

УДК 621.396.67

А.У. Касимова

*Институт машиноведения, автоматики и геомеханики НАН КР, Бишкек,
Кыргызстан*

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СПИРАЛЬНЫХ КИРАЛЬНЫХ РЕЗОНАТОРОВ НА ЭФФЕКТИВНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПОДЛОЖКИ МИКРОПОЛОСКОВОЙ АНТЕННЫ

В работе представлено аналитическое исследование влияния геометрических параметров спиральных киральных резонаторов на эффективные электромагнитные и дисперсионные характеристики подложки микрополосковой антенны. В качестве кирального включения рассмотрен спиральный резонатор, представляющий собой микроскопический колебательный контур. Проведен последовательный анализ влияния радиуса витка, шага намотки и числа витков на индуктивность, межвитковую емкость и собственную резонансную частоту резонатора. На основе полученных зависимостей с использованием электронной модели дисперсии Лоренца выполнен расчет эффективной диэлектрической проницаемости, магнитной проницаемости и коэффициента киральности искусственной среды. Исследованы частотные зависимости эффективных электромагнитных параметров для различных геометрических конфигураций спиральных резонаторов. На базе вычисленных эффективных параметров проанализированы характеристики распространения волн в киральной среде. Рассчитаны показатели преломления, коэффициенты распространения, фазовые скорости и эффект двулучепреломления для собственных мод (LCP и RCP волн).

Показано, что изменение геометрических параметров спирального резонатора приводит к смещению собственной резонансной частоты и последующему изменению эффективных параметров киральной среды, что влияет на особенности распространения электромагнитных волн в подложке. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании киральных подложек микрополосковых антенн с заданными электродинамическими характеристиками.

Ключевые слова: микрополосковая антенна, киральная подложка, спиральный киральный резонатор, метаматериалы, эффективная диэлектрическая проницаемость, эффективная магнитная проницаемость, коэффициент киральности, резонансная частота, модель Лоренца, право- и левополяризованные волны.

Введение

В последние годы киральные метаматериалы рассматриваются как одно из наиболее перспективных направлений развития микрополосковых антенных систем благодаря возможности управления характеристиками распространения электромагнитных волн посредством изменения структуры искусственной среды. Использование киральных включений позволяет изменять эффективные диэлектрическую и магнитную проницаемости, коэффициент киральности, фазовую скорость распространения волн и поляризационные характеристики излучения. Это открывает возможности для повышения коэффициента усиления, расширения полосы рабочих частот, управления поляризацией и формирования требуемой диаграммы направленности микрополосковых антенн.

Наиболее распространенными элементарными киральными включениями являются металлические спиральные резонаторы, обладающие одновременно электрическим и магнитным откликом на падающую электромагнитную волну. Благодаря винтовой геометрии такие структуры проявляют выраженную магнитоэлектрическую связь, вследствие чего становятся эффективными элементами искусственных киральных сред [1].

Большинство опубликованных исследований посвящено численному моделированию конкретных конструкций антенн или отдельных вариантов киральных включений. Однако влияние геометрических параметров спирального резонатора на формирование эффективных электромагнитных параметров подложки и дальнейшее распространение электромагнитной волны изучено недостаточно. Отсутствует единая аналитическая методика, позволяющая проследить взаимосвязь между геометрией резонатора, его собственными резонансными

характеристиками и эффективными параметрами киральной среды. Материальные уравнения для киральной среды могут быть записаны следующем виде [2,3]:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon \vec{E} - i\chi \vec{H} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} + i\chi \vec{E}.\end{aligned}\quad (1)$$

В настоящей работе рассматривается аналитическая модель спирального кирального резонатора, представленного в виде эквивалентного LC-контура. Такой подход позволяет исследовать физические закономерности формирования электромагнитных характеристик киральной подложки без привязки к конкретной конструкции микрополосковой антенны. Целью работы является исследование влияния геометрических параметров спирального кирального резонатора на его резонансные характеристики, эффективные параметры киральной подложки и особенности распространения электромагнитных волн.

Для проведения параметрического исследования использована аналитическая модель элементарного спирального резонатора, рассматриваемого как эквивалент колебательному LC-контуре. Длина проводника спирального резонатора определялась выражением (2).

$$l_0 = N \cdot \sqrt{(2\pi R)^2 + p^2}, \quad (2)$$

где l_0 – длина проводника спирали; N – число витков; R – радиус витка; p – шаг намотки.

Индуктивность резонатора определялась по аналитической модели однослойной цилиндрической спирали, а межвитковая емкость рассчитывалась с учетом электрического взаимодействия соседних витков. На основе полученных значений вычислялась собственная резонансная частота спирального резонатора, после чего были определены эффективные параметры киральной среды с использованием модели дисперсии Лоренца [3,4].

