архив погоды в Бишкеке https://rp5.ru/%D0%90%D1%80%D1%85%D0%B8%D0%B2_%D0%BF%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D1%8B_%D0%B2_%D0%91%D0%B8%D1%88%D0%BA%D0%B5%D0%BA%D0%B5](https://rp5.ru/%D0%90%D1%80%D1%85%D0%B8%D0%B2_%D0%BF%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%B4%D1%8B_%D0%B2_%D0%91%D0%B8%D1%88%D0%BA%D0%B5%D0%BA%D0%B5) (дата обращения: 05.10.2022)
11. Современное прогнозирование. URL: <https://forecasting.svetunkov.ru/etextbook/> (дата обращения: 30.09.2022)

УДК 004.8: 621.315.23

Бакасова А. Б.¹ bakasovaaina@mail.ru**Асан уулу Аскам**² asanaskat@gmail.com¹Институт машиноведения и автоматики (ИМА) Национальной академии наук Кыргызской Республики. Кыргызстан, Бишкек, проспект Чуй, 265²Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, Кыргызстан, Бишкек, проспект Ч. Айтматова, 66

АДАПТИВНЫЙ НЕЙРО-НЕЧЕТКИЙ ПОДХОД ОЦЕНКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА

В работе разработан алгоритм прогнозирования динамики электростатического разряда (ЭСР) в контексте метода момента во временной области и использован для компьютерного моделирования электромагнитных процессов, связанных с электростатическим разрядом идеально проводящего вытянутого сфероида, расположенного вблизи заземленной идеально проводящей плоскости. Рассчитаны токи и поля ЭСР в ближней и дальней зонах, а также дан физический анализ зависимости переходного излучения от отдельных параметров модели. При компьютерном моделировании применяется метод конечных элементов (МКЭ) в гармоническом режиме времени, разработанный в программной среде FEMM.

Разработана эффективная модель адаптивной нейро-нечеткой системы вывода (ANFIS) для оценки электромагнитного поля ЭСР для двух случаев конфигурации, где по результатам требуется учитывать не только стандартные параметры, но и направление, и конфигурацию разряда. Результаты моделирования FEMM использованы для обучения ANFIS в программной среде MATLAB fuzzy.

Ключевые слова: электростатический разряд, электромагнитное поле, электромагнитная совместимость, электромагнитная обстановка, искусственный интеллект, нейронная сеть, метод конечных элементов, адаптивная нейро-нечеткая система вывода.

Введение

Использование МКЭ для решения дифференциальных уравнений Максвелла, описывающих задачу электромагнитного поля, всегда приводит к полезным выводам [1, 2]. Однако сложная геометрия сложных задач электромагнитного поля приводит к большому количеству узлов дискретизации и, следовательно, к огромным вычислительным усилиям. Таким образом, метод масштабирования результатов от одного случая конфигурации к другому может представлять интерес, если он требует меньшего вычислительного времени, чем дополнительный расчет МКЭ. Нечеткая логика, которая является областью исследований искусственного интеллекта (ИИ), кажется эффективным методом создания систем, способных изучать взаимосвязи и использовать эти знания для дальнейших вычислений. Искусственные нейронные сети также используются для оценки электромагнитного поля [3, 4]. В последние годы ANFIS успешно применялся для решения ряда инженерных задач.

В работе [5] представлена архитектура и процедура обучения этой системы нечетких помех, реализованной в рамках адаптивных сетей. Одним из приложений ANFIS является моделирование сложных нелинейных функций с помощью набора нечетких правил. Нейронная сеть и система нечеткой логики являются универсальными приближениями.

Формулировка задачи

Как известно, явления, происходящие в разрядном канале, зависят от формы тела, длины канала, напряженности поля в канале и состояния воздуха (влажность, наличие ионизирующих агентов и т.д.). Эти факторы в основном влияют на нелинейный характер изменения удельного сопротивления в зависимости от напряженности электрического поля в точке разрядного канала. Было предложено несколько феноменологических описаний изменения сопротивления канала разряда в зависимости от параметров модели во времени. Наиболее известные модели были построены Брагинским, Ромпе и Вейзелем,

Теплером, Реннингером, Месяцем [6-7]. Было показано, что модели Ромпе и Вейзеля [8] и Месяца [9] обеспечивают наиболее точную нестационарную обработку сопротивления канала разряда при малых длинах каналов и высоких напряжениях. Они также дают наиболее точное описание того, как форма и крутизна фронта волны разрядного тока изменяются с длиной разрядного канала [6].

В качестве физической модели ЭСР примем модель (предварительно заряженного) идеального проводника (сфероида) (рис. 1) [6]. Разрядка начнется, когда расстояние h уменьшится до определенного значения, и этот момент времени взять за $t = 0$.

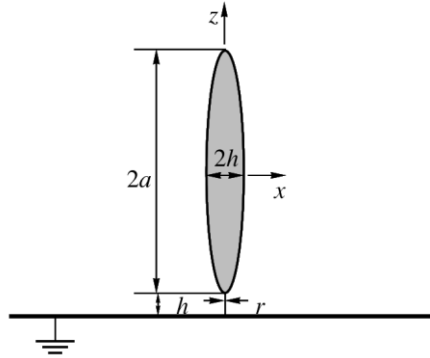


Рисунок 1– Физическая модель ЭСР: h – высота сфероида над разряжаемым объектом, a – высота сфероида, r – радиус сфероида, x – направление

Будем считать, что тело движется с такой малой скоростью, что распределение заряда по телу в момент $t = 0$ не зависит от скорости. Распределение определяет начальное состояние системы при $t = 0$.

Постановка задачи

В настоящем исследовании использована модель Ромпе-Вейзеля, и разработка алгоритма прогнозирования динамики ЭСР требует решить задачу в трех этапах:

1. Решение электростатической задачи, т.е. определение распределения плотности поверхностного заряда на теле для заданного расстояния между телом и плоскостью.
2. Моделирование канала разряда по закону Ома:

$$\vec{J}_{ch}(\vec{r}, t) = \sigma(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (1)$$

где $\vec{J}_{ch}(\vec{r}, t)$ – плотность тока, $\vec{E}(\vec{r}, t)$ – полное электрическое поле, что учитывает как самоиндукцию канала, так и излучение от тела и плоскости, $\sigma(\vec{r}, t)$ – нелинейная проводимость, оказывающая влияние на электрическое поле в канале, которая должна быть получена из формулы Ромпе-Вейзеля (2):

$$R(t) = \frac{h}{\sqrt{2a_R \int_0^t I_{ch}^2(t') dt}}, \quad (2)$$

где $R(t)$ — сопротивление канала, Ом; h — длина канала, м; $I_{ch}(t)$ — ток канала, А; t — время, сек; $a_R = 1 \times 10^{-4} \text{ м}^2 \text{ В}^2 \text{ с}^{-1}$ — эмпирическая константа [8].

Уравнение (2) предполагает, что плотность тока и, следовательно, поле однородны вдоль канала, что подтверждается моделированием. Распределение тока и заряда на теле во время разряда определяется методом моментов, т. е. интегральным уравнением, зависящим от времени. Стартовыми условиями являются начальное распределение заряда по поверхности тела и плоскости.

3. Оценка электрических и магнитных полей вокруг сфероида (физическая модель ЭСР) методом основанной на использовании адаптивной нейро-нечеткой системы вывода (ANFIS). На данном этапе две ANFIS системы обучаются с использованием алгоритма

гибридного обучения. Выходом первого ANFIS является напряженность электрического поля E , а выходом второй нейронной сети является магнитное поле B .

При моделировании ЭСР учитывается тот факт, что, с одной стороны, электрическое поле, создаваемое зарядами и токами на теле и плоскости, изменяет сопротивление разрядного канала, а также величину и временной характер разрядного канала тока, но, с другой стороны, наличие разрядного тока приводит к запаздывающим изменениям распределения заряда и тока на теле и плоскости. Электростатическая энергия, накопленная на теле, таким образом, частично преобразуется в лучистую энергию, а частично рассеивается в канале разряда и в областях с плохой проводимостью на теле и плоскости.

Электростатическая задача

Найдем распределение заряда на теле, которое предполагается заряженным трибоэлектрически. По мере приближения тела к плоскости общий заряд тела остается постоянным до тех пор, пока не начнется разряд, но потенциал тела меняется со временем, потому что меняется и емкость системы тело–плоскость. Распределение заряда на теле также зависит от времени. Как известно, заряд имеет тенденцию накапливаться в областях, ближайших к плоскости, особенно это заметно при малых h . При разряде передний фронт импульса тока определяется начальным распределением заряда, т.е. чем большая доля исходного заряда содержится в области накопления, тем большее количество заряда покинет тело на начальном этапе разряда. При решении электростатической задачи применяем подход, разработанный Поповиди-Заридзе [17]. Данный подход аппроксимирует неизвестный потенциал тела вращения суммой потенциалов, создаваемых расположением эквивалентных зарядов. Это могут быть точечные заряды, расположенные на оси тела, или их можно рассматривать как кольцевые заряды с центром на оси, в зависимости от формы тела. В любом случае эквивалентные сборы рассчитываются методом коллокации с учетом граничного условия.

Точность вычислений оценена двумя способами:

- а) путем нахождения невязки L_2 по граничному условию;
- б) путем сравнения с аналитическим решением для сферы над идеально проводящей плоскостью.

Емкость сферы вычисляется по формуле:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \sinh(\mu) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sinh(\mu(n+1))}, \quad (3)$$

где $\mu = 0,5 \ln(\chi + \sqrt{\chi^2 - 1})$, $\chi = \frac{h_0^2 - 2R^2}{2R^2}$, $h_0 = 2(h + R)$, R – радиус сферы, h – расстояние между сферой и плоскостью, ϵ_0 — электрическая постоянная [18].

В таблице 1 показаны результаты расчета, где сравниваются значения емкости, полученные методом эквивалентного заряда и по аналитической формуле для различных h . Это указывает на то, что в данном конкретном случае результаты метода эквивалентного заряда согласуются со значениями, рассчитанными аналитически.

Таблица 1

h, м	Емкость, пФ		Ошибка, %
	метод эквивалентного заряда	аналитическая формула (2)	
0.1 x 10 ⁻³	612.18394	614.91047	0.443
0.1 x 10 ⁻²	486.81822	487.02538	0.425 x 10 ⁻¹
0.1 x 10 ⁻¹	360.10294	360.13178	0.801 x 10 ⁻²
0.1	239.66837	239.67225	0.162 x 10 ⁻²
0.1 x 10 ¹	149.14125	149.14245	0.807 x 10 ⁻³

0.1×10^1	116.40873	116.40971	0.772×10^{-3}
-------------------	-----------	-----------	------------------------

На рисунке 2 представлена зависимость емкости вытянутого сфероида в зависимости от расстояния от плоскости при длине большой и малой полуосей 31 и 5 см соответственно. Здесь емкость будет равна 13,549 пФ в пределе изолированного сфероида. Предположим, что сфероид имеет потенциал 10 кВ при $h = 1$ м. Если h уменьшить до 1,8 мм, тогда потенциал упадет до 7,3 кВ. При дальнейшем уменьшении h пробой будет происходить на воздухе при нормальных условиях.

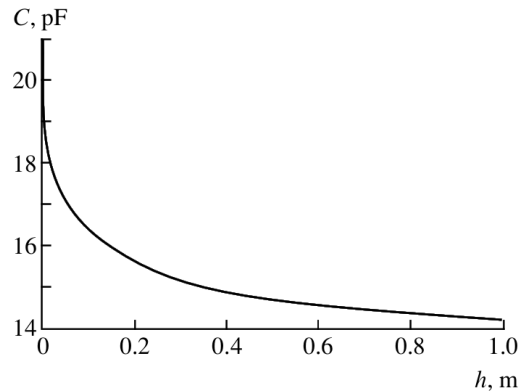


Рисунок 2– Емкость вытянутого сфероида в зависимости от расстояния от плоскости

На рисунке 3 показано типичное изменение плотности заряда на сфероиде в зависимости от расстояния вдоль его поверхности. При малых h накопление заряда делает электрическое поле сильно неоднородным по области разряда, поэтому требуется большая точность при расчете как стационарных, так и нестационарных полей [10].

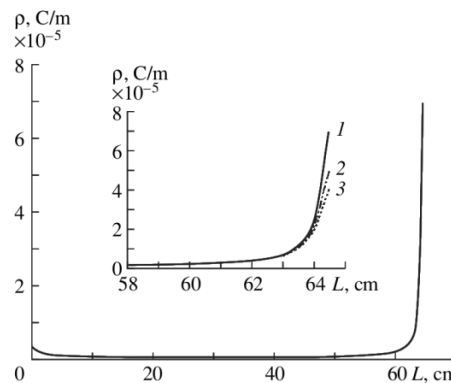


Рисунок 3 – Типичное изменение плотности заряда на сфероиде с расстоянием вдоль его поверхности при $U = 5$ кВ и $h = 0,82$ мм. На вставке показано такое же соотношение для нижней области сфероида при значениях $h = 0,82; 1,22; 1,63$ (мм)

Математическая модель электростатического разряда

Если структура, несущая заряд, распространяет поперечные электромагнитные волны (примерами являются коаксиальный кабель и двойная линия), разрядный ток может быть рассчитан в рамках теории линий передачи [10]. Однако это не относится к большинству практических структур, поэтому приходится иметь дело с краевыми задачами при вычислении полей и токов.

Предположим, что начальная плотность заряда $\rho_{нач}(\vec{r})$ известна для всех проводящих поверхностей. Плотность заряда в любой точке тела или плоскости и в любой момент разряда тогда разлагается как $\rho(\vec{r}, t) = \rho_{нач}(\vec{r}) + \rho_{возм}(\vec{r}, t)$, где $\rho_{возм}(\vec{r}, t)$ — зависящее от времени возмущения начальной плотности заряда. Плотность

поверхностного тока $\vec{J}(\vec{r}, t)$ связана с $\rho_{\text{возм}}(\vec{r}, t)$ уравнением неразрывности. Это также связывает плотность тока и заряда в канале разряда с поверхностными токами и зарядами в области разряда на теле.

Таким образом, процедура сводится к нахождению $\vec{J}(\vec{r}, t)$ областей разрядки и плотности тока $\vec{J}_{ch}(\vec{r}, t)$ в канале разряда, из которого плотности заряда, зависящие от времени, могут быть получены с помощью уравнения неразрывности.

Для двух плотностей тока математическая задача формулируется следующим образом:

— в предположении бесконечной проводимости $\vec{J}(\vec{r}, t)$ подчиняется интегральному уравнению

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = 2n \times \vec{H}(\vec{r}, \vec{t}) + \frac{1}{2\pi} \left(n \times \int_S \left\{ \frac{\vec{J}(\vec{r}', \tau)}{R} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \vec{J}(\vec{r}', \tau) \right\} \times \frac{\vec{R}}{R^2} \right) dS \quad (4)$$

$\vec{r} \in S$

где S — поверхности тела и его электрическое изображение, n — внешняя нормаль к поверхности, c — скорость света в свободном пространстве,

— в каждой точке канала разряда выполняется закон Ома

$$\vec{J}_{ch}(\vec{r}, t) = \sigma(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}_{\text{стат}}(\vec{r}) + \vec{E}_{\text{возм}}^{\rightarrow ch}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{\text{возм}}^{\rightarrow b}(\vec{r}, t) \quad (5)$$

$\vec{r} \in V_{ch}$

— перед разрядкой

$$f(\vec{r}, t) \leq 0: \begin{cases} \vec{J}(\vec{r}, t) = 0 \\ \vec{J}_{ch}(\vec{r}, t) = 0 \\ \rho_{\text{возм}}(\vec{r}, t) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Закон Кирхгофа распространяется на токи, протекающие через области разряда на теле и плоскости.

Уравнение (2) также можно рассматривать как интегральное уравнение для магнитного поля. Член $\vec{H}(\vec{r}, \vec{t})$ представляет собой магнитное поле на поверхности тела, обусловленное током, протекающим по разрядному каналу:

$$\vec{H}(\vec{r}, \vec{t}) = \frac{1}{2\pi} \left(\int_{V_{ch}} \left\{ \frac{\vec{J}_{ch}(\vec{r}', \tau)}{R} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \vec{J}_{ch}(\vec{r}', \tau) \right\} \times \frac{\vec{R}}{R^2} \right) dV_{ch} \quad (7)$$

$\vec{r} \in V_{ch}$

где V_{ch} — объем разрядного канала и его электрическое изображение относительно плоскости; $\vec{r}'$ — точка в области интегрирования; τ — время запаздывания: $\tau = t - R/c$, $R = |\vec{R}|$, $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$.

В уравнении (4) слагаемое $\vec{E}_{\text{стат}}(\vec{r})$ — стационарное электрическое поле, создаваемое зарядами непосредственно перед разрядом; именно это поле инициирует разряд. Термины — $\vec{E}_{\text{возм}}^{\rightarrow ch}(\vec{r}, t)$ и $\vec{E}_{\text{возм}}^{\rightarrow b}(\vec{r}, t)$ — переходные поля, излучаемые каналом и телом соответственно, они также находятся под влиянием плоскости. Поля связаны со своими источниками как

$$\vec{E}_{\text{возм}}^{\rightarrow ch}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{V_{ch}} \left\{ \mu \frac{1}{R} \frac{\partial J_{ch}(\vec{r}', \tau)}{\partial \tau} - \left[\frac{\rho_{ch}(\vec{r}', \tau)}{R} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \rho_{ch}(\vec{r}', \tau) \right] \frac{\vec{R}}{\varepsilon R^2} \right\} dV_{ch} \quad (8a)$$

$$\vec{E}_{\text{возм}}^b(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{V_{ch}} \left\{ \mu \frac{1}{R} \frac{\partial J(\vec{r}', \tau)}{\partial \tau} - \left[\frac{\rho_{ch}(\vec{r}', t)}{R} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial \tau} \rho(\vec{r}', \tau) \right] \frac{\vec{R}}{\varepsilon R^2} \right\} dS, \quad (86)$$

где ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно среды, которой считался воздух.

Так как предварительно заряженное тело представляет собой сфероид, на его поверхности зададим ортогональные координаты единичными векторами $\vec{n}_u = \frac{\vec{r}_u}{|\vec{r}_u|}$ и $\vec{n}_v = \frac{\vec{r}_v}{|\vec{r}_v|}$ таким образом, чтобы в любой момент $\vec{r}_u$ — касательный вектор к образующей сфероида ($\vec{r}_u = \partial \vec{r} / \partial u$, $\vec{r}_v = \partial \vec{r} / \partial v$, $\vec{r}_u \cdot \vec{r}_v = 0$).

В этой системе координат $J_v = 0$ и $J_u(\vec{r}, t)$ подчиняется уравнению

$$J_u(\vec{r}, t) = -2H_v^d(\vec{r}, t) \frac{1}{2\pi} \times \int_s \left(\frac{J_u(\vec{r}, \tau)}{R} - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial J_u(\vec{r}, \tau)}{\partial \tau} \right) G(\vec{r}, \vec{r}') dS \quad (9)$$

где $G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\vec{R}(\vec{n}_u \times \vec{n}_v)}{R^2}$.

Моделирование (9) выполнено на FEMM методом моментов во временной области с использованием дельта-функций в качестве базисных функций, а индуцированный заряд обрабатывался методом изображений. Расчеты проводились относительно однородной пространственно-временной сетки ($\Delta l \times \Delta l \times c \Delta t$). Дискретизированная версия уравнения (9) построена по методу Галеркина с разбиением тела на N_s зоны. Она решалась по методике, описанной в [8].