В отличие от работ, ориентированных на проектирование конкретной конструкции микрополосковой антенны, целью настоящего исследования является выявление общих физических закономерностей влияния геометрии спирального резонатора на электромагнитные свойства искусственной среды. Поэтому геометрические параметры изменялись в широких диапазонах. Выбранные диапазоны не соответствуют параметрам одной конкретной конструкции антенны и используются исключительно для проведения параметрического анализа. При исследовании влияния одного геометрического параметра остальные параметры оставались постоянными, что позволило определить индивидуальный вклад каждого из них в изменение электромагнитных характеристик киральной среды.

Влияние геометрических параметров спирального резонатора на параметры эквивалентного LC-контура

Одним из ключевых этапов исследования является анализ влияния геометрических параметров спирального резонатора на параметры его эквивалентного LC-контура. Изменение радиуса витка, шага намотки и числа витков приводит к изменению индуктивности и межвитковой емкости, определяющих собственную резонансную частоту резонатора, которая в дальнейшем формирует дисперсионные свойства киральной подложки.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad (3)$$

где f_0 – собственная резонансная частота; L – индуктивность; C – межвитковая емкость.

В данном разделе исследуется влияние радиуса витка, шага намотки и числа витков на индуктивность и межвитковую емкость спирального резонатора. Полученные зависимости (рис. 1) являются исходными для последующего расчета собственной резонансной частоты резонатора. Индуктивность спирального резонатора рассчитывалась по формуле Уилера для однослойной цилиндрической катушки.

$$L = \mu \frac{\pi N^2 r^2}{l}, \quad (4)$$

где L – индуктивность катушки; μ – магнитная проницаемость среды; N – число витков; r – радиус витка; l – длина спирального резонатора.

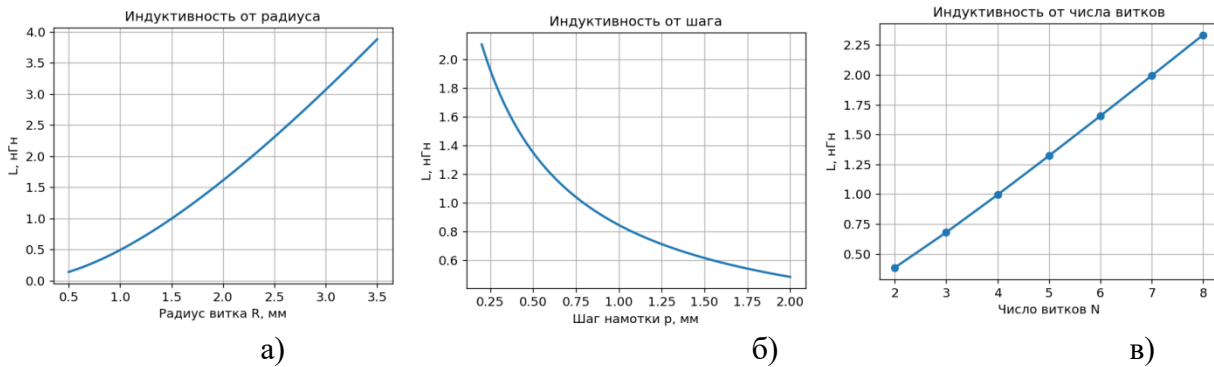


Рисунок 1 – Зависимости индуктивности спирального кирального резонатора от геометрических параметров:

а - от радиуса витка R ; б - от шага намотки p ; в - от числа витков N .

Межвитковая емкость рассчитывалась на основе приближенной модели электрического взаимодействия соседних витков. Емкость одного межвиткового зазора определялась выражением:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S_{eff}}{p} (N - 1) \quad (5)$$

где C – межвитковая емкость; ε_0 – постоянная диэлектрическая проницаемость; ε_r – диэлектрическая проницаемость подложки; $(N - 1)$ – число межвитковых промежутков; S_{eff} – эффективная площадь электростатического взаимодействия соседних витков.

$$S_{eff} = 2\pi R d \sqrt{\left(1 + \frac{R}{p}\right)^2} \quad (6)$$

где p – расстояние между соседними витками; d – диаметр проводника спирали

Множитель $\sqrt{\left(1 + \frac{R}{p}\right)^2}$ учитывает усиление электромагнитной связи соседних витков при уменьшении шага намотки. На основе приведенных выражений были рассчитаны зависимости межвитковой емкости от радиуса, шага намотки и числа витков, приведенные на рисунке 2.

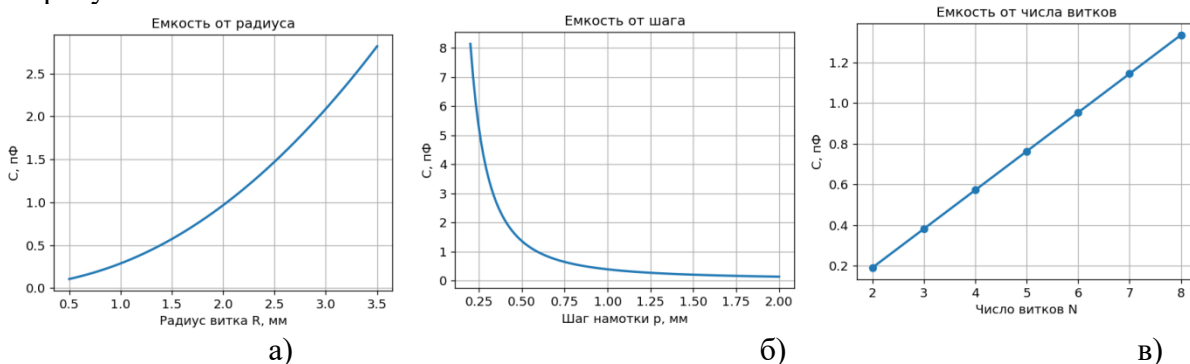


Рисунок 2 – Зависимости межвитковой емкости спирального кирального резонатора от геометрических параметров:

а - от радиуса витка R ; б - от шага намотки p ; в - от числа витков N .