Результаты второго этапа представлены на рисунке 4 (a,b), где смоделированная динамика генерации магнитного поля показана в ближней зоне. Каждая панель

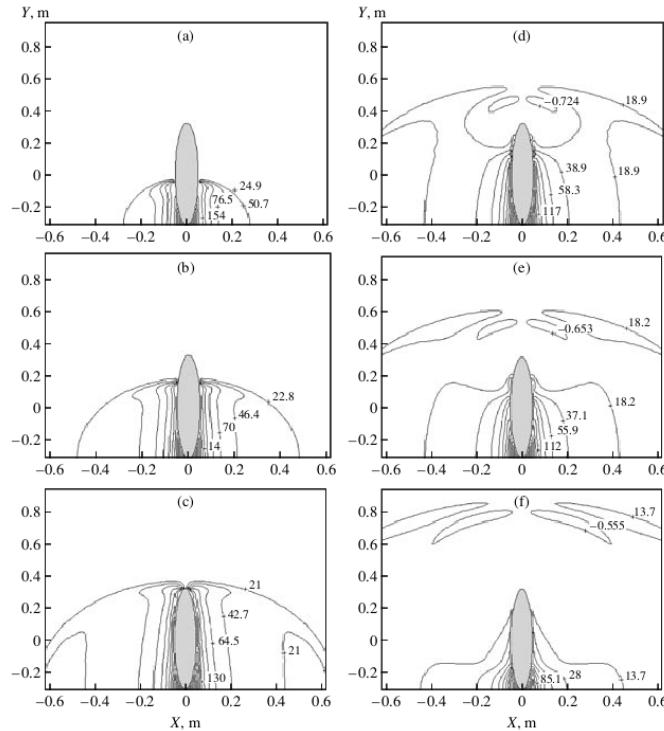


Рисунок 4 – Смоделированная динамика генерации магнитного поля ($V = 10$ кВ, $h = 0,625$ мм) в ближней зоне. Панели для $t = 1,3$ (a), $1,9$ (b), $2,6$ (c), $3,2$ (d), $3,4$ (e) и $4,3$ нс (f).

отображает кривые одинаковой величины поля в определенный момент времени. Образцы показывают, что волна магнитного поля сначала идет вверх вдоль оси тела, достигая высшей точки при $t = 2,1$ нс.

Как показано на рисунке 4 (с,d), магнитное поле состоит как из нисходящей поверхностной волны, так и из восходящей исходящей волны, которая наиболее сильна в направлениях около 30° к оси, имеет большое значение при исследовании электромагнитной совместимости.

Нисходящая волна оставляет после себя очень низкие уровни магнитного поля, на что указывают низкие токи на рисунке 4 (e,f). Течения остаются слабыми в промежутке между двумя последовательными волнами.

Модель адаптивной нейро-нечеткой системы вывода (ANFIS)

Архитектура и работа модели. Предположим, что нечеткая система Такаги-Сугено имеет m входов ($x_1, x_2, \dots, x_m$) и один выход t . Лингвистическими метками x_i являются $A_{1i}, A_{2i}, \dots, A_{ni}$. База правил содержит $p = n^m$ правил «если-то»:

$$\begin{aligned}
 R_1: & \quad x_1 \text{ is } A_{11} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{12} \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_{1m} \text{ то} \\
 & \quad f_1 = p_{11}x_1 + p_{12}x_2 + \dots + p_{1m}x_m + c_1 \\
 R_2: & \quad x_1 \text{ is } A_{21} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{22} \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_{2m} \text{ то} \\
 & \quad f_2 = p_{21}x_1 + p_{22}x_2 + \dots + p_{2m}x_m + c_2 \\
 & \quad \dots \\
 R_k: & \quad x_1 \text{ is } A_{k1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{k2} \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_{km} \text{ то} \\
 & \quad f_k = p_{k1}x_1 + p_{k2}x_2 + \dots + p_{km}x_m + c_k \\
 & \quad \dots \\
 R_p: & \quad x_1 \text{ is } A_{p1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{p2} \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_{pm} \text{ то} \\
 & \quad f_p = p_{p1}x_1 + p_{p2}x_2 + \dots + p_{pm}x_m + c_p.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Число лингвистических правил равно $P = n^m$.

Эквивалентная архитектура ANFIS состоит из 5 слоев [11, 12] (ANFIS типа 3), как показано на рисунке 5.

Слой 1. Выходы этого слоя представляют собой нечеткую степень принадлежности входов $\mu_{A_{ij}}(x_j)$. Если взять функцию принадлежности в форме колокола, $\mu_{A_{ij}}(x_j)$ определяется выражением:

$$\mu_{A_{ij}}(x_j) = \frac{1}{1 + \left[\left(\frac{x_j - a_{ij}}{c_{ij}} \right)^2 \right]^{b_{ij}}}, i=1\dots n, j=1\dots m \tag{11}$$

где a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} — параметры функции принадлежности или параметры предпосылки.

Функция принадлежности Гаусса определяется следующим образом:

$$\mu_{A_{ij}}(x_j) = e^{-\frac{(c_{ij} - x_j)^2}{2\sigma_{ij}^2}}, i=1\dots n, j=1\dots m, \tag{12}$$

где a_{ij}, σ_{ij} — центр и ширина нечеткого множества A_{ij} .

Слой 2. Каждый узел в этом слое является фиксированным узлом. Выход узлов можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \mu_{A11}(x_1) \cdot \mu_{A12}(x_2) \dots \mu_{A1m}(x_m) \\
 u_2 &= \mu_{A21}(x_1) \cdot \mu_{A22}(x_2) \dots \mu_{A2m}(x_m) \\
 u_k &= \mu_{Ak1}(x_1) \cdot \mu_{Ak2}(x_2) \dots \mu_{Akm}(x_m) \\
 u_p &= \mu_{Ap1}(x_1) \cdot \mu_{Ap2}(x_2) \dots \mu_{Apm}(x_m)
 \end{aligned} \quad (13)$$

Узлы отмечены кружком и обозначены буквой П.

Слой 3. Выход каждой фиксированной метки узла с N может быть представлен как:

$$\bar{u}_i = \frac{u_i}{\sum_{i=1}^p u_i} \quad (14)$$

Слой 4. Каждый узел в этом слое представляет собой квадрат. Выходы этого слоя задаются следующим образом:

$$\bar{u}_i f_i = \bar{u}_i \left(\sum_{j=1}^m p_{ij} x_j + c_i \right) \quad (15)$$

Слой 5. Выходные данные ANFIS можно представить в виде:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^p \bar{u}_i f_i}{\sum_{i=1}^p \bar{u}_i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^p \bar{u}_i} \sum_{i=1}^p \bar{u}_i \left(\sum_{j=1}^m p_{ij} x_j + c_i \right) \quad (16)$$

В [15] алгоритм гибридного обучения используется для обновления параметров. Для адаптации параметров предпосылки a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} используется метод градиентного спуска. Метод наименьших квадратов используется для обновления последующих параметров [16].

ANFIS обучается в автономном режиме с использованием обучающего набора $P = \{p_1, p_2, \dots, p_r\}$. Каждый элемент набора $p_k = (x_k, t_{zk})$ определяется входным вектором желаемой реакцией t_{zk} .

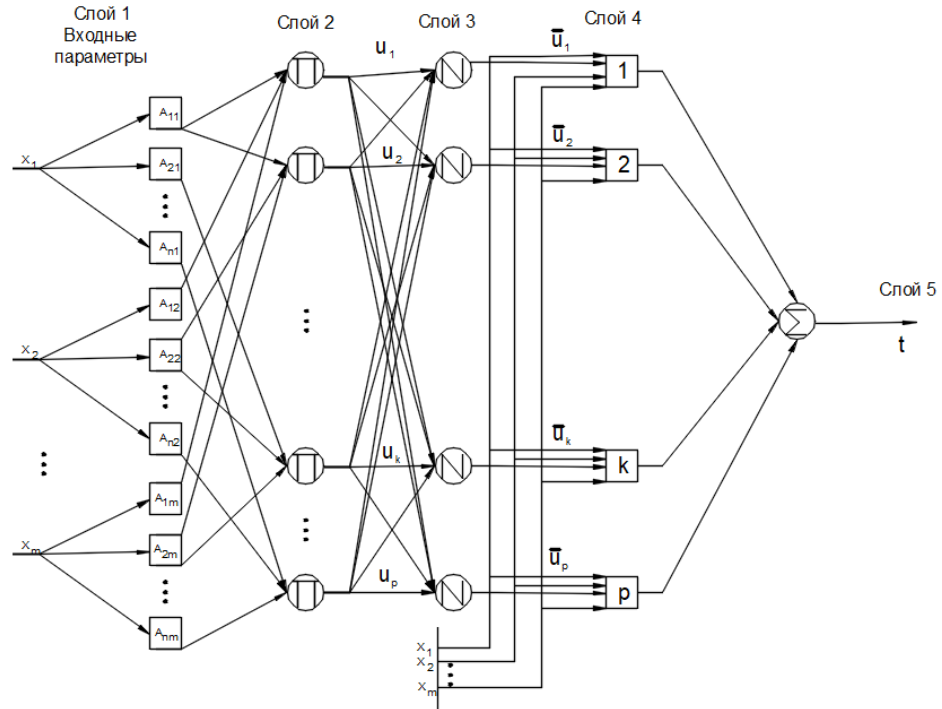


Рисунок 5 – Архитектура m -входной ANFIS с p - правилами

В данной работе использовался трехвходовый, одновыходной ANFIS. Входы и выходы ANFIS следующие:

- Входные данные: координата a (высота сфероида), координата h (высота сфероида над разряжаемым объектом) и координата r (радиус сфероида) (рис. 1.).
- Выход: каждый из двух ANFIS имеет одну выходную переменную (электрическое поле E (кВ/м) и плотность магнитного потока B (мГс)).

Алгоритмы ANFIS реализованы с использованием набора инструментов MATLAB fuzzy.

После процесса выбора входных данных результаты МКЭ вертикальной конфигурации системы, показанной на рисунке 1, используются для создания подходящей обучающей базы данных для ANFIS с использованием гибридного алгоритма обучения. Набор обучающих данных представляет собой значения амплитуд электрического и магнитного полей (E и B) [17].

На рисунке 6 показаны функции принадлежности входных переменных h , a и r для электрического поля E и магнитного поля B после настройки параметров с использованием процедуры гибридной оптимизации в процессе обучения ANFIS. В качестве функции принадлежности в модели ANFIS использована функция Гаусса [17].

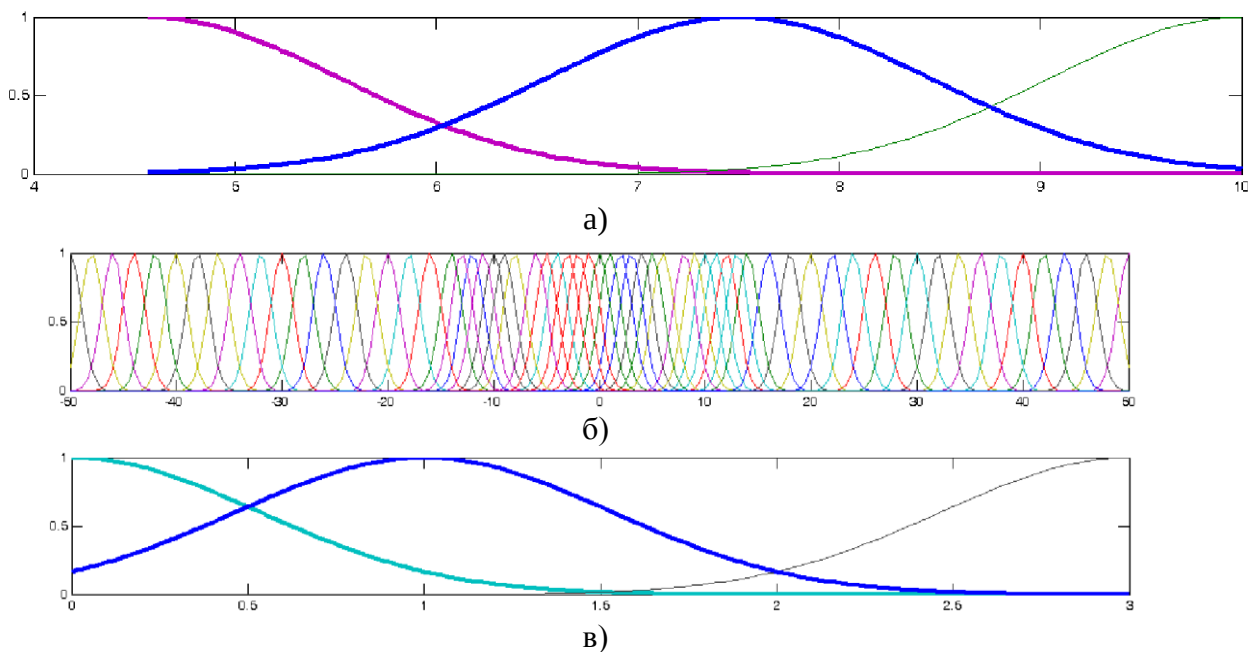


Рисунок 6 – Функции принадлежности входных переменных: а) a (высота сфероида), б) h (высота сфероида над разряжаемым объектом) в) r (радиус сфероида) после обучения

Результаты моделирования

Результаты моделирования представлены в таблице 2 и на рисунке 7, где показаны напряженности электрического поля и магнитного поля для различных вариантов положения рассматриваемой задачи электромагнитного поля, полученные с помощью FEMM и ANFIS

Таблица 2

h , (м)	a , (м)	r , (м)	МКЭ		ANFIS		Абсолютные ошибки	
			E (кВ/м)	B (мГ)	E (кВ/м)	B (мГс)	e_E (%)	e_B (%)
5	3	0,5	1.8300	63,8430	1,8268	63,5079	0,1765	0,5249
5	13	0,5	0,0443	26.5300	0,0451	26,5867	1,9079	0,2137
5	25	0,5	0,0340	7,9878	0,0348	8.0051	0,0235	0,2167
5	11	2	0,3018	40.6820	0,3078	40.7313	1,9916	4,8588

5	17	2	0,0289	19.4310	0,0291	19.4921	0,3886	0,3143
5	33	2	0,0279	3,6222	0,0280	3,6280	0,0433	0,1608
7,5	5	0,5	1,2235	29.4810	1.2002	28,6869	1,9026	2,6935
7,5	15	0,5	0,1223	20.3210	0,1257	20.1934	2,7899	0,6282
7,5	29	0,5	0,0328	5.3832	0,0329	5.3929	0,0030	0,1804
7,5	9	2	0,5230	19.5370	0,5332	19,8639	1,9514	1,6733
7,5	21	2	0,0346	12.1540	0,0345	12.1791	0,0340	0,2068
7,5	35	2	0,0249	3.0724	0,0247	3.0769	0,0080	0,1459
10	1	0,5	1,233	25,5150	1.0181	25.3388	0,5118	0,6907
10	19	0,5	0,0693	11,5660	0,0696	11.5631	0,4269	0,0252
10	27	0,5	0,0425	6.2074	0,0426	6.2160	0,1132	0,1388
10	7	2	0,7013	13.0960	0,7018	13.2593	0,0723	1.2470
10	23	2	0,0473	8,7085	0,0474	8,7196	0,1556	0,1270
10	45	2	0,0150	1,4492	0,0152	1.4503	0,0133	0,0790

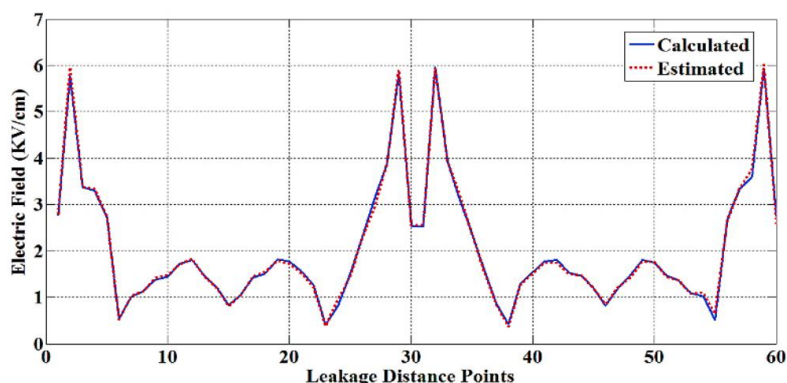


Рисунок 7– Значения электрического поля на горизонтальном профиле расчетов вертикальной конфигурации с помощью FEMM и ANFIS

На рисунке 8 представлено распределение электрических полей, полученное с помощью ANFIS на разные уровни напряжения:

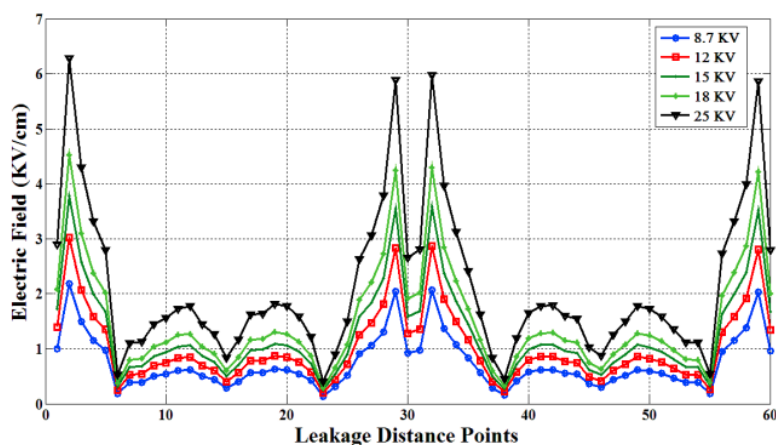


Рисунок 8 – Распределение электрического поля в зависимости от координат узла в точках (h)

Производительность ANFIS проверяется во второй геометрии, для которой ANFIS не обучен. Соответствующее решение FEMM также получено для сравнения результатов ANFIS. Новая геометрия изменена для конфигурации проводников, где рассматривается плоская (горизонтальная) конфигурация.

В таблице 3 обобщены результаты испытаний для нескольких случаев новой конфигурации, в которых сравнивались расчеты E и B с помощью ANFIS и МКЭ.

Таблица 3 представляет напряженность электрического поля и магнитного поля для случая горизонтальной конфигурации рассматриваемой задачи об электромагнитном поле, полученная с помощью FEMM и ANFIS.

Таблица 3

МКЭ		ANFIS		е E (%)	е в (%)
$E(кВ/м)$	$B(мГ)$	$E(кВ/м)$	$B(мГ)$		
6.3043	510.8300	6.1316	496.0659	2,7393	2,8902
2,3883	222,6600	2,4417	223.7100	2.2351	0,4716
0,8723	66.2820	0,8819	66,6666	1.1009	0,5803
0,5367	40.1160	0,5409	40.4319	0,7895	0,7876
0,2283	17.7490	0,2297	17,8528	0,6058	0,5848
0,0860	6,8794	0,0863	6.9029	0,3555	0,3413
0,0508	2.1753	0,0510	2.1793	0,2695	0,1826

Для новой конфигурации средняя абсолютная ошибка между МКЭ и ANFIS составляет 0,5396% и 0,4353% для рассматриваемых задач электрического поля и магнитного поля соответственно. На рисунке 9 показан горизонтальный профиль электрического поля и магнитного поля в зависимости от координаты узла в воздухе для нового случая (горизонтальная конфигурация), рассчитанный с помощью FEMM и ANFIS. В обоих случаях ясно, что ANFIS удовлетворительно следует результатам FEMM.