Исследование влияния геометрии спирали на собственную резонансную частоту

Полученные значения индуктивности и межвитковой емкости позволяют представить спиральный резонатор в виде эквивалентного LC-контура. Изменение радиуса витка, шага намотки и числа витков сопровождается изменением параметров L и C , вследствие чего смещается собственная резонансная частота резонатора. Положение этой частоты относительно рабочего диапазона определяет интенсивность резонансного взаимодействия спирального включения с электромагнитным полем и последующее изменение эффективных параметров киральной подложки.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (7)$$

где f_0 – это собственная резонансная частота; L – индуктивность; C – межвитковая емкость.

На основе рассчитанных значений индуктивности и межвитковой емкости были получены зависимости собственной резонансной частоты от радиуса витка, шага намотки и числа витков, представленные на рисунке 3.

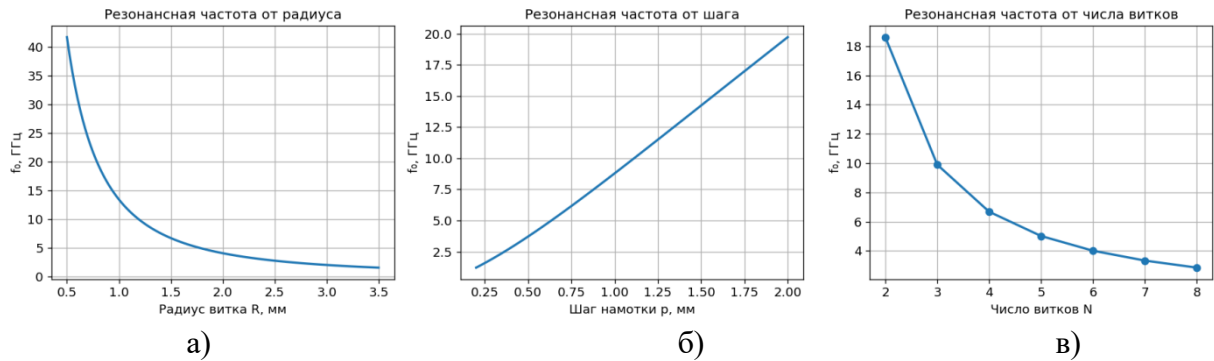


Рисунок 3 – зависимости резонансной частоты от геометрических параметров:

а - от радиуса витка R; б - от шага намотки p; в - от числа витков N.

Исследование влияния геометрии спирального резонатора на эффективные параметры киральной подложки

После определения собственной резонансной частоты спирального резонатора становится возможным исследование его влияния на эффективные электромагнитные параметры киральной среды. В рамках модели лоренцевой дисперсии резонанс спирального включения приводит к изменению эффективной диэлектрической проницаемости, магнитной проницаемости и коэффициента киральности. Для описания резонансного отклика спиральных включений использовалась комплексная функция Лоренца [5,6]:

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + i\delta\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (8)$$

где ω – циклическая частота; ω_0 – собственная резонансная частота спиральных включений; δ – безразмерный коэффициент потерь.

Изменения радиуса витка, шага намотки и числа витков приводит к изменению частоты, что в свою очередь влияет на эффективные параметры киральной подложки. В частности, для эффективной диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также для параметра киральности были получены следующие выражения:

$$\varepsilon_{eff}(\omega) = \varepsilon_r + \eta A_e \Phi(\omega, \omega_0) \quad (9)$$

где ε_{eff} – комплексная эффективная диэлектрическая проницаемость киральной подложки; ε_r – относительная диэлектрическая проницаемость исходной подложки; η – коэффициент заполнения элементарной ячейки металлическим включением; A_e – коэффициент электрического резонансного отклика; $\Phi(\omega)$ – функция Лоренца.

На графиках, изображенных на рисунке 4, показаны зависимости вещественной части диэлектрической проницаемости от геометрических параметров спирального резонатора. При сближении собственной частоты спиральной структуры с рабочей частотой наблюдается усиление электрической поляризации, что приводит к достижению экстремального значения эффективной диэлектрической проницаемости (ε_{eff}). В области за резонансом происходит смена знака вещественной составляющей резонансной поправки, обуславливающая характерный резкий спад функции.