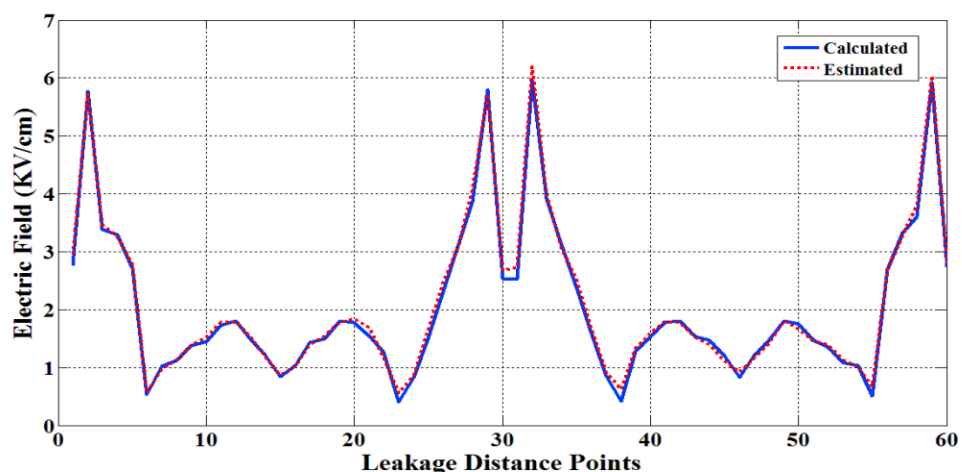


Рисунок 9 – Значения электрического поля на горизонтальной конфигурации, расчеты по FEMM и ANFIS

В ходе исследования процесса разрядки выявлено, что при вертикальной конфигурации модели ЭСР значения электрических и магнитных полей имеют два пиковых момента в сравнении с горизонтальной конфигурацией. Это означает, что при оценке электромагнитной совместимости и исследовании ЭСР требуется учитывать не только стандартные параметры (зарядное напряжение, время нарастания, максимальный разрядный ток, токи при различном значении времени, расстояние, материалы, влажность) но и направление, и конфигурацию разряда.

Заключение

Результаты исследований показывают, что ANFIS может использоваться для решения проблем оценки электрических и магнитных полей токов ЭСР. Подходящая модель ANFIS разработана и обучена для некоторых случаев конфигурации этой проблемы. В исследовании производительность ANFIS была проверена для двух случаев конфигурации, которые значительно отличались от случаев, используемых для обучения. Из результатов испытаний можно сделать вывод, что результаты моделирования,

представленные в работе, показывают, что применение ANFIS к аппроксимации электромагнитного поля дает удовлетворительные результаты. Тест ANFIS очень хорошо согласуется с результатами, полученными методом МКЭ. Максимальная абсолютная ошибка менее 4%.

Литература

1. J. Weiss and Z. Csendes, "A one-step finite element method for multiconductor skin effect problems," IEEE Trans. Power Appart. Syst., vol. PAS-101, no. 10, pp. 3796-3803, Oct. 1982.
2. D. Labridis and P. Dokopoulos, "Finite element computation of field, losses and forces in a three-phase gas cable with nonsymmetrical conductor arrangement," IEEE Trans. Power Delivery, vol. PWDR-3, pp. 1326-1333, Oct. 1988
3. I. G. Damouis, K. J. Satsios, D. P. Labridis, P. S. Dokopoulos, "A fuzzy logic system for calculation of the interference of overhead transmission lines on buried pipelines", Electric Power Systems Research, vol. 57, pp. 105-113, 2001.
4. I. G. Damouis, K. J. Satsios, D. P. Labridis, P. S. Dokopoulos, "Combined fuzzy logic and genetic algorithm techniques-application to an electromagnetic field problem", Fuzzy sets and systems, vol. 129, pp. 371-386, 2002.
5. T. I. Maris, L. Ekonomou, G. P. Fotis, A. Nakulas, E. Zoulias, "Electromagnetic field identification using artificial neural networks", Proc. of the 8th Conference on 8th WSEAS International Conference on Neural Networks - Volume 8, Canada, pp.84-89, 2007.
6. R. G. Olsen and P. S. Wong, "Characteristics of Low Frequency Electric and Magnetic Fields in the Vicinity of Electric Power Lines", IEEE Trans. on Power Delivery, Vol. 7, No. 4, pp. 2046-2055, 1992.
7. S. Reitzinger, U. Schreiber, and U. V. Rienen, "Electro-quasi-static calculation of electric field strength on high-voltage insulators with an algebraic multigrid algorithm," IEEE Trans. Magn., vol. 39, pp. 2129-2132, 2003.
8. Hasselgren L., Moller E., Hamnerius Y., "Calculation of Magnetic Shielding of a Substation at Power Frequency Using FEM", IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 9, No. 3, 1994.
9. G.B. Iyyuni and S.A. Sebo, "Study of Transmission Line Magnetic Fields," Proceedings of the Twenty-Second Annual North American, IEEE Power Symposium, pp.222-231, 1990.
10. Ministry of Electricity, Iraq, "Iraq Super Grid Projects 132 kV Single and Double Circuit Steel Tower Transmission Lines", Volume 1 Technical Specification, 2006.
11. J.-S. R. Jang, "ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference Systems", IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. 23, No. 3, pp. 665-685, 1993.
12. R. Jang, "Input selection for ANFIS learning," in Proc. 5th IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems, Sep. 8-11, 1996, vol. 2, pp. 1493-1499.
13. G. Capizzi, G., S. Coco, A. Laudani, "A Neural Network tool for the prediction of electromagnetic field in urban environment", Proc. of the 12th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, pp. 60, 2006
14. Бакасова, А. Б., Асан уулу, А., (2022). Обзор альтернативных подходов к моделированию электромагнитной обстановки на высоковольтной электрической подстанции. Проблемы автоматизации и управления, №2 (44), 4–14. извлечено от <https://imash.kg/jrn/index.php/pau/article/view/307>.
15. Верзунов С. Н. (2022) СИСТЕМА ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ COVID-19 ПО КТ-СНИМКАМ. Проблемы автоматизации и управления, №3 (45), 119–134. извлечено от <http://pau.imash.kg/index.php/pau/article/view/396/295>

16. Бакасова, А., & Асан уулу, А. (2022). Применение нейронных сетей в задачах электромагнитных помех. Проблемы автоматизации и управления, №1 (43), 95–103. извлечено от <https://imash.kg/jrn/index.php/pau/article/view/259>.

17. Бакасова, А., & Асан уулу, А. (2022). МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО РАЗРЯДА И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ Проблемы автоматизации и управления, №3 (45), 159–166. извлечено от <http://pau.imash.kg/index.php/pau/article/view/387/299>

УДК 004.056.5

*Д.А. Саяков, daniyar.sayakov@yandex.ru**Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Москва*

ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ ЦИФРОВОЙ ВАЛЮТЫ И ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ В КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКЕ

Обосновывается актуальность процесса трансформации всей мировой экономики в так называемую цифровую экономику. Рассматриваются вопросы исследования и всестороннего анализа процессов цифровой трансформации. На конкретных примерах анализируются особенности развития цифровых валют в мире. Анализируется процесс формирования криптовалюты на примере Bitcoin и возможные атаки на нее. Рассматриваются некоторые аспекты применения цифровой валюты для решения экономических проблем в КР на фоне стремительной эволюции денежных форм и возможные издержки, влияющие на стабильность экономического развития страны.

Ключевые слова: анонимность, атаки на цифровые валюты, блокчейн, биткойн, государство, криптовалюта, криптокошелек, майнинг, распределенный реестр, цифровая валюта, цифровая экономика, CBDC, e-CNY, e-SOM.

Введение

Известно, что использование криптографии для конфиденциальности платежа появилось еще в Нидерландах компанией DigiCash, которая была основана Дэвидом Чаумом в 1989 году, то есть за 20 лет до появления биткойна. Ее особенность заключалась в технологии «слепая подпись», созданной Дэвидом Чаумом, и которая позволяла сохранить конфиденциальность при совершении транзакций, то есть в этом случае банки не знали, куда направляются средства, но при этом могли удостовериться в подлинности банкнот.

В виду отсутствия в эти годы необходимого уровня освоения бизнесом интернета вышеупомянутый проект не получил своего соответствующего развития, что в итоге привело в 1999 году к банкротству компания DigiCash[1].

Следует отметить, что сам термин «криптовалюта» появился вместе с системой «Биткойн», которая в свою очередь была создана Сатоши Накамото. Если анонимные платежи Дэвида Чаума были централизованы, то биткойн был децентрализован и не был привязан к какой-либо стране или банку, что фактически обеспечивало невозможность его подделки и соответствующий уровень его устойчивости к процессам инфляции.

Криптовалюта считается децентрализованной цифровой формой валюты, которая, несмотря на цифровой формат, имеет определенную ценность и может использоваться для покупки и продажи товаров. При этом она также действует как актив, который может принести долговременный доход. Кроме того, криптовалюта фактически является основой системы участников, обладающих равными правами, позволяющей любому пользователю независимо от места его нахождения отправлять и получать платежи. Как правило, подобные системы, позволяющие проводить платежи в криптовалютах, существуют в цифровом виде и описывают конкретные транзакции, а соответствующие операции происходят не с физическими деньгами.

Криптовалюту стоит определять как виртуальную валюту на основе узловой сети и алгоритма шифрования. Основные характеристики цифровой валюты в основном отражают три аспекта:

- 1) не выпускается организацией, поэтому никто не может контролировать ее выпуск, так как она исходит из некоторых открытых алгоритмов;
- 2) общее количество криптовалюты фиксировано. Определяется количество алгоритмических решений;
- 3) торговый процесс криптовалюты достаточно безопасен.

На данный момент с появлением криптовалюты возникли и проблемы в сфере противодействия отмыванию денег и финансированию терроризма, которые напрямую

были связаны с возможностью обеспечения анонимности клиентов, что в итоге существенно усложнило противодействие обороту наркотиков и оружия, незаконной миграции людей. Единственным решением для специалистов информационной безопасности стала некоторая брешь в транзакциях, а именно в счетах клиентов, так как для открытия счета клиенту требовалось идентифицировать себя или хотя бы представить какую-нибудь информацию о себе, местоположении, об электронной почте. Благодаря этому уже не требовалось просматривать отдельную транзакцию, стало достаточно просмотреть цепочку транзакций и выявить начало и конец транзакции, а также отслеживать форумы в Даркнете и, сопоставив все имеющиеся данные, определить нарушителя. Но так как децентрализованность является сильной стороной криптовалюты, то появилась необходимость у стран создания своей собственной централизованной криптовалюты, поэтому было принято решение о создании третьей формы в валютной системе – цифровой валюты.

Особенности развития цифровых валют в мире

Цифровая валюта, создаваемая центральными банками своих стран, является полноценной национальной валютой, ценность которой подкреплена производимыми технологиями, ресурсами, золотым запасом страны.

Все страны мира желают разработать централизованную цифровую валюту. На 2022 год только несколько стран разработали или находятся на стадии тестирования цифровой валюты в своей стране.

Коренное отличие цифровой валюты от криптовалюты в том, что все физические и юридические участники экономической среды страны должны воспринимать ее как законное платежное средство.

В зависимости от взаимосвязи между криптовалютой и реальной экономикой вместе с реальной валютой ее можно разделить на три категории:

1. Она полностью закрыта, не имеет ничего общего с реальной экономикой и может использоваться только в конкретных виртуальных сообществах.
2. Вы можете купить ее в реальной валюте, но не выкупать обратно. Вы можете использовать ее для покупки виртуальных товаров и услуг.
3. Ее можно обменять и использовать в реальной валюте в определенном соотношении. Вы можете купить виртуальные товары и услуги, а также реальные товары и услуги, такие, как биткойн.

Широкое признание криптовалюты и возможность выполнения ею функции денег ослабляет не только эффективность денежно-кредитной политики, но и фактически затрудняет ее формирование. Поскольку выпуск криптовалюты является нерегулируемым, то это дестабилизирует наличные деньги, находящиеся в обращении. Кроме того, власти не могут контролировать выпуск и обращение криптовалюты, что приводит к невозможности точно оценить функционирование экономики.

К тому же такие существующие негативные явления, как кибератаки на пользовательские терминалы, связанные с цифровой валютой, вызывают колебания валютных курсов, что влияет на финансовый порядок и экономику. Следует отметить, что криптовалюту, основанную на технологии блокчейн, обычно изначально держат несколько человек. Пример, первые покупки биткойна в мае 2010 года составили 10 000 BTC, чтобы купить пиццу за 25 долларов, и цена каждого биткойна более трех лет в конце 2013 года выросла до 1200 долларов[1].

Несмотря на все эти факторы, криптовалюта уже считается признанной широкой общественностью, а с заменой законного платежного средства ее использование значительно увеличилось.

В качестве наглядного примера рассмотрим особенности развития цифровой валюты КНР, опыт решения различных вопросов которой в этой сфере может быть использован соответствующими структурами государственного управления КР.

В мировой практике известно, что в 2014 году в КНР жителям пяти провинций

раздали посредством лотереи цифровой юань (e-CNY). Жители использовали e-CNY в магазинах, которые на тот момент принимали его в рамках практического применения. В настоящее время КНР и ОАЭ работают над проектом обмена платежей между странами цифровой валюты. Успех данного проекта позволит странам мира отказаться от доллара как мировой валюты.

Кроме того, e-CNY является законной электронной валютой КНР. Он разработан и тестируется центральным банком КНР и предназначен в основном для использования частных, малообъемных покупок и транзакций.

В 2020 году началось тестирование в четырех районах КНР (Шэньчжэнь, Сучжоу, Чэнду и Сюньань) для улучшения функциональности валюты. Области тестирования включали проверку надежности, стабильности, простоту обращения валюты и нормативные проблемы, такие как предотвращение легализации денег, уклонение от уплаты налогов и финансирование терроризма. В этом случае e-CNY мог быть переведен на банковские счета или использоваться у определенных продавцов и контролироваться в приложениях на смартфоне.

На 2021 год более 100 000 загрузили приложения, которые были разработаны банками, включая шесть государственных банков. Электронный юань e-CNY можно потратить в магазинах, а также в онлайн-магазинах. Местные органы власти в партнерстве с частным бизнесом распределили более 150 миллионов юаней в качестве стимула для привлечения тестовых пользователей цифровых юаней и стимулирования потребления.

На апрель 2021 года тестирование расширилось еще на шесть провинций: Шанхай, Хайнань, Чанша, Сиань, Циндао и Далянь.

В конце 2021 года в расширенном испытании участвовал 261 миллион клиентов, которые совершили транзакции на 13,8 миллиарда долларов США.

31 марта 2022 года Народный банк КНР расширил тестирование до шести регионов: Тяньцзинь, Чунцин, Гуанчжоу, Фучжоу, Сямынь и шесть городов провинции Чжэцзян, в которых проводятся Азиатские игры 2022 года (Ханчжоу, Нинбо, Вэньчжоу, Хучжоу, Шаосин и Циньхуа). Другое новостное заявление НБК показывает, что города Пекин и Чжанцзякоу также включены в список испытаний после зимних Олимпийских игр 2022 года.

Электронный юань e-CNY имеет ту же оценку, что и сам юань. В отличие от многих других валют юань является валютой с фиксированным обменным курсом, а не свободно плавающей валютой, стоимость которой определяется рынком. Стоимость юаня привязана к валютным корзинам, таким, как индекс юаня китайской системы торговли иностранной валютой, который включает в себя ряд передовых рыночных валют, в том числе доллар США и евро.[2]

В настоящее время существуют критерии, определяющие преимущества цифровой валюты[3]:

1. *Мгновенные платежи.* Можно совершать быстрые платежи, в отличие от текущих средств переводом с одного банка на другой, когда для подтверждения транзакции финансовым учреждениям требуется некоторое время.

2. *Дешевое предоставление бюджетных средств.* Более быстро и дешево благодаря цифровым валютам.

3. *Круглосуточный доступ.* Текущие денежные переводы занимают много времени в выходные и в нерабочее время, так как банки закрыты и не могут подтвердить транзакции. Транзакции цифровой валютой будут с одинаковой скоростью 24 часа в сутки, семь дней в неделю.

4. *Условия санкций и изолированности.* Страна с CBDC (CentralBankDigitalCurrency– цифровая валюта центрального банка) получает доступ к своим деньгам и проводит оплату своих счетов без дополнительных сборов.

5. *Эффективная выплата правительством денег.* Мгновенные платежи, такие, как возврат налогов, пособия на ребенка и продовольственные талоны.

Наряду с преимуществами цифровая валюта обладает и определенными недостатками [4]:

1. *Разнообразие вариантов.* В мире имеется большое количество различного рода криптовалют, и все они имеют свои собственные ограничения. Требуется время для определения подходящих сценариев цифровых валют, предназначены ли некоторые из них для массового внедрения.

2. *Изменяемость обучения пользования.* Система должна быть простой, чтобы выполнять задачи с открытием счета и безопасного хранения активов.

3. *Дороговизна денежных операций.* CBDC не требует решение сложных уравнений.

4. *Изменение курса валют.* CBDC – намного стабильнее и как бумажная валюта не подвержена колебанию.

5. *Медленный прогресс.* Если правительство решит его создать, будут расходы, связанные с его разработкой.

Цифровой юань отличается от других цифровых валют характеристиками анонимности и неотслеживаемости. Цифровой юань использует контролируемый механизм анонимности. Народный банк Китая обладает полной информацией и может использовать многочисленные данные, искусственный интеллект и другие технологии для анализа данных о транзакциях и потоков капитала. Незаконные и преступные действия, такие как финансирование терроризма и уклонение от уплаты налогов, могут эффективно поддерживать финансовую стабильность.[6]

Формирование криптовалюты на примере Bitcoin и возможные атаки на нее

Проблема криптовалюты в том, что она существует исключительно в виде цифровых записей в онлайн-базе данных, описывающей конкретные транзакции. При переводе криптовалютных средств транзакции записываются в публичный реестр. Криптовалюта хранится в цифровых кошельках.[8]

Для понимания работы рассмотрим пример процесса майнинга Bitcoin. Каждый раз, когда происходит транзакция, майнер криптовалюты, который также служит узлом на блокчейне, на котором происходят эти транзакции, пытается расшифровать блок, содержащий информацию о транзакции. Например, если «Person Y» хочет отправить 0,1 биткойна «Person Z», то майнеры на блокчейне Bitcoin соревнуются за то, чтобы первыми расшифровать блок, содержащий информацию о транзакции. [9]

Расшифровка блока не только раскрывает цепочку транзакций, но и представляет информацию о том, кто, кому отправил сколько биткойнов, в какое время и дату. После того как блок был расшифрован и принят большинством узлов в блокчейне как подлинный, блок добавляется в блокчейн. [9]

Процесс проверки довольно ресурсоемкий со стороны требуемой вычислительной мощности. Таким образом, этот процесс считается слишком дорогим, и поэтому майнеры присоединяются к пулам, чтобы коллективно использовать вычислительную мощность. При этом существует определенный уровень конкуренции за расшифровку блоков. Наличие такой конкуренции определяется механизмами вознаграждения, то есть за свои услуги майнер криптовалюты вознаграждается долей новых единиц криптовалюты. Иными словами, майнерам платят криптовалютой, которую они выбирают для майнинга, то есть если майнер решит расшифровать блок биткойна, то он будет выплачен в биткойнах.

Следует отметить, что при объединении своих ресурсов увеличивается шанс на успех, но в то же время награда будет разделена между всеми участниками процесса майнинга, что порождает соответствующие проблемы [9].