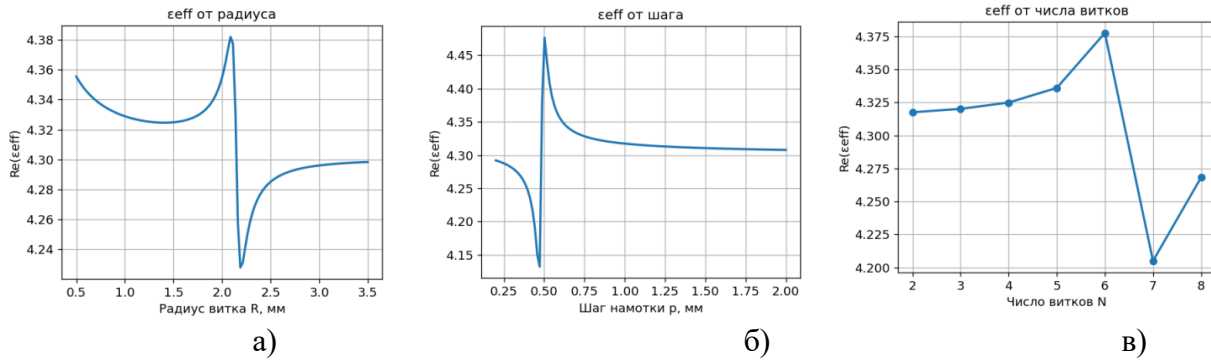


Рисунок 4 – зависимости эффективной диэлектрической проницаемости от геометрических параметров:

а - от радиуса витка R; б - от шага намотки p; в - от числа витков N.

Эффективная магнитная проницаемость характеризует магнитный отклик киральной подложки на воздействие внешнего электромагнитного поля. Изменение магнитной проницаемости влияет на условия распространения электромагнитной волны, волновое сопротивление среды и распределение электромагнитной энергии внутри подложки. Расчет эффективной магнитной проницаемости выполнялся по выражению:

$$\mu_{eff} = 1 + \eta A_m \Phi(\omega, \omega_0) \quad (10)$$

где μ_{eff} - эффективная относительная магнитная проницаемость; A_m - коэффициент магнитной связи; 1 – магнитная проницаемость свободного пространства; η – коэффициент заполнения элементарной ячейки металлическим включением; $\Phi(\omega, \omega_0)$ - функция Лоренца.

По данной модели были получены зависимости магнитной проницаемости от радиуса витка, шага намотки и числа витков, показанные на рисунке 6.

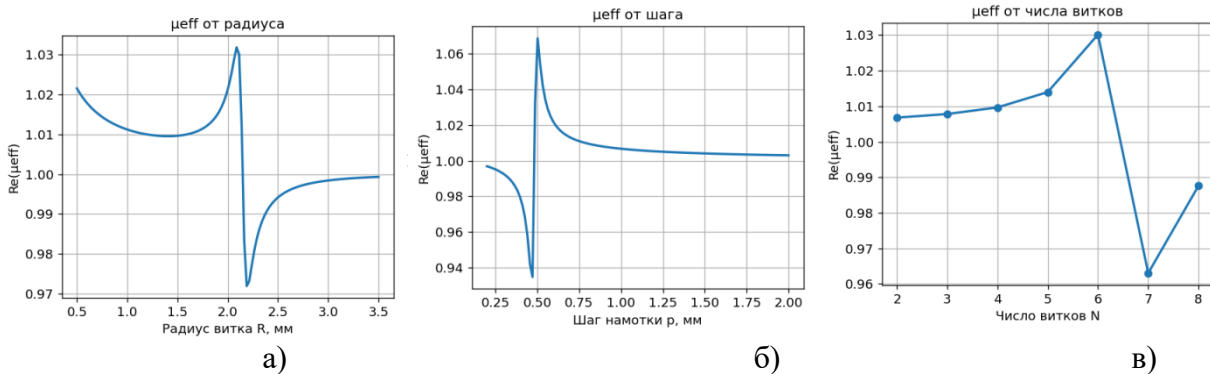


Рисунок 5 – зависимости эффективной магнитной проницаемости от геометрических параметров:

а - от радиуса витка R; б - от шага намотки p; в - от числа витков N.

Одним из основных параметров искусственной киральной среды является коэффициент киральности, характеризующий степень магнитоэлектрической связи между электрическим и магнитным полями. Именно наличие коэффициента киральности отличает киральную среду от обычного диэлектрика и определяет особенности распространения электромагнитных волн. Для расчета коэффициента киральности использовалось выражение:

$$k = \eta A_k \chi_g \Phi(\omega, \omega_0) \quad (11)$$

где k - коэффициент киральности; A_k - коэффициент магнитоэлектрической связи; χ_g - геометрический коэффициент киральности спирального резонатора; η – коэффициент заполнения элементарной ячейки металлическим включением; $\Phi(\omega, \omega_0)$ - функция Лоренца.

По полученной модели были рассчитаны зависимости коэффициента киральности от геометрических параметров спирального резонатора, показанные на рисунке 7.