420 миллионов пользователей криптовалют, более чем 12 000 криптовалют по всему миру и оценочной стоимостью в 2,2 миллиарда долларов США к 2026 году, рынок цифровых валют быстро растет. [10] Однако этот быстрый рост сделал его мишенью для кибератак, стремящихся обмануть жертвы. В связи с тем, что Bitcoin, Ethereum и Tether

имеют рыночную капитализацию в 330,6 млрд. долл. США, 152,6 млрд. долл. США и 68,2 млрд. долл. США соответственно, криптовалютные трейдеры и кошельки становятся привлекательной мишенью для хакеров, вследствие чего платформа данных Blockchain Chainanalysis сообщила, что по состоянию на 2022 год криптохакеры украли в общей сложности 3,8 миллиарда долларов криптовалюты. Надо помнить работу криптокошельков и трейдеров, это все программа, в которой могут быть уязвимости, в связи с чем возрастает риск для атаки на активы, которыми являются персональные данные пользователей, номера кошельков, баланс счета. Для снижения риска атаки разрабатываются меры по защите клиентов в виде программного кода, программно-аппаратного обеспечения и полностью аппаратного устройства, но следует помнить, что эти программы и устройства также имеют свои уязвимости и их тоже можно атаковать. В таблице ниже приводятся самые распространенные атаки на криптовалюту и на майнеров.

Таблица 1 – Распространенные атаки на пользователей криптовалют

Атаки	Описание атаки	Цель атаки	Тип атаки	Характеристика атаки
51%	Атака на блокчейн со стороны группы майнеров, которые контролируют более 50% хэшрейта майнинга сети	Двойные расходы; Получение вознаграждения за блок	Атака на большое количество пользователей	Задержка блоков; Контроль создания новых блоков
Атака Голдфингера	Конкретный тип атаки большинства; мотивация злоумышленника основана на некотором стимуле за пределами криптовалютной экономики	Свержение системы распределенного реестра биткоина в целом	Конкретные недоступные данные	Доминирование над общей скоростью хэширования сети можно отметить спросом на аренду (хороший хэш); покупку горного оборудования и т.д.
Хард-Форк	Блокчейн делится на две отдельные ветви после изменения правил системы	Создание новых правил протокола, ведущих к новой валюте	Конкретные доступные данные	Атака или спорная ситуация (конфликт сообщества)
Атака Сибил	Захватит сети, созданием нескольких учетных записей или запуская несколько узлов	Разрешение злоумышленникам проникнуть в маршрутизацию сообщений на оверлее блокчейна	Конкретные недоступные данные	Блокировка других пользователей в сети. Реализация атаки 51%
Угон DNS	Атака, при которой DNS-запросы неправильно разрешаются, чтобы неожиданно перенаправить пользователей на вредоносные сайты	Кража монет	Конкретные недоступные данные	Перехват DNS может оставить пользователей не осведомленными о том, куда они направляются с точки зрения использования определенных серверов во время интернет-сессии
Угон BGP	Незаконный захват групп IP-адресов путем повреждения таблиц интернет-маршрутизации, поддерживаемых с использованием протокола пограничного шлюза (BGP)	Двойные расходы	Конкретные недоступные данные	Задержка в распространении блоков
Атака затмения	В атаке затмения злоумышленник гарантирует, что все соединения цели будут сделаны с узлами, контролируруемыми	Нарушение информационного потока для создания преимуществ для проведения 51% атак	Конкретные недоступные данные;	Ползущий оверлей биткоинов

	злоумышленниками. Использует атаку sybil на оверлей блокчейна			
Атака на кошелек	Большая утечка идентификаторов кошелька, атака на кошелек может произойти различными способами, среди которых возможное нарушение основного протокола поставщика кошелька; угон DNS, фишинговые атаки, удаленная инъекция кода и т.д.	Кража монет	Могут быть как конкретные, так и неконкретные данные	Невозможность доступа к кошельку
DDoS	Распределенный отказ в обслуживании, когда злоумышленник делает машину или сетевой ресурс недоступным для предполагаемых пользователей	Ухудшает производительность криптовалютной биржи, снижение объема торговли может разрушить биржевую платформу	Могут быть как конкретные, так и неконкретные данные	Невозможность доступа к торговой платформе
Атака пыли	Подразумевает отправку крошечных объемов монет или токенов, т.е. Пыли , на тысячи и порой даже сотни тысяч адресов в сети криптовалюты	Атакующие таким образом хотят отслеживать транзакционные данные кошельков, чтобы отследить активность владельца адреса и деанонимизировать его	Могут быть как конкретные, так и неконкретные данные	Направленная фишинговая атака

По приведенным в таблице 1 сведениям можно сделать вывод о том, что изначально безопасность криптовалют преимущественно заключается в технологии блокчейн.

При этом следует отметить, что у каждого используемого алгоритма есть свои уязвимости, которые находят взломщики. Например, принцип безопасности, основанный на том, что информация о транзакциях подтверждается другими участниками сети, не знакомыми друг с другом, часто используется атакующими, перехватывающими информацию о транзакциях.

Применение цифровой валюты для решения экономических проблем КР

Принципиальной основой устойчивого существования любого государства является контроль за двумя областями: 1 – монополией на насилие (вооруженные силы, национальные гвардии, специальные службы, полиция и т.д.), т.е. любые легальные силовые способы разрешения ситуаций должны контролироваться исключительно государством и больше никем; 2 – монополией на эмиссию денег (или эквивалента денег), ключевыми функциями которых являются роль средства платежа и мера стоимости при осуществлении торгово-хозяйственного взаимодействия всех субъектов финансовой системы.

Стремительное развитие криптовалют бросает серьезный вызов устойчивости финансовых систем всех государств. Крипторынок вовлекает в себя все больше участников, в том числе крупных и институциональных, функциональные возможности и обороты которых заметно растут. С точки зрения экономики крипторынок представляет собой фактически серую зону, т.е. классическую теневую экономику. В этом случае криптовалюта бросает недвусмысленный вызов монополии государства на эмиссию денег.

Исходя из этого, можно сделать вывод о том, что любое государство заинтересовано в скорейшем уничтожении крипторынка и возвращении полного контроля за финансовыми потоками. В этом случае исключения составляют узкоспециализированные задачи из области спецслужб, при которых использование криптовалютных схем оправданно и необходимо. Принимая во внимание глобальный характер распространения криптовалют, а также весьма ограниченный на сегодняшний день инструментарий борьбы с ними (многие криптовалюты децентрализованы, их нельзя просто запретить), в качестве ответа рынку криптовалют можно противопоставить концепцию CBDC, которая позволит вытеснить криптовалюту из серой зоны, используя не тотальные запреты, а современный конкурентный подход.

В этом случае участникам финансовой системы предлагается схожий по ряду параметров продукт, который в перспективе должен отвоевать существенную долю рынка или полностью вытеснить криптовалюту.

В настоящее время доминируют в основном три технологии (модели) CBDC:

1. Model FI, подразумевающая доступ к новой валюте только банков и финансовых организаций.

2. Model EW, которая предполагает доступ к новой валюте, не только банков и финансовых организаций, но и крупных промышленных предприятий, причем доступ к валюте более мелких игроков может быть организован через специализированную биржу.

3. Model FI+, в которой доступ к новой валюте организуется через специализированную небанковскую организацию – оператора системы.

Анализируя мировой опыт в реализации технологий CBDC, сложно определиться с выбором конкретной технологии, эффективность применения которой не зависела бы от множества реальных социально-экономических факторов.

Принципиальное отличие валют CBDC от безналичной формы платежей в фиатной валюте государства состоит в большей степени контроля за транзакциями и источниками происхождения денег. Например, каждый перспективный цифровой CBDC- сом можно будет подписать и полностью отследить все его перемещения с момента создания.

Кроме того, следует отметить основные преимущества CBDC, которыми являются:

- низкая стоимость транзакций;
- высокая скорость транзакций;
- высокая прозрачность транзакций;
- снижение кредитных рисков;
- вывод части экономики из тени.

Естественно, что наряду с отмеченными преимуществами CBDC имеет и определенные недостатки:

- рост издержек, связанный с администрированием финансовой системы (CBDC не может заменить собой финансовую систему, а только дополняет её);
- необходимость идентификации и цифрового контроля (AML/KYC) требует существенной ревизии действующего законодательства;
- риск оттока ликвидности из банковского сектора;
- риск поставить банковский сектор на грань рентабельности, имея в виду развитие P2P(Procure-to-Pay) принципа платежей при работе с CBDC-валютой;
- риски взлома и кибератак.

Согласно данным Национального банка КР, цифровые сомы (e-SOMы) будут существовать в виде записей на счетах в коммерческих банках, то есть будут иметь уникальный цифровой код, который хранится в специальном цифровом кошельке. Операции с цифровым сомом будут происходить перемещением с одного цифрового кошелька на другой, и, как с бумажными деньгами, у каждого клиента может быть только один цифровой кошелек для хранения и проведения операций.

Вопросы внедрения e-SOMа определяются тем, как будет проходить оплата, какая будет конвертация, а также, в каком соотношении находятся курсы основных валют.

Решение этих вопросов определяется тем, что e-SOMы можно будет хранить в своих цифровых кошельках, обменивать их (в соотношении 1:1) на эквивалентную сумму наличных или безналичных сомов, проводить ими оплату в магазинах, переводить их на другие кошельки e-SOMa.[5]

Центральные банки каждой страны для введения в обиход граждан цифрового аналога национальных валют рассматривают цифровую валюту как третью форму, которая становится дополнением к уже существующим деньгам. В 2020 году Банк международных расчетов и ряд центральных банков написали рекомендации по внедрению цифровой валюты. Они выделили несколько критериев, которым она должна отвечать:

- дополнение фиатных валют, без замены;
- обеспечение безопасности для денежно-кредитной политики и финансовой стабильности;
- повышение развития инноваций в платежных системах и их эффективности.

Развитие и применение цифровых валют центральные банки начали исследовать около восьми лет назад. Первопроходцами являются Эквадор, Уругвай, также активно изучали этот вопрос и такие государства, как Норвегия и Швеция. В 2021 году, по данным Банка международных расчетов, 14% регуляторов мира тестировали возможности цифровых валют. Итогом стал переход Эквадора от нацвалюты на цифровую в 2000 году.

На евразийском пространстве же изучение вопроса внедрения цифровой валюты активно изучается в Казахстане и Российской Федерации и за ними следует Кыргызстан. Так, Национальный банк Кыргызстана анонсировал концепцию цифровой валюты, и сейчас идет разработка ее работоспособности.

Известно, что e-SOM будет иметь форму уникальных токенов, находящихся в цифровых кошельках клиентов на платформе цифрового сома. Он будет являться дополнительной формой кыргызского сома и сосуществовать наряду с наличными и безналичными сомами, то есть один наличный сом будет равняться одному безналичному, а они в свою очередь одному цифровому и обратно, что позволит пользователям спокойно переводить деньги из одной формы в другую. Но есть другая возможность, которая открывается для коммерческих банков, а именно брать комиссию за использование цифрового сома.

Несмотря на то, что криптовалюта работает по принципу децентрализованной системы, а цифровая валюта по принципу централизованной системы, цифровой сом, в свою очередь, будет совмещать эти два качества, то есть будет централизованная система с распределенными реестрами. При этом коммерческие банки будут иметь возможность для взаимодействия и работы с API цифрового сома, а журнал транзакций будет записан в национальном банке КР.

Защита конфиденциальности является одной из главных проблем использования цифровой валюты. Важно знать, что анонимность и полное раскрытие данных является тонкой гранью, разделяющей личную информацию пользователей, клиентов и борьбу с незаконной деятельностью. Отличительной чертой цифровой валюты от криптовалюты будет являться ограниченная анонимность.

Вопросы безопасности цифрового сома считаются приоритетной задачей, так в пятом разделе концепции описаны следующие подходы:

- взаимодействие клиента с системой e-SOMa будет осуществляться по защищенным каналам через приложение банка, установленное на мобильное устройство пользователя;
- доступ пользователя к кошельку, на котором хранятся его e-SOMы, а также все операции пользователя проводятся с использованием мобильного приложения;
- программный модуль НБ КР будет предоставлять API для разработчиков приложения и будет использоваться для обеспечения безопасного взаимодействия пользователя с банком.

Говоря о цифровой валюте, важно понимать, что в отличие от криптовалюты,

являющейся средством заработка, цифровая валюта создается как средство платежа. Выпускать e-SOM будет Национальный банк, что сделает e-SOM официальной денежной единицей в Кыргызской Республике, а признание цифровых валют оказывает значительную поддержку децентрализованным активам, что подтверждается ростом Bitcoin.

Кроме того, цифровая валюта может разрешить проблему торговли между государствами. Например, в случае отключения страны от международной платежной системы, такой, как, например, SWIFT или VISA, им на замену приходит криптовалюта, не требующая посредников. Если страны заключат соглашения о нескольких свопах друг с другом, то необходимость учета сделок коммерческими банками и центральными банками станет излишней. Не нужно будет проходить через доллар США, американские учреждения или даже сеть SWIFT. Идея сама по себе не новая, так как Иран и Северная Корея, как сообщается, совершали сделки с использованием криптовалюты.

Создание цифровой валюты, которая будет обеспечена центральным банком своей страны, решает проблему использования SWIFT или VISA, так как будет работать по принципу криптовалюты. В этом случае за использование цифровой валюты пользователи будут вынуждены раскрывать свою персональную информацию и историю транзакций, что, в свою очередь, приведет к повышению уровня безопасности государства в целом.

Заключение

Самая главная сложность в принятии решений о CBDC в КР состоит в том, что на сегодня финансовую систему любого отдельно взятого среднестатистического государства, включая и КР, можно назвать условно сбалансированной, т.е. система стабильно работает и обеспечивает все возложенные на нее задачи. В свою очередь, внедрение CBDC представляет собой самый сложный процесс, который нельзя свести к простому добавлению к финансовой системе дополнительного функционала, что означает необходимость полной реорганизации финансовой системы, начиная от переписывания и создания нового законодательства и заканчивая пересмотром норм резервирования, банковских ковенантов, а также созданием новой платежной инфраструктуры в государственном масштабе фактически с нуля. Данная особенность внедрения CBDC при непродуманном механизме ее реализации может стать существенным дестабилизирующим фактором в экономике КР, что требует соответствующего взвешенного подхода и более тщательной его проработки при реализации концепции CBDC.

Кроме того, при реализации концепции CBDC также следует учесть, что одним из важнейших вопросов применения криптовалюты является решение проблемы обеспечения безопасности ее работы. Широко используемая при этом идея децентрализованных систем заключается в их «прозрачности», т.е. большинство из этих систем фактически имеют открытый исходный код. Это позволяет злоумышленникам находить уязвимости и реализовывать свои преступные замыслы. Кроме того, существует и другая проблема, связанная со сложностью внесения изменения в работающий блокчейн[11].

Поэтому для обеспечения безопасности работы криптовалюты и защиты ее от различного рода атак обычно до введения ее в обращение (запуска) предусматривают выполнение соответствующих процедур:

1. Связывать узлы случайно. При синхронизации майнера с блокчейн-сетью он должен подключаться к рандомным IP-адресам.
2. Связывать ноды неслучайно. Нужно создать белый список для IP-адресов, к которым можно безопасно подключаться при каждой синхронизации. Но это приведет к проблеме масштабирования. Новым майнерам станет тяжелее подключиться к такой блокчейн-сети.
3. Добавить поддержку большего количества TCP-соединений. Решение повысит

время для изолирования майнинг-узла или сделает это невозможным. Однако данная мера снизит производительность блокчейна.

Следует иметь в виду, что появление самих криптовалют и стремительное развитие криптовалютной индустрии не оставляет никаких шансов финансовым властям КР как-то пережить эти процессы и никаким образом на них не реагировать. Поэтому, несмотря на существующие недостатки, CBDC в том или ином виде будут вынуждены внедряться в самом полномасштабном формате, а перечисленные выше процедуры аналогичным образом должны быть реализованы и при принятии решений о CBDC.

Учитывая сложность технологии и колоссальные риски внедрения, можно констатировать, что переход к CBDC будет долгим и поэтапным, а в результате этого перехода следует ожидать неизбежное увеличение транзакционных возможностей и соответствующего уменьшения финансовой свободы в финансово-экономическом секторе КР. Несмотря на это, естественное стремление КР к установлению тотального контроля за финансовыми системами и финансовыми потоками с целью обеспечения условной сбалансированности своей финансовой системы будет побуждать государство к соответствующему реагированию на изменяющиеся внешние обстоятельства и выстраивать цифровую экономику, которая фактически будет определять вектор развития для социально-экономических систем микро- и макроуровней на долгосрочную перспективу.

Литература

1. Селезнев В. М., Крылов Г. О., Проблемы безопасности оборота цифровых финансовых активов в криптоэкономике [Текст]: монография // М: «Прометей», 2020. – С. 11 – 17.
2. Цифровой юань. - .- URL: <https://www.china-briefing.com/news/china-launches-digital-yuan-app-what-you-need-to-know/> (дата обращения: 9.12.2022). Текст: электронный
3. Цифровая валюта. - .- URL: <https://www.forbes.com/advisor/investing/cryptocurrency/digital-currency/> (дата обращения: 5.12.2022). Текст: электронный
4. Криптовалюта: главные термины и основы регулирования. - .- URL: https://www.banki.ru/investment/investment_education/?id=10966730 (дата обращения: 1.12.2022). Текст: электронный
5. Цифровой сом. - .- URL: <https://www.nbkr.kg/DOC/14042022/000000000058330.pdf> (дата обращения: 10.12.2022). Текст: электронный
6. Цифровой юань работает с дополнительным наблюдением. - .- URL: <https://www.wired.com/story/chinas-digital-yuan-ecny-works-just-like-cash-surveillance/> (дата обращения: 19.12.2022). Текст: электронный
7. Цифровая валюта. - .- URL: <https://wiki.mbalib.com/wiki/数字货币> (дата обращения: 20.12.2022). Текст: электронный
8. Работа криптовалюты. - .- URL: <https://www.kaspersky.com/resource-center/definitions/what-is-cryptocurrency> (дата обращения: 10.03.2023). Текст: электронный
9. Cryptocurrency created. - .- URL: <https://www.livemint.com/brand-stories/how-are-cryptocurrencies-created-and-priced-11632384596064.html> (Дата обращения: 10.03.2023). Текст: электронный.
10. Данные о владении криптовалютой. - .- URL: <https://triple-a.io/crypto-ownership-data/> (дата обращения: 11.03.2023). Текст: электронный.
11. Селезнев В. М., Крылов Г. О. Проблемы безопасности оборота цифровых финансовых активов в криптоэкономике [Текст]: монография // М: «Прометей», 2020. – С. 77 – 103.

Рецензенты номера:

д.т.н., член кор. Оморев Р.О.

д.т.н., проф. Брякин И.В.

д.ф.-м. н., проф. Сатыбаев А.Ж.

д.т.н., проф. Лыченко Н.М.

д.т.н., доц. Бакасова А.Б.

к.ф.-м.н., доц. Керимкулова Г.К.

к.т.н., доц. Верзунов С.Н.

ПРОБЛЕМЫ АВТОМАТИКИ И УПРАВЛЕНИЯ

Научно-технический журнал

Литературный редактор Е.В. Комарова

Компьютерная верстка А.У. Касимова

Подписано к печати 28.04.2023 г. Формат 84/108 1/16

Печать офсетная. Объем 13.375 усл. п.л. Тираж 200 экз.

Издательство «ИМА»

720071, Бишкек, проспект Чуй, 265