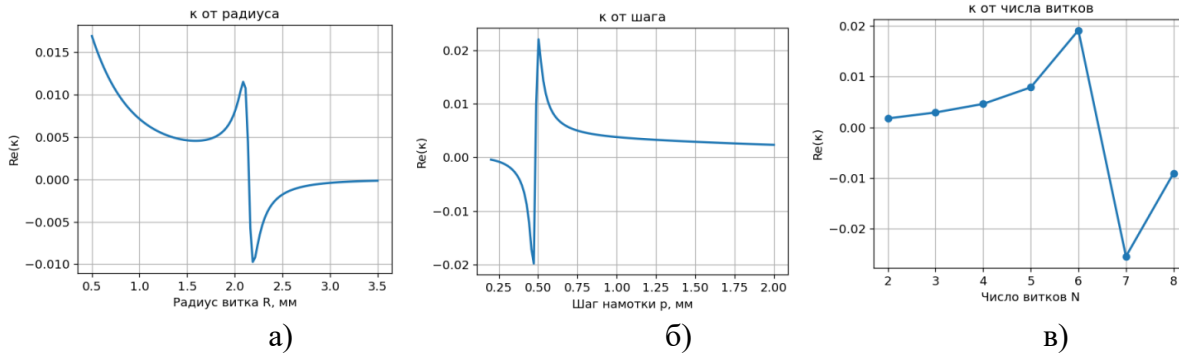


Рисунок 6 – зависимости коэффициента киральности от геометрических параметров: а - от радиуса витка R ; б - от шага намотки p ; в - от числа витков N .

В рамках принятой однорезонансной аналитической модели величины A_e , A_m и A_k рассматриваются как безразмерные коэффициенты электрической, магнитной и магнитоэлектрической связи соответственно. Они определяют относительную интенсивность вклада доминирующей резонансной моды спирального включения в эффективные параметры среды. В расчётах приняты значения $A_e=0,9$, $A_m=0,35$ и $A_k=0,55$. Эти значения используются как параметры нормированной модели для исследования характера зависимостей и не претендуют на воспроизведение абсолютных параметров конкретной изготовленной структуры. Полученные зависимости эффективной диэлектрической проницаемости, магнитной проницаемости и коэффициента киральности имеют сходный резонансный характер. Это обусловлено тем, что в принятой аналитической модели электрический, магнитный и магнитоэлектрический отклики формируются одной собственной модой спирального резонатора и описываются общей функцией Лоренца. Изменение радиуса витка, шага намотки или числа витков приводит к изменению индуктивности и межвитковой емкости, а следовательно, к смещению собственной резонансной частоты. При ее приближении к фиксированной частоте анализа одновременно наблюдаются экстремальные изменения ϵ_{eff} , μ_{eff} и k . Поэтому положения резонансных максимумов и минимумов на соответствующих графиках совпадают. При этом амплитуды и фоновые уровни зависимостей различаются, поскольку электрический, магнитный и киральный отклики характеризуются различными коэффициентами связи.

Частотная дисперсия эффективных параметров киральной подложки

Полученные зависимости эффективной диэлектрической проницаемости, магнитной проницаемости и коэффициента киральности позволяют исследовать их изменение в заданном диапазоне частот. Такой анализ необходим для определения положения резонансной области и оценки влияния геометрических параметров спирального резонатора на электромагнитные свойства киральной подложки [7].

Поскольку эффективные параметры определяются выражениями (9)–(11), изменение геометрии спирального резонатора приводит, прежде всего, к смещению собственной резонансной частоты f_0 . В результате изменяется положение резонансных максимумов и минимумов на частотных зависимостях эффективной диэлектрической проницаемости, магнитной проницаемости и коэффициента киральности. Для оценки влияния отдельных геометрических параметров были построены частотные зависимости эффективных параметров при различных значениях числа витков, шага намотки и радиуса витка.

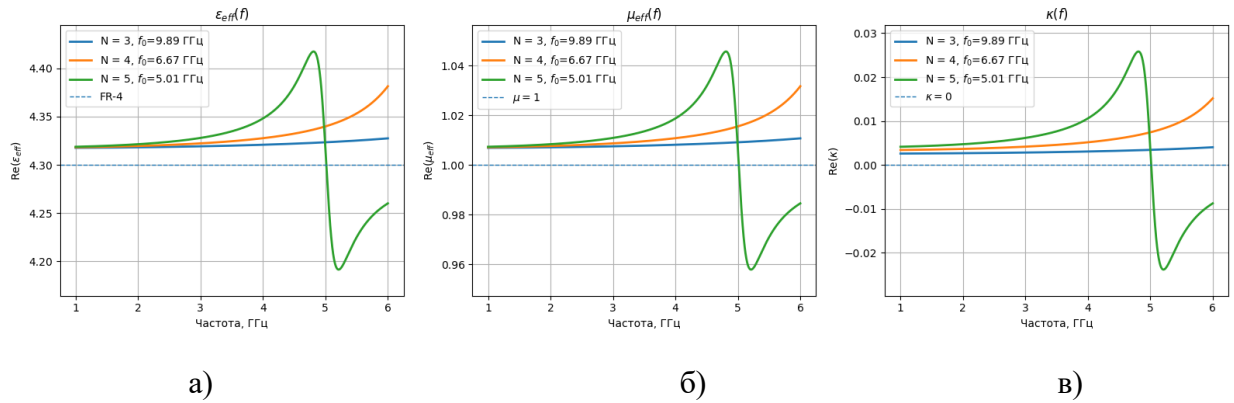


Рисунок 7 - Частотные зависимости эффективной диэлектрической проницаемости (а), магнитной проницаемости (б) и коэффициента киральности (в) при различных значениях числа витков спирального резонатора.

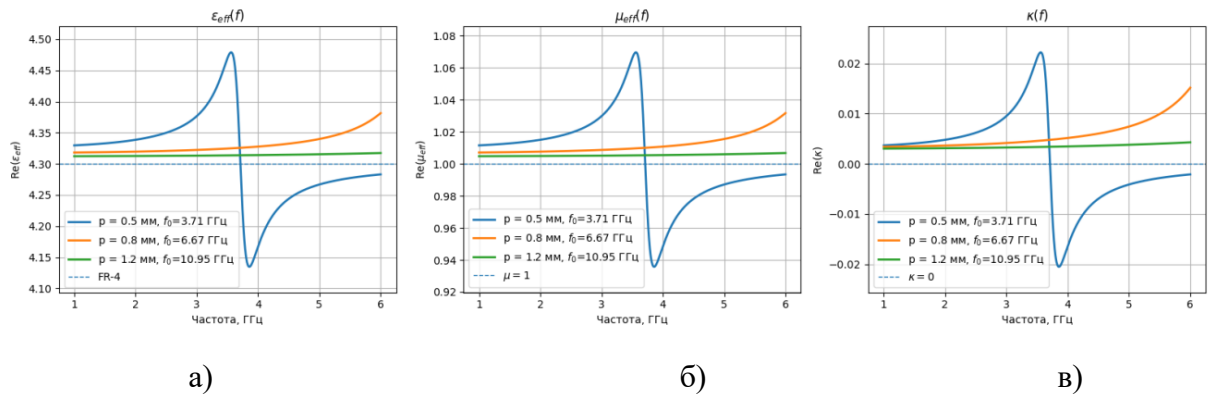


Рисунок 8 – Частотные зависимости эффективной диэлектрической проницаемости (а), магнитной проницаемости (б) и коэффициента киральности (в) при различных значениях шага намотки спирального резонатора.

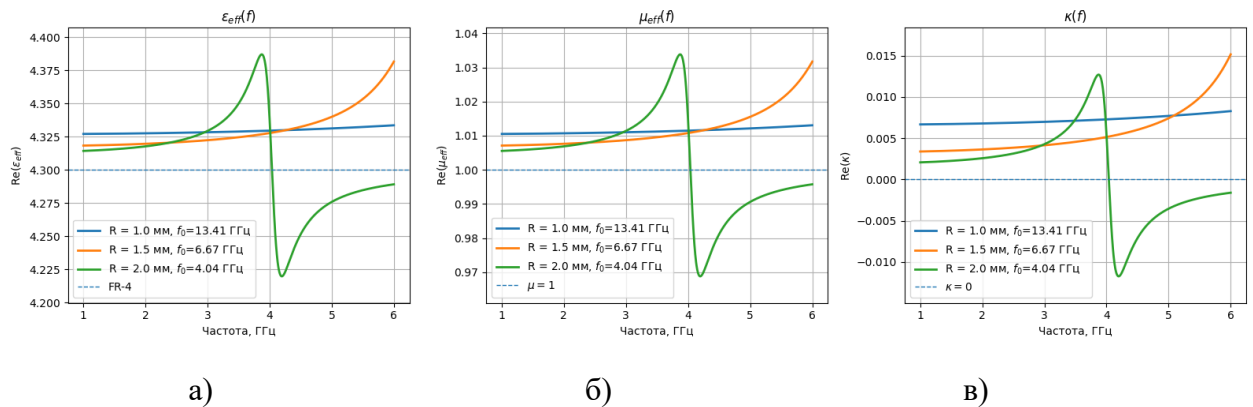


Рисунок 9 – Частотные зависимости эффективной диэлектрической проницаемости (а), магнитной проницаемости (б) и коэффициента киральности (в) при различных значениях радиуса витка спирального резонатора.

Влияние эффективных параметров киральной подложки на распространение электромагнитных волн

Полученные зависимости эффективной диэлектрической проницаемости, магнитной проницаемости и коэффициента киральности позволяют перейти к исследованию особенностей распространения электромагнитных волн в киральной подложке. В данном разделе анализируется влияние рассчитанных эффективных параметров на волновые характеристики киральной среды. Полученные результаты позволяют объяснить механизм воздействия спиральных киральных включений на электромагнитные процессы в подложке и

являются физической основой для последующего управления характеристиками микрополосковых антенн.

В киральных средах вследствие наличия магнитоэлектрической связи собственными волнами являются не линейно поляризованные, а право- и левополяризованные электромагнитные волны [7]. Для каждой из них показатель преломления определяется отдельно, что приводит к различию условий распространения волн.

$$n_{\pm} = \sqrt{\varepsilon_{eff}\mu_{eff}} \pm k \quad (12)$$

где n_{+} - показатель преломления для правополяризованной волны; n_{-} - показатель преломления для левополяризованной волны; ε_{eff} - эффективная диэлектрическая проницаемость; μ_{eff} - эффективная магнитная проницаемость; k - коэффициент киральности.

Показатель преломления определяет скорость распространения волны в среде, однако для анализа фазовых характеристик необходимо определить коэффициент распространения [7,8]. Он характеризует скорость изменения фазы электромагнитной волны вдоль направления распространения и зависит как от частоты, так и от показателя преломления среды.

$$\beta_{\pm} = k_0 n_{\pm} \quad (13)$$

где $k_0 = \frac{2\pi f}{c}$ - волновое число в свободном пространстве; f - частота; c - скорость света в вакууме; β_{+} , β_{-} - коэффициенты распространения правополяризованной и левополяризованной волн.

Одной из важнейших характеристик распространения электромагнитной волны является фазовая скорость. Она показывает скорость перемещения точек одинаковой фазы волны в рассматриваемой среде [8]. Поскольку показатели преломления для право- и левополяризованных волн различаются, их фазовые скорости также оказываются различными.

$$v_{\pm} = \frac{\omega}{\beta_{\pm}} \quad (14)$$

где v_{+} - фазовая скорость правополяризованной волны; v_{-} - фазовая скорость левополяризованной волны.

Различие показателей преломления приводит к возникновению явления кругового двойного лучепреломления, являющегося одной из основных особенностей киральных сред [11]. Величина двойного лучепреломления характеризует различие условий распространения право- и левополяризованных волн и непосредственно определяется коэффициентом киральности среды.

$$\Delta n = n_{+} - n_{-} = 2k \quad (15)$$

где Δn - величина кругового двойного лучепреломления.

Различие коэффициентов распространения право- и левополяризованных волн приводит к накоплению различного фазового сдвига при прохождении электромагнитной волны через киральную среду [9,10]. Именно этот эффект лежит в основе вращения плоскости поляризации и других волновых явлений, наблюдаемых в киральных структурах.

$$\Delta\beta = \beta_{+} - \beta_{-} \quad (16)$$

где $\Delta\beta$ - разность коэффициентов распространения право- и левополяризованной электромагнитных волн.

Таким образом, на основании полученных выражений были рассчитаны показатели преломления, коэффициенты распространения, фазовые скорости, величина кругового двойного лучепреломления и разность коэффициентов распространения для право- и левополяризованных волн при различных значениях числа витков спирального резонатора.

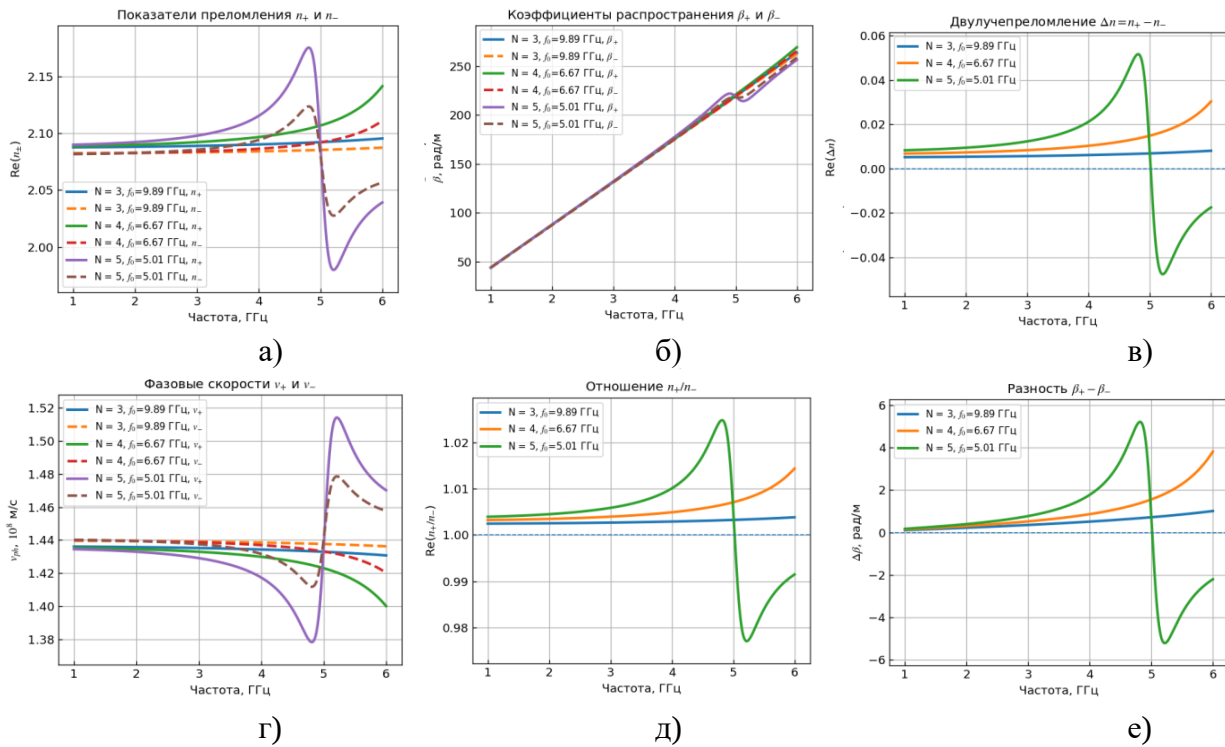


Рисунок 10 – Волновые характеристики киральной подложки при различных значениях числа витков спирального резонатора: а – показатели преломления n_+ и n_- ; б – коэффициенты распространения β_+ и β_- ; в – круговое двулучепреломление Δn ; г – фазовые скорости v_+ и v_- ; д – отношение показателей преломления n_+/n_- ; е – разность коэффициентов распространения $\Delta\beta$.

Обсуждение результатов

Теоретический анализ показывает, что электромагнитный отклик киральной подложки напрямую зависит от геометрии спиральных резонаторов, определяющих параметры эквивалентного LC-контура. Варьирование радиуса, шага и количества витков спирали приводит к перестройке индуктивности и межвитковой емкости, что вызывает сдвиг резонансной частоты.

Установлено, что резонансные явления в спиральных элементах существенно трансформируют частотную дисперсию эффективных материальных параметров (диэлектрической и магнитной проницаемости, коэффициента киральности). В области резонанса наблюдается наиболее интенсивное взаимодействие волны со структурой. Расчеты показали, что это приводит к возникновению кругового двулучепреломления, проявляющегося в различии фазовых скоростей и коэффициентов распространения для волн с разной поляризацией.

Предложенная аналитическая модель, основанная на LC-схеме, позволяет оперативно оценивать влияние геометрии включений на свойства среды без использования моделирования. Данный подход эффективен на этапе предварительного проектирования метаподложек для микрополосковых антенн, однако для финальной разработки целесообразно верифицировать результаты численным анализом и экспериментами.

Заключение

В работе теоретически исследовано влияние геометрических параметров спирального кирального резонатора на электромагнитные свойства киральной подложки микрополосковой антенны. Показано, что изменение радиуса витка, шага намотки и числа витков приводит к изменению параметров эквивалентного LC-контура, смещению собственной резонансной частоты и последующему изменению эффективной диэлектрической проницаемости, магнитной проницаемости и коэффициента киральности. На основе полученных эффективных параметров выполнен анализ распространения право- и левополяризованных электромагнитных волн, определены показатели преломления,

коэффициенты распространения, фазовые скорости и характеристики кругового двулучепреломления. Полученные результаты подтверждают возможность управления электромагнитными свойствами киральной подложки посредством изменения геометрии спиральных включений и могут быть использованы при предварительном проектировании микрополосковых антенн с киральными метаподложками.

Литература

1. Касимова А.У. Интеграция киральных структур и метаматериалов в микрополосковых антеннах: обзор современных решений и перспектив // Проблемы автоматики и управления. 2025. № 2(53). С. 88-99.
2. Фисанов, В. В. О материальных параметрах и инвариантах изотропной киральной среды / В. В. Фисанов // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. - 2011. - № 2 (24), ч. 1. - С. 193–196.
3. Шевченко В.В. Киральные электромагнитные объекты и среды // Соровский образовательный журнал. - 1998. - № 2. - с. 109-114.
4. Слюсар В. Метаматериалы в антенной технике: основные принципы и результаты // Первая миля. 2010. № 3-4. С. 44-60.
5. Авдюшин А.С., Власов М.Ю., Пастернак Ю.Г. Применение метаматериалов в антенной технике // Вестник ВГТУ. 2013. Т. 9. Вып. 3-1. С. 132-135.
6. Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media / I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, A. J. Viitanen. - Boston : Artech House, 1994. - 332 p.
7. Tretyakov, S. A. Analytical Modeling in Applied Electromagnetics / S. A. Tretyakov. - Boston : Artech House, 2003. - 282 p.
8. Электрофизика и электродинамика метаматериалов / А.Н. Лагарьков [и др.] // ТВТ. 2010. № 48:6. С. 1031-1048.
9. Анализ микрополосковой антенны на киральной подложке с учетом пространственной дисперсии / Д.С. Ключев [и др.] // Успехи современной радиоэлектроники. 2015. № 11. С. 67-72.
10. Ключев Дмитрий Сергеевич, Нещерет Анатолий Михайлович, Сингулярное интегральное уравнение для расчета микрополоскового вибратора, расположенного на киральной подложке // Евразийский Союз Ученых. 2015. №5-7 (14).
11. Kim K., Varadan V.V. Millimeter wave dualband microstrip antennas with metamaterial substrates using the LTCC process // Proceedings of Metamaterials. 2007. Rome. P. 22-24.